مكتب مستشار الرياضيات

نموذج امتحان التفاضل والتكامل

العام الدراسى ٢٠١٣ – ٢٠١٤

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول : أكمل كلاً مما يأتى

❶ إذا كان د (س) = ٢ س جا س جتا س فإن د ″ (س) = ...

❷ إذا كان للدالة د (س) = س ^{٢} + $\frac{\text{ب}}{\text{س}}$ نقطة حرجة عند س = ٢ فإن ب = ...

❸ إذا كان للدالة د ′ (س) = ١ – جا ٢ س ، د (٠) = $\frac{١}{٢}$ ، فإن د ($\frac{\pi}{٢}$) = ...

❹ إذا كانت د (س) = $\begin{cases} \text{ظا س + ٣ قا س} & \text{عندما س} < ٠ \\ \dfrac{\text{م جا س}}{\text{س}} & \text{عندما س} > ٠ \end{cases}$ لها نهاية عندما س تؤول إلى ٠ ،

فإن م = ...

❺ إذا كانت د (س) = $\dfrac{\text{س} + ٣}{\text{س}^{٢} + \text{م س} + ٩}$ متصلة على ح فإن م = ...

❻ ميل المماس لمنحنى الدائرة س ^{٢} + ص ^{٢} = ١ عند س = $\frac{٣}{٥}$ يساوى ....

السؤال الثانى

❶ إذا كانت د (س) = $\begin{cases} \text{س}^{٢} + ٢\text{س} & \text{عندما س} \leq ٠ \\ \text{أ س + ب} & \text{عندما س} > ٠ \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند س = ٢ ، فأوجد

قيمة كل من أ ، ب .

❷ أوجد التكاملات الآتية :

❶ $\displaystyle\int \frac{\text{س} - ١}{(\text{س} + ١)^{٣}} \, \text{ء س}$

❷ $\displaystyle\int \sqrt{١ + \text{جا} \theta} \, \text{ء} \theta$ حيث $\theta \in]٠ ، \pi[$

السؤال الثالث

❶ إذا كان ص ^{٢} + جا ص + س ^{٢} = ٤ فأوجد $\dfrac{\text{ء}^{٢}\text{ص}}{\text{ء س}^{٢}}$

تابع السؤال الثالث

❷ وعاء أسطوانى الشكل طول نصف قطر قاعدته ١٠ سم ، وارتفاعه ٦٠ سم فإذا كان الوعاء فارغاً وصب فيه الماء بمعدل ٣٠ π سم ^{٣} / ث . أوجد معدل ارتفاع الماء فى الوعاء ثم بين متى يمتلئ الوعاء بالماء ؟

السؤال الرابع

❶ أثبت أن مساحة المثلث المحصور بين المماس للمنحنى ص = $\frac{١}{س}$ (حيث س > ٠) عند أى نقطة عليه ومحور السينات ومحور الصادات تساوى ٢ وحدة مربعة .

❷ إذا كان منحنى الدالة ص = س^{٣} + أ س^{٢} + ب س له نقطة انقلاب عند (٣ ، - ٩) فأوجد قيمة كل من أ ، ب ، ثم حدد فترات التزايد وفترات التناقص ونقط القيم العظمى والصغرى المحلية .

السؤال الخامس

❶ متوازى مستطيلات حجمه ١٨٠٠ سم ^{٣} ، النسبة بين بعدى قاعدته ٢ : ٣ أوجد أبعاده التى تجعل مساحته الكلية أصغر ما يمكن .

❷ إذا كان ميل المماس لمنحنى عند أى نقطة عليه يساوى $\sqrt{\frac{٢ص - ١}{٣ - ٢س}}$ فأوجد معادلة المنحنى إذا علم أنه يمر بالنقطة (١ ، ١) .