مرحباً بكم فى الموقع التخصصى لرياضيات الثانوية العامة

www.alyeldeen.com

- فى مكان واحد ستجد كل مايخص الرياضيات للثانوية العامة .
- أفضل المذكرات فى شرح الرياضيات .
- أفضل المذكرات فى المراجعات .
- أفضل المذكرات فى مراجعات ليلة الامتحان .
- جميع امتحانات السنوات السابقة مع حلولها النموذجية .
- قسم خاص لكل صف سؤال وجواب ..
- أعمالنا متميزة .
- أساتذة متخصصون فى إنتظارك لخدمتك .

مع تحيات

الأستاذ / علىّ الدين يحيى

الحلول الكاملة لاختبارت كتاب الوزارة فى الميكانيكا

نصيحة :
لا تقرأ الحل ولكن إدرسه

النموذج الأول

أولاً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الآتية :

(١) تتحرك سيارة كتلتها ٢ طن وقدرة آلتها ٢٠ حصاناً على طريق أفقى تتناسب قيمة قوة مقاومة الطريق للحركة طردياً مع مقدار السرعة . فإذا كانت أقصى سرعة للسيارة على هذا الطريق هى ٩٠ كم / س . فما مقدار قوة المقاومة عن كل طن للسيارة عندما تتحرك بسرعة ١٨ كم / س . أحسب كمية حركة السيارة عند هذه السرعة .

الحل

التحويلات : $ع_١ = ٩٠ \times \frac{٥}{١٨} = ٢٥$ متر / ث ، $ع_٢ = ١٨ \times \frac{٥}{١٨} = ٥$ م / ث

∵ القدرة = $ق \times ع$ وعند أقصى سرعة (السرعة منتظمة) : $ق = م$

∴ القدرة = $م \times ع$ ∴ $٢٠ \times ٧٥ = م_١ \times ٢٥$ ∴ $م_١ = ٦٠$ ث كجم

∵ $م \propto ع$ ∴ $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١}{ع_٢}$ ∴ $\frac{٦٠}{م_٢} = \frac{٩٠}{١٨}$

∴ $م_٢ = ١٢$ ث كجم ∴ المقاومة عن كل طن = ١٢ ÷ ٢ = ٦ ث كجم لكل طن

، كمية حركة السيارة = ك × ع = ٢٠٠٠ × ٥ = ١٠٠٠٠ كجم . سم / ث

---

(٢) شخص كتلته ٧٣,٥ كجم موجود داخل مصعد . عيّن رد فعل المصعد على هذا الشخص بثقل الكيلو جرام فى الحالات الآتية :

أولاً : إذا كان المصعد ساكناً .

ثانياً : إذا تحرك المصعد بعجلة منتظمة مقدارها ١٤٠ سم / ث^٢ رأسياً إلى أعلى .

ثالثاً : إذا تحرك المصعد بعجلة منتظمة مقدارها ١٤٠ سم / ث^٢ رأسياً إلى أسفل .

الحل

أولاً : المصعد ساكن : ر = ك ء = ٧٣,٥ ث كجم = $٧٣,٥ \times ٩,٨ = ٧٢٠,٣$ نيوتن

ثانياً : المصعد صاعد بعجلة منتظمة ١,٤ م / ث^٢ : ر − ك ء = ك جـ

ر − $٧٣,٥ \times ٩,٨ = ٧٣,٥ \times ١,٤$

ومنها ر = ٨٤٣,٢ نيوتن = ٨٤ ث كجم

ثالثاً : المصعد هابط بعجلة منتظمة ١,٤ م / ث^٢ : ك ء − ر = ك جـ

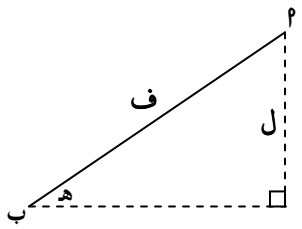
$٧٣,٥ \times ٩,٨ -$ ر = $٧٣,٥ \times ١,٤$

ومنها ر = ٦١٧,٤ نيوتن = ٦١٧,٤ ÷ ٩,٨ = ٦٣ ث كجم

---

(٣) قذف جسيم كتلته ٢٠٠ جم إلى أعلى مستو أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{٨}{٤٩}$ وفى اتجاه خط أكبر ميل بسرعة ٣٠ سم / ث . احسب التغير الذى يطرأ على طاقة وضع هذا الجسيم عندما تصبح سرعته ١٨ سم / ث .

الحل



∵ الجسم صاعد على مستوى أملس تحت تأثير وزنه

∴ جـ = – ى جا هـ = – ٩٨٠ × $\frac{٨}{٤٩}$ = – ١٦٠ سم / ث٢

∵ ع٢ = ع.٢ + ٢ جـ ف

∴ (١٨)٢ = (٣٠)٢ – ٢ × ١٦٠ × ف ومنها ف = ١,٨ سم

، ل = ف جا هـ = ١,٨ × $\frac{٨}{٤٩}$

∴ التغير فى طاقة الوضع = ض أ – ض ب = ك ى ل – ٠ = ٢٠٠ × ٩٨٠ × ١,٨ × $\frac{٨}{٤٩}$ = ٥٧٦٠٠ إرج

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الآتية :

(٤) (أ) أوجد حاصل الضرب الاتجاهى للمتجهين :

$\overleftarrow{أ}$ = ٥ $\overleftarrow{س}$ – ٤ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ب}$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ + ٧ $\overleftarrow{ص}$

وعيّن مساحة سطح المثلث المقام على القطعتين المستقيمتين الموجهتين الممثلتين لهذين المتجهين كضلعين متجاورين .

(ب) قوتان متوازيتان مقدارهما ٧٠ نيوتن ، ٣٠ نيوتن والمسافة بين خطى عملهما ٥٠ سم أوجد محصلتهما فى الحالتين :

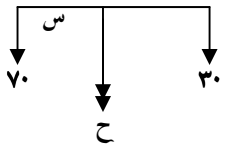
أولاً : القوتان فى اتجاه واحد . ثانياً : القوتان فى اتجاهين متضادين .

الحل

(أ) $\overleftarrow{أ}$ ⊙ $\overleftarrow{ب}$ = (٥ ، – ٤) × (٣ ، ٧) = (٣٥ + ١٢) $\overleftarrow{ع}$ = ٤٧ $\overleftarrow{ع}$

∴ مساحة سطح المثلث = $\frac{١}{٢}$ || $\overleftarrow{أ}$ ⊙ $\overleftarrow{ب}$ || = $\frac{٤٧}{٢}$ = ٢٣,٥ وحدة مساحة

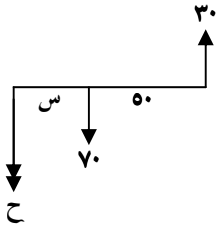
(ب) أولاً : ح = ٧٠ + ٣٠ = ١٠٠ نيوتن فى اتجاه القوتين



٧٠ × س = ٣٠ × (٥٠ – س)

ومنها س = ١٥ سم

أى أن المحصلة تبعد عن القوة ٧٠ بمقدار ١٥ سم .



ثانياً : ح = ٧٠ – ٣٠ = ٤٠ نيوتن وفى اتجاه القوة ٧٠ لأسفل

، ٣٠ × (٥٠ + س) = ٧٠ × س

ومنها س = ٣٧,٥ سم

أى أن المحصلة تبعد عن القوة ٧٠ نيوتن بمقدار ٣٧,٥ سم من الخارج

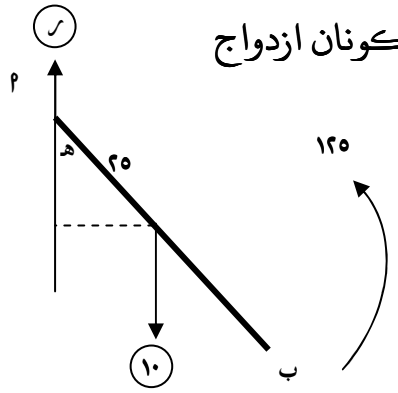
---

(٥) (أ) عرّف الازدواج .

هو مجموعة تتكون من قوتين متساويتين فى المعيار ومتضادتين فى الاتجاه ولا يجمعهما خط عمل واحد

(ب) $\overline{أ ب}$ قضيب طوله ٥٠ سم ووزنه ١٠ ث كجم تؤثر فى منتصفه ويمكن للقضيب أن بدور فى مستو رأسى حول مفصل ثابت عند طرفه أ أثر على القضيب ازدواج فى مستو رأسى عزمه ١٢٥ ث كجم . سم . برهن على أن رد فعل المفصل عند أ يساوى وزن القضيب وأوجد ميل القضيب على الأفقى فى وضع التوازن .

الحل



∵ الازدواج لا يتزن إلا مع ازدواج ∴ القوتان (١٠ ، ر) تكونان ازدواج

∴ ر = ١٠ ث كجم رأسياً لأعلى

، – ١٠ × ٢٥ جا هـ = – ١٢٥

∴ جا هـ = $\frac{١}{٢}$ ∴ هـ = ٣٠°

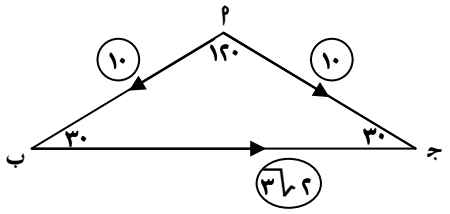
∴ القضيب يميل على الرأسى بزاوية قياسها ٣٠°

أى أن القضيب يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠°

---

(٦) أ ب جـ Δ متساوى الساقين فيه م(∠ أ) = ١٢٠° ، قوى مقاديرها ٢ ، ٢ ، ٢ $\sqrt{٣}$ ث جم تؤثر فى $\overleftarrow{أ ب}$ ، $\overleftarrow{أ جـ}$ ، $\overleftarrow{ب جـ}$ على الترتيب . برهن أن المحصلة تنصف $\overline{ب جـ}$ وتوازى أحد الضلعين الآخرين .

الحل



ج أ = ٢ $\sqrt{٣}$ × أ ب جا ٣٠ = $\sqrt{٣}$ أ ب

ج ب = – ١٠ × أ ب جا ٦٠ = – ٥ $\sqrt{٣}$ أ ب

ج جـ = ١٠ × أ جـ جا ٦٠ = ٥ $\sqrt{٣}$ أ ب

∵ ج ب = – ج جـ ⇐ المحصلة تنصف $\overline{ب جـ}$ ، ∵ ج أ = ج جـ ∴ المحصلة توازى $\overline{أ جـ}$

النموذج الثانى

أولاً : أجب عن سؤالين من الأئلة الآتية :

(١) (أ) إذا كان و س ، و ص اتجاهين متعامدين ، س ، ص متجهى الوحدة فى هذين الاتجاهين على الترتيب . أثرت القوة ق = ٣ س - ٤ ص عند النقطة أ = (١ ، ٢) .
احسب عزم هذه القوة بالنسبة للنقطة (و) ثم عيّن طول العمود الساقط من النقطة (و) على خط عمل القوة .

الحل

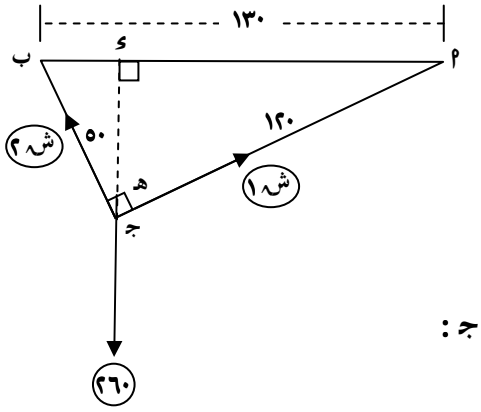
ج و = ر × ق = (١ ، ٢) × (٣ ، - ٤) = (- ٤ - ٦) ع ثم = - ١٠ ع

|| ج || = ١٠ ، || ق || = $\sqrt{(٣)^{٢} + (-٤)^{٢}}$ = ٥

∴ طول العمود = $\frac{١٠}{٥}$ = ٢ وحدة طول

(ب) علق ثقل مقداره ٢٦٠ ث جم بخيطين طوليهما ٥٠ سم ، ١٢٠ سم من نقطتين فى خط أفقى واحد البُعد بينهما ١٣٠ سم . أوجد مقدار الشد فى كل من الخيطين .

الحل



△ أ ب جـ قائم الزاوية فى جـ

∴ (أ جـ)^{٢} = أ ء × أ ب (من إقليدس)

∴ ١٤٤٠٠ = ١٣٠ أ ء ومنها أ ء = $\frac{١٤٤٠}{١٣}$

∴ جا هـ = $\frac{\text{أ ء}}{\text{أ جـ}}$ ∴ هـ = ٦٧° ٢٣′

∵ القوى الثلاث متزنة وبتطبيق قاعدة لامى عند النقطة جـ :

∴ $\frac{\text{ش١}}{\text{جا (٩٠ + هـ)}} = \frac{٢٦٠}{\text{جا ٩٠}} = \frac{\text{ش٢}}{\text{جا (١٨٠ - هـ)}}$

∴ $\frac{\text{ش١}}{\text{جتا هـ}} = \frac{٢٦٠}{١} = \frac{\text{ش٢}}{\text{جا هـ}}$

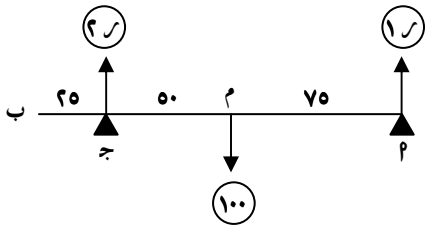
ومنها ش$_{١}$ = ١٠٠ ث جم ، ش$_{٢}$ = ٢٤٠ ث جم .

---

(٢) أ ب قضيب منتظم طوله ١٥٠ سم ووزنه ١٠٠ نيوتن . يرتكز القضيب فى وضع أفقى على حاملين أحدهما عند نقطة أ والثانى عند نقطة جـ التى تبعد ٢٥ سم من ب . أوجد الضغط الواقع على كل من الحاملين ، ثم عيّن مقدار الثقل الذى يجب تعليقه عند ب حتى يكون القضيب على وشك الدوران ، ما هى قيمة الضغط على الحامل عندئذ ؟

الحل

الحالة الأولى :



ر١ + ر٢ = ١٠٠ ..... (١)

∵ المجموعة متزنة ∴ ج جـ = ٠

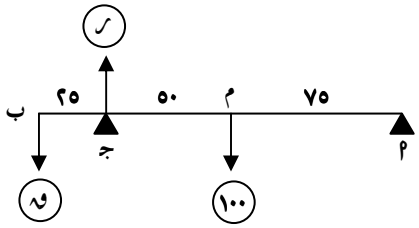
∴ ر١ × ١٢٥ − ١٠٠ × ٥٠ = ٠ ومنها ر١ = ٤٠ نيوتن

وبالتعويض فى (١) ∴ ر٢ = ٦٠ نيوتن

∴ الضغط على الحامل أ = ٤٠ نيوتن رأسياً لأسفل

، الضغط على الحامل جـ = ٦٠ نيوتن رأسياً لأسفل

الحالة الثانية :



القضيب على وشك الدوران حول جـ

∴ ينعدم رد الفعل عند الحامل أ

، ١٠٠ + ق = ر ..... (٢)

∵ المجموعة متزنة ⇐ ج جـ = ٠

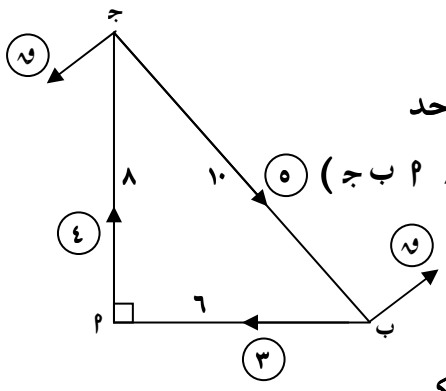
∴ ق × ٢٥ − ١٠٠ × ٥٠ = ٠ ومنها ق = ٢٠٠ نيوتن

وبالتعويض فى (٢) ∴ ر = ٣٠٠ ∴ الضغط على الحامل جـ = ٣٠٠ نيوتن رأسياً لأسفل

---

(٣) أ ب جـ Δ فيه أ ب = ٦ سم ، أ جـ = ٨ سم ، ب جـ = ١٠ سم . أثرت القوى ٣ ، ٤ ، ٥ ثقل كجم فى $\overleftarrow{ب أ}$ ، $\overleftarrow{أ جـ}$ ، $\overleftarrow{جـ ب}$. أوجد القوتين المتساويتين اللتين تؤثران فى نهايتى $\overline{ب جـ}$ وعموديتين عليه لكى تحدثا اتزاناً مع مجموعة القوى المذكورة .

الحل



∵ $\frac{٣}{٦} = \frac{٤}{٨} = \frac{٥}{١٠}$ = ك

، ∵ القوى تتناسب مع أضلاع المثلث وفى ترتيب دورى واحد

∴ المجموعة تكافئ ازدواج معيار عزمه = ك × ٢ × مـ (Δ أ ب جـ)

= $\frac{١}{٢}$ × ٢ × $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٨ = ٢٤ ث كجم . سم

، ∵ الازدواج لا يتزن إلا مع ازدواج

∴ القوتان (ق ، ق) تكونان ازدواج معيار عزمه = ٢٤ ث كجم . سم

∴ ق × ١٠ = ٢٤ ومنها ق = ٢,٤ ث كجم

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الآتية :

(٤) يعطى متجه موضع جسيم كدالة فى الزمن من العلاقة :

$\overleftarrow{ر} = (ن^{٢} - ٣ن + ٢)\ \overleftarrow{ى}$ حيث $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة ثابت .

أولاً : عيّن متجهات إزاحة وسرعة وعجلة هذا الجسيم ثم بيّن متى تكون الحركة تقصيرية ومتى تكون متسارعة ؟

ثانياً : إذا كانت كتلة الجسيم تساوى الوحدة فأوجد طاقة حركته كدالة فى الزمن وبيّن أن معدل تغيرها الزمنى يساوى حاصل الضرب القياسى لمتجه السرعة فى متجه العجلة .

الحل

أولاً : $\overleftarrow{ف} = \overleftarrow{ر} - \overleftarrow{ر}_{.} = (ن^{٢} - ٣ن)\ \overleftarrow{ى}$

$\overleftarrow{ع} = \frac{ء\overleftarrow{ف}}{ء ن} = (٢ن - ٣)\ \overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{جـ} = ٢\ \overleftarrow{ى}$

$\therefore$ ع × جـ = ٢ (٢ن - ٣)

عندما $ن > \frac{٣}{٢}$ $\therefore$ ع × جـ > ٠ $\therefore$ الحركة متسارعة

عندما $ن < \frac{٣}{٢}$ $\therefore$ ع × جـ < ٠ $\therefore$ الحركة تقصيرية

ثانياً : $ط = \frac{١}{٢} ك (\overleftarrow{ع} \odot \overleftarrow{ع}) = \frac{١}{٢} \times ١ \times (٢ن - ٣)^{٢}$

$\frac{ء ط}{ء ن} = \frac{١}{٢} \times ٢ (٢ن - ٣) \times ٢ = ٢ (٢ن - ٣) = \overleftarrow{ع} \odot \overleftarrow{جـ}$

---

(٥) شخص كتلته ٦٥ كجم موجود داخل مصعد . عيّن رد فعل النصعد على هذا الشخص بوحدة النيوتن فى كل من الحالات الآتية :

أولاً : إذا تحرك المصعد بسرعة منتظمة .

ثانياً : إذا تحرك المصعد بعجلة منتظمة مقدارها ١ متر / ث^{٢} رأسياً إلى أعلى .

ثالثاً : إذا تحرك المصعد بعجلة منتظمة مقدارها ١ متر / ث^{٢} رأسياً إلى أسفل .

الحل

(مثل السؤال الثانى من النموذج الأول)

أولاً : ر = ك ء = ٦٥ × ٩,٨ = ٦٣٧ نيوتن

ثانياً : ر - ك ء = ك جـ $\Leftarrow$ ر - ٦٣٧ = ٦٥ × ١ ومنها ر = ٧٠٢ نيوتن

ثالثاً : ك ء - ر = ك جـ $\Leftarrow$ ٦٣٧ - ر = ٦٥ × ١ ومنها ر = ٥٧٢ نيوتن

(٦) ⓐ تتحرك طائرة كتلتها ٢٤٠٠ كجم فى مسار أفقى بسرعة ٣٠٠ كم / س ، دخلت الطائرة فى سحابة من الغبار فلاقت قوة مقاومة مقدارها ١٠٠ نيوتن . احسب سرعة الطائرة عندما تكون على وشك الخروج من السحابة علماً بأنها استمرت تتحرك داخلها لمدة ٥ دقائق .

الحل

التحويلات : ٣٠٠ كم / س = ٣٠٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = $\frac{٢٥٠}{٣}$ م / ث ، ٥ دقائق = ٥ × ٦٠ = ٣٠٠ ث

داخل السحابة : معادلة الحركة هى ق - م = ك جـ

∴ - ١٠٠ = ٢٤٠٠ جـ ⇐ جـ = - $\frac{١}{٢٤}$ م / ث٢

لحظة الخروج من السحابة : ∵ ع = ع. + جـ ن = $\frac{٢٥٠}{٣}$ - $\frac{١}{٢٤}$ × ٣٠٠ = $\frac{٤٢٥}{٦}$ م / ث

∴ ع = $\frac{٤٢٥}{٦}$ × $\frac{١٨}{٥}$ = ٢٥٥ كم / س

ⓑ سيارة كتلتها طن واحد تسير بسرعة مقدارها ٥٤ كم فى الساعة على طريق أفقى ، فما قدرة المحرك إذا كانت قوة المقاومة مقدارها ٣٠ ث كجم ، وإذا لم تتغير قدرة الآلة والمقاومة فما هى السرعة التى تصعد بها السيارة منحدراً يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ حيث جا هـ = $\frac{١}{٣٠}$.

الحل

التحويلات : ٥٤ كم / س = ٥٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٥ م / ث

∵ السرعة ثابتة (منتظمة) ∴ ق = م = ٣٠ ث كجم

∴ القدرة = ق × ع = ٣٠ × ١٥ = ٤٥٠ ث كجم . م / ث = ٤٥٠ ÷ ٧٥ = ٦ حصان

الصعود على المنحدر : معادلة الحركة ق′ = م + و جا هـ

∴ ق′ = ٣٠ + ١٠٠٠ × $\frac{١}{٣٠}$ = ٨٠ ث كجم

∵ القدرة = ق′ × ع′ ∴ ٤٥٠ = ٨٠ × ع′ ومنها ع′ = $\frac{٤٥}{٨}$ م / ث

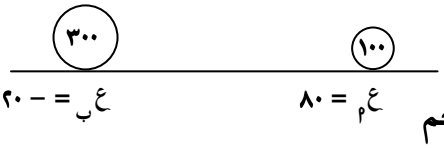
∴ ع′ = $\frac{٤٥}{٨}$ × $\frac{١٨}{٥}$ = ٢٠,٢٥ كم / س

النموذج الثالث

أولاً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الآتية :

(١) تتحرك كرتان كتلتاهما ١٠٠ جم ، ٣٠٠ جم فى خط مستقيم واحد على نضد أفقى أملس وفى اتجاهين متضادين بالسرعتين ٨٠ سم / ث ، ٢٠ سم / ث على الترتيب . فإذا عُلم أن الكرتين تحركتا بعد التصادم كجسم واحد ، فاحسب سرعة هذا الجسم وطاقة الحركة المفقودة للكرتين نتيجة التصادم وكذلك مقدار دفع أى من الكرتين على الأخرى .

الحل



١٠٠ × ٨٠ + ٣٠٠ × (– ٢٠) = (١٠٠ + ٣٠٠) × ع′

ومنها ع′ = ٥ سم / ث

∴ المجموعة تتحرك بسرعة ٥ سم / ث فى اتجاه الكرة ١٠٠ جم

، طاقة الحركة المفقودة = ط . – ط

= ½ × ١٠٠ × (٨٠)٢ – ½ × ٣٠٠ × (٢٠)٢] – (½ × ٤٠٠ × ٢٥) = ٣٧٥٠٠٠ إرج

، دفع إحدى الكرتين على الأخرى = التغير فى كمية حركة إحداهما

= ١٠٠ (٨٠ – ٥) = ٧٥٠٠ داين

---

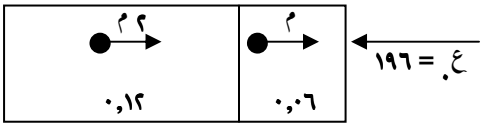
(٢) أطلقت رصاصة كتلتها ٣٠ جم بسرعة ١٩٦ متر / ث على حاجز خشبى سميك مبطن بطبقة من المطاط سمكها ٦ سم فاخترقت هذه الطبقة وقطعت مسافة ١٢ سم داخل الخشب حتى أستقرت . فإذا عُلم أن قوة مقاومة الخشب لحركة الرصاصة ثابتة وتساوى ضعف قيمتها للمطاط ، فاحسب قوة مقاومة كل من المطاط والخشب بثقل الكيلو جرام .

الحل

نفرض المقاومة للمطاط = م ث كجم وللخشب = ٢ م ث كجم

التحويلات : ٣٠ جم = ٠,٠٣ كجم ، ٦ سم = ٠,٠٦ متر

، ١٢ سم = ٠,١٢ متر



من مبدأ الشغل والطاقة :

التغير فى طاقة حركة الرصاصة = الشغل من مقاومة المطاط + الشغل من مقاومة الخشب

∴ ½ × ٠,٠٣ [٠ – (١٩٦)٢] = (– م × ٠,٠٦ – ٢ م × ٠,١٢) × ٩,٨ ومنها م = ١٩٦ ث كجم

⇐ مقاومة المطاط = ١٩٦ ث كجم ، مقاومة الخشب = ٣٩٢ ث كجم

(٣) يتحرك جسيم كتلته الوحدة وكان متجه إزاحته كدالة فى الزمن هو :

$\overleftarrow{ف} = ٢\overleftarrow{س} + (٦ن - \frac{٣}{٢}ن^{٢})\overleftarrow{ص}$ حيث $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ متجها وحدة متعامدان فى الاتجاهين $\overleftarrow{و س}$ ، $\overleftarrow{و ص}$ على الترتيب

أولاً : عيّن كمية حركة الجسيم وطاقة حركته عند ن = ١

ثانياً : أثبت أن الحركة تكون تقصيرية فى بدايتها ثم تصبح متسارعة بعد اللحظة الزمنية ن = ٢

ثالثاً : إذا كانت القوة المؤثرة على الجسيم هى $\overleftarrow{ق} = ٢\overleftarrow{س} + ب\overleftarrow{ص}$ فعيّن كلا من الثابتين ٢ ، ب .

الحل

(ملحوظة : تصحح الإزاحة فى الكتاب كما ورد بالسؤال)

$\overleftarrow{ع} = (٦ - ٣ن)\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{جـ} = -٣\overleftarrow{ص}$

أولاً : عند ن = ١ $\Leftarrow$ ع = ٦ - ٣ = ٣

كمية الحركة = ك × ع = ١ × ٣ = ٣ ، طاقة الحركة = $\frac{١}{٢}$ × ك ع^{٢} = $\frac{١}{٢}$ × ١ × ٩ = ٤,٥

ثانياً : ع × جـ = - ٣ (٦ - ٣ن)

∴ عندما ن > ٢ : ع × جـ > ٠ ∴ الحركة متسارعة

، عندما ن < ٢ : ع × جـ < ٠ ∴ الحركة تقصيرية

ثالثاً : ∵ $\overleftarrow{ق} = ك\overleftarrow{جـ}$ ∴ ٢$\overleftarrow{س} + ب\overleftarrow{ص} = ١ \times (-٣\overleftarrow{ص})$

∴ ٢ = ٠ ، ب = - ٣

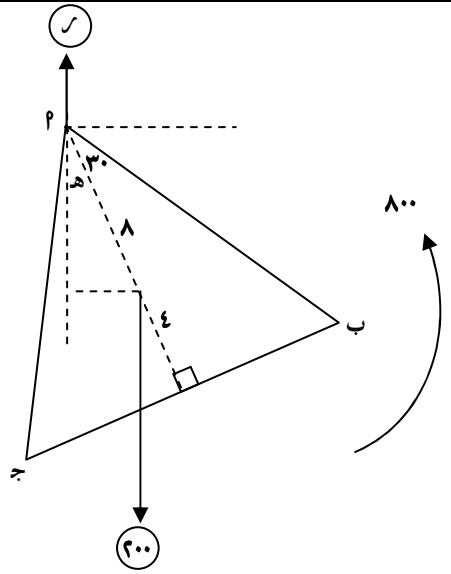
ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الآتية :

(٤) ٢ ب جـ صفيحة على شكل مثلث متساوى الأضلاع طول ارتفاعه ١٢ سم ووزنها ٢٠٠ ث جم ويؤثر عند نقطة تلاقى متوسطاته ، فإذا عُلقت الصفيحة من ثقب صغير بالقرب من الرأس ٢ بخيط بحيث كان مستواها رأسياً ، وأثر ازدواج عزمه ٨٠٠ ث جم . سم على الصفيحة فى مستواها أوجد ميل الضلع $\overline{٢ب}$ على الأفقى فى وضع التوازن .

الحل

∵ المجموعة متزنة ، الازدواج لا يتزن إلا مع ازدواج

∴ القوتان (٢٠٠ ، ر) تكونان ازدواج عزمه = - ٢٠٠ × ٨ جاهـ



∴ -٤٠٠×٨ جا هـ $= -٨٠٠$

∴ جا هـ $= \frac{١}{٢}$ ومنها هـ $= ٣٠^\circ$

∴ $\overline{م ب}$ يصنع مع الرأسى زاوية قياسها ٦٠°

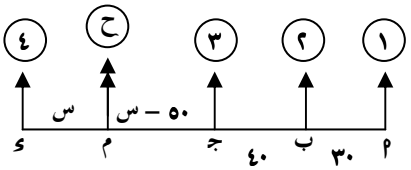
∴ $\overline{م ب}$ يصنع مع الأفقى زاوية قياسها ٣٠°

---

(٥) أربع قوى متوازية ومتحدة الاتجاه مقاديرها ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ث كجم تؤثر عند النقط م ، ب ، جـ ، ء على الترتيب الواقعة على خط مستقيم واحد عمودى على اتجاه القوى .

عيّن محصلة هذه القوى علماً بأن م ب = ٣٠ سم ، ب جـ = ٤٠ سم ، جـ ء = ٥٠ سم .

الحل



ح = ١ + ٢ + ٣ + ٤ = ١٠ ث كجم رأسياً لأعلى

، نفرض أن نقطة تأثير المحصلة م تبعد س سم عن ء

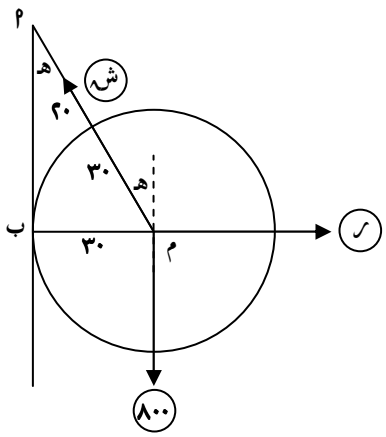
∵ مجموع عزوم القوى حول ء = عزم المحصلة حول ء

∴ $١ \times ١٢٠ + ٢ \times ٩٠ + ٣ \times ٥٠ = ١٠$ س ومنها س = ٤٥

---

(٦) كرة منتظمة ملساء وزنها ٨٠٠ ث جم وطول نصف قطرها ٣٠ سم معلقة من نقطة على سطحها بواسطة خيط خفيف طوله ٤٠ سم مربوط طرفه الآخر فى مسمار مثبت فى حائط رأسى أملس أثبت فى وضع التوازن أن الخيط يميل على الرأسى بزاوية ظلها $\frac{٣}{٤}$ وأن رد فعل الحائط يساوى ٦٠٠ ث جم ، وأوجد الشد فى الخيط .

الحل



Δ م ب م قائم الزاوية فى ب

∴ م ب = ٤٠ سم ∴ ظا هـ $= \frac{٣}{٤}$ = زاوية ميل الخيط على الرأسى

بتطبيق قاعدة لامى :

$$\frac{ر}{\text{جا}هـ} = \frac{٨٠٠}{\text{جتا}هـ} = \frac{ش}{\text{جا}٩٠}$$

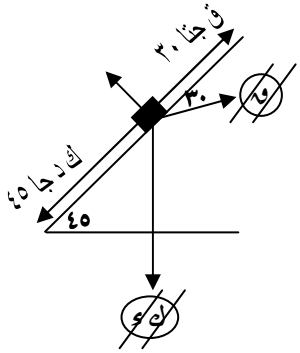
ومنها ر = ٦٠٠ ث جم ، ش = ١٠٠٠ ث جم .

النموذج الرابع

أولاً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الآتية :

(١) تُرك جسيم كتلته ١ كجم ليهبط تحت تأثير وزنه على خط أكبر ميل لمستو أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٤٥° ، أوجد مقدار عجلة الجسيم . أثرت على الجسيم قوة تعمل فى المستوى الرأسى المار بخط أكبر ميل وموجهة نحو المستوى لأعلى وتصنع زاوية قياسها ٣٠° مع المستوى فاستمر فى هبوطه ولكن بنصف عجلته السابقة . عيّن مقدار هذه القوة .

الحل



∵ الجسم يتحرك تحت تأثير وزنه على مستوى أملس

∴ عجلة الحركة = ء جا هـ = ٩,٨ جا ٤٥ = ٤,٩ √٢

نفرض القوة = ق ث كجم

معادلة الحركة : ك ء جا ٤٥ – ق ء جتا ٣٠ = ك جـ′

∴ ١ × ٩,٨ جا ٤٥ – ق × ٩,٨ × جا ٣٠ = ١ × ½ × ٤,٩ √٢

ومنها ق = ¼ √٦ ث كجم

---

(٢) تحرك شخص كتلته ٥٠ كجم صاعداً طريقاً منحدراً يميل على الأفقى قياسها ٣٠° فقطع ١٠٠ متر ، أوجد :

أولاً : الشغل الذى بذله وزن الشخص خلال هذه المرحلة .

ثانياً : التغير فى طاقة وضع الشخص .

الحل

أولاً : الشغل الذى بذله وزن الرجل = – و × ل = ٥٠ × ٩,٨ × ١٠٠ جا ٣٠ = – ٢٤٥٠٠ جول

(حيث ل المسافة الرأسية)

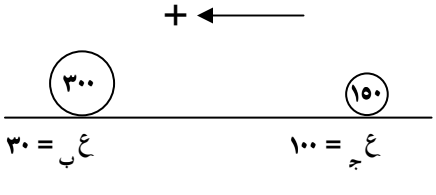
ثانياً : التغير فى طاقة الوضع = – ش هـ = ٢٤٥٠٠ جول

---

(٣) تتحرك كرتان ﻫ ، ب كتلة كل منهما ٣٠٠ جم على خط مستقيم وفى اتجاه واحد ، الأمامية بسرعة ٤٠ سم / ث والخلفية بسرعة ٣٠ سم / ث ، تحركت كرة ثالثة جـ كتلتها ١٥٠ جم على نفس الخط المستقيم وفى نفس اتجاه حركة الكرتين بسرعة ١٠٠ سم / ث فصدمت الكرة ب واستمرت تتحرك بعد التصادم فى نفس اتجاهها الأصلى بسرعة ٤٠ سم / ث . عيّن مقدار دفع أى من الكرتين على الأخرى ، ثم أثبت أن الكرة ب تصدم الكرة ﻫ وعيّن السرعة النهائية للكرة ﻫ علماً بأن الكرة ب استمرت بعد التصادم الثانى تتحرك فى اتجاهها الأصلى بسرعة ٤٥ سم / ث .

الحل

التصادم الأول :



دفع أى من الكرتين على الأخرى = التغير فى كمية حركة جـ

= ١٥٠ (٤٠ − ١٠٠) = − ٩٠٠٠ داين . ث

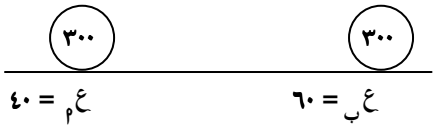
∴ مقدار الدفع = ٩٠٠٠ داين . ث

، ١٥٠ × ١٠٠ + ٣٠٠ × ٣٠ = ١٥٠ × ٤٠ + ٣٠٠ × ع′ب

ومنها سرعة الكرة ب بعد التصادم الأول = ٦٠ سم / ث

التصادم الثانى :

٣٠٠ × ٦٠ + ٣٠٠ × ٤٠ = ٣٠٠ × ٤٥ + ٣٠٠ × ع′م



ومنها سرعة الكرة ﻫ بعد التصادم = ٥٥ سم / ث

ثانياً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الآتية :

(٤) ⓟ أثبت أن عزم الازدواج متجه ثابت ويساوى عزم إحدى قوتى الازدواج بالنسبة لنقطة على خط عمل القوة الأخرى .

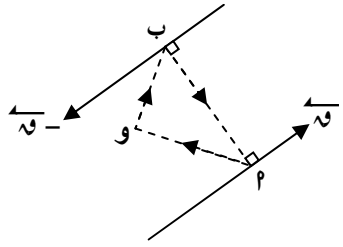
الحل

∵ عزم الازدواج = مجموع عزمى قوتيه بالنسبة لنقطة إختيارية مثل (و) فى مستوى القوتين

∴ ج ﻫ = و ﻫ × ق + و ب × (− ق)

= و ﻫ × ق − و ب × ق

= (و ﻫ − و ب) × ق = ب ﻫ × ق

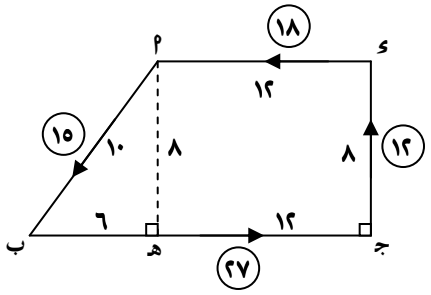


، ∵ النقطتان ا ، ب لا تعتمدان على موضع النقطة و

∴ عزم الازدواج لا يعتمد على موضع النقطة و ، وهو بهذا المعنى متجه ثابت

(ب) ا ب جـ ء شبة منحرف قائم الزاوية فى جـ فيه $\overline{ا ء}$ // $\overline{ب جـ}$ فإذا كان ب جـ = ١٨ سم ، جـ ء = ٨ سم ، ء ا = ١٢ سم وأثرت قوى مقاديرها ١٥ ، ٢٧ ، ١٢ ، ١٨ ث كجم فى $\overleftarrow{ا ب}$ ، $\overleftarrow{ب جـ}$ ، $\overleftarrow{جـ ء}$ ، $\overleftarrow{ء ا}$ على الترتيب . أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً وأوجد عزمه .

الحل



∵ $\frac{١٥}{١٠} = \frac{٢٧}{١٨} = \frac{١٢}{٨} = \frac{١٨}{١٢} = \frac{٣}{٢} =$ ك

، ∵ القوى تتناسب مع الأطوال وفى ترتيب دورى واحد

∴ المجموعة تكافئ ازدواج عزمه ج

∴ ج = ك × ٢ × مساحة شبة المنحرف ا ب جـ ء

$= \frac{٣}{٢} \times ٢ \times \frac{١}{٢} \times (١٢ + ١٨) \times ٨ = ٣٦٠$ ث كجم . سم

(٥) (ا) تؤثر القوى $\overleftarrow{ق_١} = \overleftarrow{س} + \overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_٢} = \overleftarrow{س} - \overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_٣} = ٢\overleftarrow{س} - ٣\overleftarrow{ص}$ عند النقطة ا = (١ ، ١) . أوجد عزم كل من هذه القوى بالنسبة لنقطة الأصل ، ومن ثم أوجد طول العمود الساقط من نقطة الأصل على خط عمل محصلة هذه القوى .

الحل

$\overleftarrow{ر} = \overleftarrow{و ا} = \overleftarrow{ا} = (١ ، ١)$

$\overleftarrow{ج_١} = \overleftarrow{ر} \times \overleftarrow{ق_١} = (١ ، ١) \times (١ ، ١) = (١ - ١) = \overleftarrow{ع}\ ٠$

$\overleftarrow{ج_٢} = \overleftarrow{ر} \times \overleftarrow{ق_٢} = (١ ، ١) \times (١ ، -١) = (-١ - ١) = -٢\ \overleftarrow{ع}$

$\overleftarrow{ج_٣} = \overleftarrow{ر} \times \overleftarrow{ق_٣} = (١ ، ١) \times (٢ ، -٣) = (-٣ - ٢) = -٥\ \overleftarrow{ع}$

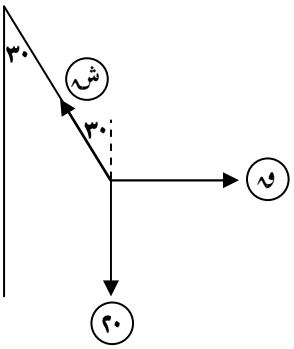
، عزم المحصلة حول و = $\overleftarrow{ج_و} = -٧\ \overleftarrow{ع}$ ، $||\overleftarrow{ج_و}|| = ٧$

$\overleftarrow{ح} = \overleftarrow{ق_١} + \overleftarrow{ق_٢} + \overleftarrow{ق_٣} = ٤\overleftarrow{س} - ٣\overleftarrow{ص}$ ، $||\overleftarrow{ح}|| = \sqrt{(٤)^٢ + (٣)^٢} = ٥$

∴ طول العمود على خط عمل المحصلة = $\frac{٧}{٥} = ١,٤$ وحدة طول

(ب) عُلق ثقل مقداره ٢٠ ث جم من نقطة بواسطة خيط ضعيف . أُزيح الثقل بواسطة قوة أفقية ق مقدارها ق ث جم فاتزنت فى وضع يميل فيه الخيط على الرأسى بزاوية مقاسها ٣٠° . أوجد قيمة ق .

الحل



∵ المجموعة متزنة ، وبتطبيق قاعدة لامى :

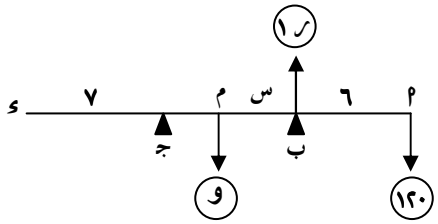
∴ $\frac{ق}{جا ٣٠} = \frac{٢٠}{جتا ٣٠}$

∴ ق = $\frac{٢٠}{٣}\sqrt{٣}$ ث جم

---

(٦) أ ب جـ ء قضيب غير منتظم طوله ٣٥ سم يرتكز فى وضع أفقى على حاملين أملسين عند ب ، جـ حيث أ ب = ٦ سم ، جـ ء = ٧ سم وقد وُجد أنه لو عُلق من الطرف أ ثقل قدره ١٢٠ ث جم أو من الطرف ء ثقل قدره ١٨٠ ث جم كان كل من الثقلين يكفى لأن يكون القضيب على وشك الدوران . أوجد وزن القضيب وبُعد نقطة تأثير وزنه عن الطرف أ .

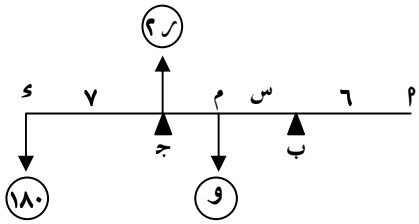
الحل



الحالة الأولى :

∵ المجموعة متزنة ∴ ج ب = ٠

∴ ١٢٠ × ٦ = و × س ..... (١)



الحالة الثانية :

و جـ = ٣٥ − (٦ + ٧ + س) = ٢٢ − س

∵ المجموعة متزنة ∴ ج جـ = ٠

∴ ١٨٠ × ٧ = و (٢٢ − س) ..... (٢)

بقسمة المعادلة (٢) على (١) والضرب التبادلى :

∴ ٧ س = ٤ (٢٢ − س) ∴ ١١ س = ٨٨ ومنها س = ٨ سم

بالتعويض فى (١) ∴ ١٢٠ × ٦ = ٨ و ومنها و = ٩٠ ث جم

∴ وزن القضيب = ٩٠ ث جم ويبعد عن الطرف أ بمقدار ١٤ سم .

النموذج الخامس

أولاً : أجب عن سؤالين من الأسئلة الآتية :

(١) تتحرك شاحنة كتلتها ٢ طن وقدرة محركها ٢٠ حصاناً على طريق أفقى بأقصى سرعة وقدرها ٨٠ كم / س . عيّن مقدار مقاومة الطريق لحركة الشاحنة وإذا حُمّلت هذه الشاحنة بشحنة وزنها ٤٧٥ ث كجم وتحركت صاعدة طريقاً منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{١٥}$ فما هى أقصى سرعة لها على هذا الطريق إذا عُلم أن مقدار مقاومة الطريق المنحدر ضعف قيمة مقاومة الطريق الأفقى .

الحل

أولاً : على الطريق الأفقى :

الشحنة تتحرك بأقصى سرعة (سرعة منتظمة)

∴ ق = م

القدرة = ق × ع = م × ع

∴ ٢٠ × ٧٥ = م × ٨٠ × $\frac{٥}{١٨}$ ⇐ م = ٦٧,٥ ث كجم

ثانياً : على المنحدر :

أقصى سرعة (سرعة منتظمة)

∴ ق′ = ٢ م + ك ى جا هـ = ٢ × ٦٧,٥ × ٩,٨ + (٢٠٠٠ + ٤٧٥) × ٩,٨ × $\frac{١}{١٥}$

∴ ق′ = ٣٠٠ × ٩,٨ نيوتن = ٣٠٠ ث كجم

∵ القدرة = ق′ × ع′ ∴ ٢٠ × ٧٥ = ٣٠٠ × ع′ ومنها ع′ = ٥ م / ث

---

(٢) يتحرك مصعد رأسياً بعجلة منتظمة مقدارها ١٤٠ سم / ث^{٢} معلق فى سقفه ميزان زنبركى يحمل جسماً كتلته ٧ كجم . أوجد الوزن الظاهرى بثقل الكيلو جرام الذى يبينه الميزان :

أولاً : إذا كان المصعد صاعداً . ثانياً : إذا كان المصعد هابطاً .

الحل

أولاً : ش = ك (ى + جـ) = ٧ (٩,٨ + ١,٤) نيوتن = ٨ ث كجم

ثانياً : ش = ك (ى − جـ) = ٧ (٩,٨ − ١,٤) نيوتن = ٦ ث كجم

(٣) ⓐ عرّف طاقة الحركة

الحل

هى نصف حاصل ضرب كتلة الجسم × مربع سرعته عند اللحظة المطلوبة

ⓑ أُطلقت رصاصة كتلتها ١٢ جم بسرعة ٢١ متر / ث . أوجد طاقة حركة الرصاصة بالجول . وإذا إصطدمت الرصاصة عندئذ عمودياً بحائط رأسى ودخلت فيه مسافة ٦ سم ، فأوجد مقاومة الحائط للرصاصة مقدرة بثقل الكيلو جرام بفرض أنها ثابتة .

الحل

طاقة حركة الرصاصة = $\frac{١}{٢}$ × ك ع^{٢} = $\frac{١}{٢}$ × ٠,٠١٢ × (٢١)^{٢} = ٢,٦٤٦ جول

، $\frac{١}{٢}$ك (ع^{٢} − ع$_{٠}^{٢}$) = − م × ف ..... (من مبدأ الشغل والطاقة)

∴ $\frac{١}{٢}$ × ٠,٠١٢ (٠ − ٤٤١) = − م × ٠,٠٦ ∴ م = ٤٤١ نيوتن = ٤,٥ ث كجم

(٤) ⓐ أوجد حاصل الضرب الاتجاهى للمتجهين :

$\overleftarrow{أ}$ = ٤ $\overleftarrow{س}$ − ٣ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ب}$ = ٥ $\overleftarrow{س}$ − ٧ $\overleftarrow{ص}$ وعيّن مساحة سطح المثلث المقام على القطعتين المستقيمتين الممثلتين لهذين المتجهين كضلعين متجاورين .

الحل

$\overleftarrow{أ}$ × $\overleftarrow{ب}$ = (٤ ، − ٣) × (٥ ، − ٧) = (− ٢٨ + ١٥) $\overleftarrow{ع}$ = − ١٣ $\overleftarrow{ع}$

، || $\overleftarrow{أ}$ × $\overleftarrow{ب}$ || = ١٣ = ضعف المساحة ∴ مساحة المثلث = ٦,٥ وحدة مساحة

ⓑ ليكن و$\overleftarrow{س}$ ، و$\overleftarrow{ص}$ اتجاهين متعامدين ، $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ متجهى الوحدة فى هذين الاتجاهين على الترتيب . تؤثر القوة $\overleftarrow{ق}$ = ٢ $\overleftarrow{س}$ − ٣ $\overleftarrow{ص}$ عند النقطة أ = (١ ، ٢) . احسب عزم هذه القوة بالنسبة للنقطة (و) ثم عيّن طول العمود الساقط من النقطة و على خط عمل القوة .

الحل

$\overleftarrow{ر}$ = (١ ، ٢) ، $\overleftarrow{ق}$ = (٢ ، − ٣)

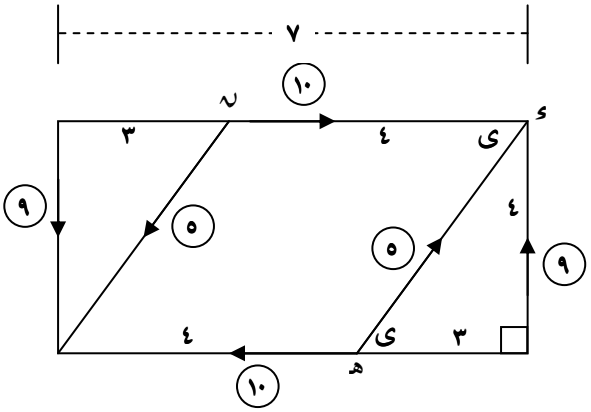
$\overleftarrow{ج_{و}}$ = $\overleftarrow{ر}$ × $\overleftarrow{ق}$ = (١ ، ٢) × (٢ ، − ٣) = (− ٣ − ٤) $\overleftarrow{ع}$ = − ٧ $\overleftarrow{ع}$

، || $\overleftarrow{ج_{و}}$ || = ٧ ، || $\overleftarrow{ق}$ || = $\sqrt{١٣}$

∴ طول العمود = ٧ ÷ $\sqrt{١٣}$ وحدة طول

(٥) أ ب جـ ء مستطيل فيه أ ب = ٤ سم ، ب جـ = ٧ سم . أُخذت نقطة هـ على $\overline{ب جـ}$ بحيث جـ هـ = ٣ سم ، نقطة ن على $\overline{أ ء}$ بحيث أ ن = ٣ سم ، أثرت القوى ٩ ، ١٠ ، ٩ ، ١٠ ، ٥ ، ٥ نيوتن فى $\overleftarrow{أ ب}$ ، $\overleftarrow{جـ ب}$ ، $\overleftarrow{جـ ء}$ ، $\overleftarrow{أ ء}$ ، $\overleftarrow{هـ ء}$ ، $\overleftarrow{ن ب}$ على الترتيب . اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً وأوجد عزمه .

الحل



الشكل ب هـ ء ن متوازى أضلاع

، هـ ء = ٥ سم

القوتان (٩ ، ٩) تكونان ازدواج عزمه $ج_{١}$

$ج_{١}$ = ٩ × ٧ = ٦٣ نيوتن . سم

، القوتان (١٠ ، ١٠) تكونان ازدواج عزمه $ج_{٢}$

$ج_{٢}$ = − ١٠ × ٤ = − ٤٠ نيوتن . سم

، القوتان (٥ ، ٥) تكونان ازدواج عزمة $ج_{٣}$

$ج_{٣}$ = ٥ × ء ن جا ى = ٥ × ٤ × $\frac{٤}{٥}$ = ١٦ نيوتن . سم

∴ المجموعة تكافئ ازدواج عزمه = ٦٣ − ٤٠ + ١٦ = ٣٩ نيوتن . سم

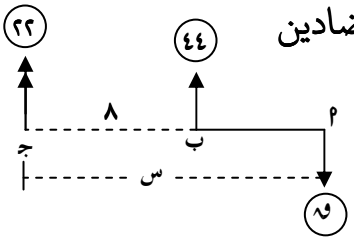
---

(٦) محصلة قوتين متوازيتين مقدارها ٢٢ ث جم وإحدى القوتين مقدارها ٤٤ ث جم ، وتعمل على بُعد ٨ سم من المحصلة . أوجد مقدار القوة الأخرى وبُعدها عن المحصلة إذا كانت المحصلة والقوة المعلومة تعملان :

أولاً : فى اتجاه واحد . ثانياً : فى اتجاهين متضادين .

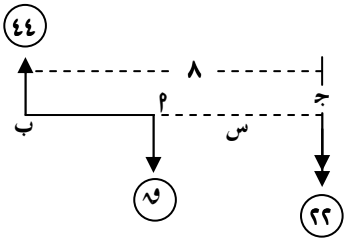
الحل

∵ المحصلة أصغر من إحدى القوتين ∴ القوتين فى اتجاهين متضادين



أولاً : ٢٢ = ٤٤ − ن ⇐ ن = ٢٢ ث جم

، $ج_{جـ}$ = ٠ ⇐ − ن × س + ٤٤ × ٨ = ٠ ومنها س = ١٦ سم



، $ج_{جـ}$ = ٠ ⇐ ٦٦ × س − ٤٤ × ٨ = ٠ ومنها س = $\frac{١٦}{٣}$ سم

(حيث س = بُعد القوة الثانية عن المحصلة)