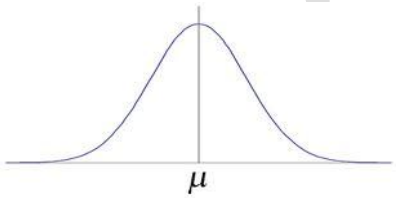
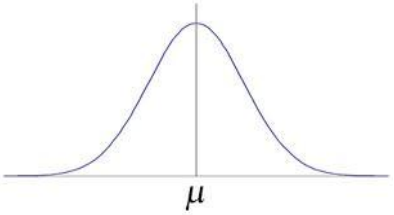
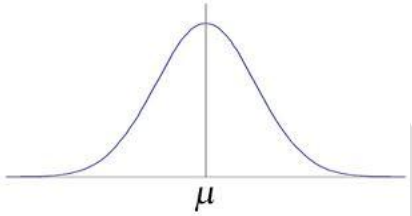
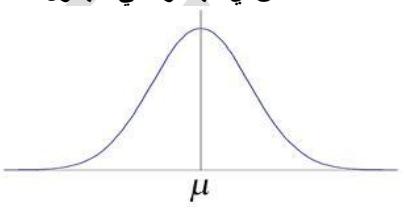
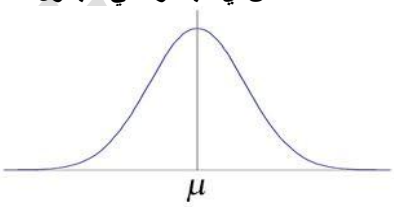
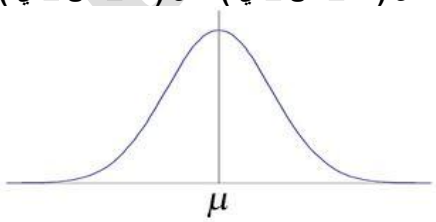
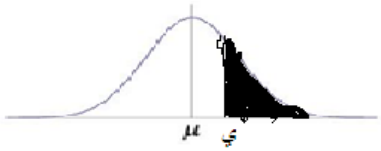
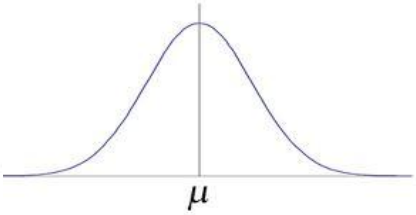
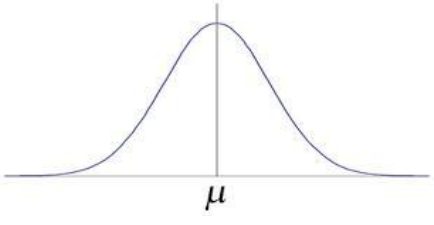
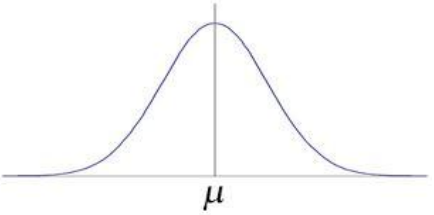
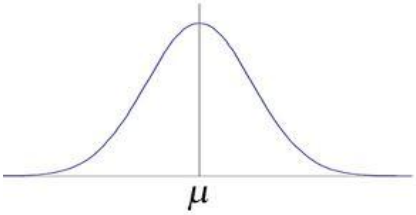
أولا :- التويع الطبيعي المعياري

يسمي التويع الطبيعي معياري إذا كان وسطه الحسابي μ = صفر وانحرافه المعياري σ = ١

** خواص المنحني المعياري:

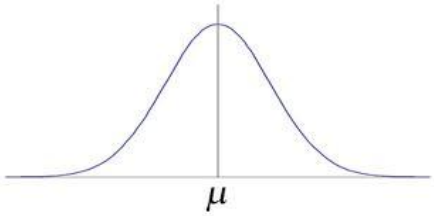
١) المساحة أسفل المنحني الطبيعي وفوق محور السينات =١
٢) المنحني بأكمله فوق محور السينات
٣) المنحني متماثل بالنسبة للمستقيم س = μ = .
٤) محور الصادات " س=. " يقسم المساحة المظلله الي نصفين متساويين مساحة كل منهما = ٥ر

ملخص لبعض قواعد استخدام جداول المساحات تحت المنحني الطبيعي المعياري

١) ل (ص ≤ ٠) = ٥ر 	٢) ل (ص ≥٠) = ٥ر 	٩) ل (ي ≥ ص ≥ ي) = ل (٠ ≥ ص ≥ ي) – ل (٠ ≥ ص ≥ ي) 
٣) ل (٠ ≥ ص ≥ ي) نكشف عن ي مباشرة في الجدول 	٤) ل (٠ ≥ ص ≥ - ي) نكشف عن ي مباشرة في الجدول 	١٠) ل (-ي ≥ ص ≥ -ي) = ل (٠ ≥ ص ≥ ي) – ل (٠ ≥ ص ≥ ي) 
٥) ل (ص ≤ ي) = ٥ر – ل (٠ ≥ ص ≥ ي) 	٦) ل (ص ≥ - ي) = ٥ر – ل (٠ ≥ ص ≥ ي) 	١١) ل (-ي ≥ ص ≥ ي) = ل (٠ ≥ ص ≥ ي) + ل (٠ ≥ ص ≥ ي) 
٧) ل (ص ≤ ي) = ٥ر + ل (٠ ≥ ص ≥ ي) 	٨) ل (ص ≤ ي) = ٥ر + ل (٠ ≥ ص ≥ ي) 	

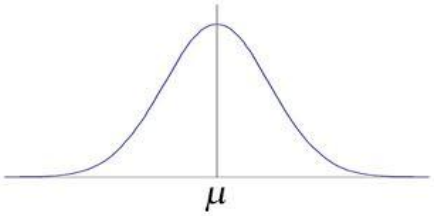
تمارين علي التوزيع الطبيعي المعياري

مثال ١) أوجد قيمة (ص ≤ ٠ر٦٤)



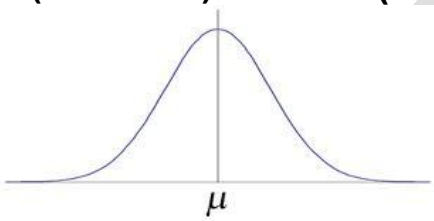
= ٠ر ــ ل (٠ ≤ ص ≤ ي)
= ٠ر ــ ٠ر٢٣٨٩ = ٠ر٢٦١١

مثال ٢) أوجد قيمة (ص ≥ ــ ٠ر٦٤)



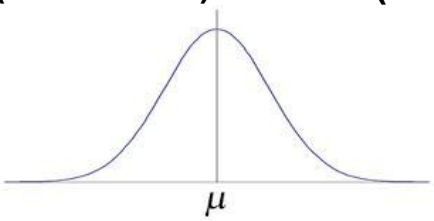
= ٠ر ــ ل (٠ ≤ ص ≤ ي)
= ٠ر ــ ٠ر٢٣٨٩ = ٠ر٢٦١١

مثال ٣) أوجد قيمة (ص ≥ ٠ر٦٤)



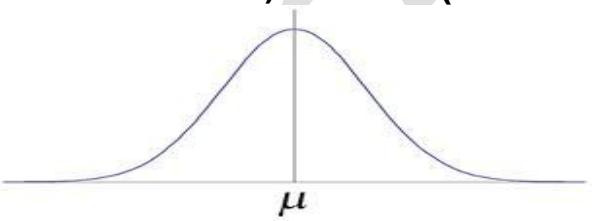
= ٠ر + ل (٠ ≤ ص ≤ ي)
= ٠ر + ٠ر٢٣٨٩ = ٠ر٧٣٨٩

مثال ٤) أوجد قيمة (ص ≤ ــ ٠ر٦٤)



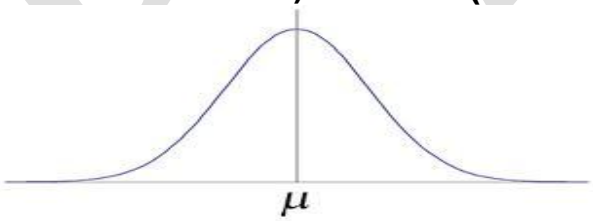
= ٠ر + ل (٠ ≤ ص ≤ ي)
= ٠ر + ٠ر٢٣٨٩ = ٠ر٧٣٨٩

مثال ٥) أوجد قيمة (٠ر٨٦ ≤ ص ≤ ١ر٤٢)



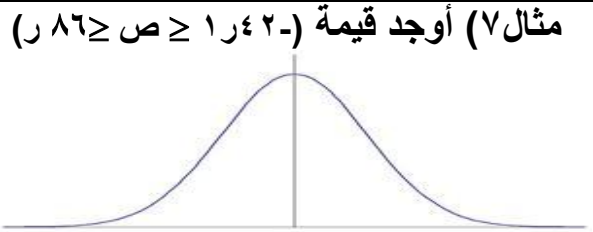
= ل (٠ ≤ ص ≤ ١ر٤٢) ــ ل (٠ ≤ ص ≤ ٠ر٨٦)
= ٠ر٤٢٢٢ ــ ٠ر٣٠٥١ = ٠ر١١٧١

مثال٦) أوجد قيمة (-١ر٤٢ ≤ ص ≤ ــ ٠ر٨٦)



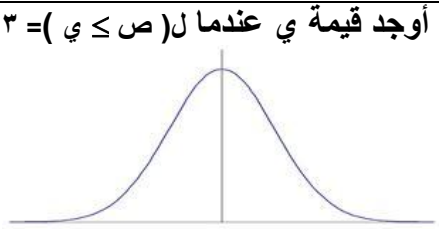
= ل (٠ ≤ ص ≤ ١ر٤٢) ــ ل (٠ ≤ ص ≤ ٠ر٨٦)
= ٠ر٤٢٢٢ ــ ٠ر٣٠٥١ = ٠ر١١٧١

مثال٧) أوجد قيمة (-١ر٤٢ ≤ ص ≤ ٠ر٨٦)



= ل (٠ ≤ ص ≤ ١ر٤٢) + ل (٠ ≤ ص ≤ ٠ر٨٦)
= ٠ر٤٢٢٢ + ٠ر٣٠٥١ = ٠ر٧٢٧٣

مثال ٨) أوجد قيمة ي عندما ل(ص ≤ ي)= ٠ر٤٠١٣



ل(ص ≤ ي) = ٠ر ــ ل (٠ ≤ ص ≤ ي) = ٠ر٤٠١٣
ل (٠ ≤ ص ≤ ي) = ٠ر ــ ٠ر٤٠١٣ = ٠ر٠٨٩٧
بالبحث عن هذا الرقم بجدول المساحات
∴ ي = ٠ر٢٥

ملاحظات هامة لمعرفة ك موجة أو سالبة :

- اذا كانت ي اقل من ٥ر والعلامة ≤ ، اذا كانت ي اكبر من ٥ر والعلامة ≥ (تكون ك موجبة)
- اذا كانت ي اقل من ٥ر والعلامة ≥ ، اذا كانت ي اكبر من ٥ر والعلامة ≤ (تكون ك سالبة)

ثانيا : التوزيع الطبيعي الغير معياري:-

$$ص \longleftarrow \frac{س - \mu}{\sigma}$$

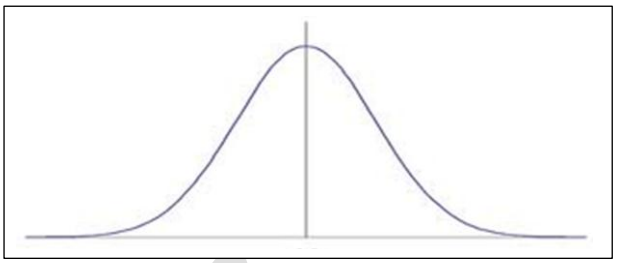
النسبة المئوية = الاحتمال × ١٠٠ = ٠٠٠٠%

العدد = الاحتمال × العدد الكلي

مثال:- اذا كان س متغير طبيعي وسطه الحسابي μ = ٨ وانحرافه المعياري σ = ٢

أوجد ل (س ≤ ١٠)

الحل



∵ ل (س ≤ ١٠) = $\frac{س - \mu}{\sigma}$

∴ ل (ص ≤ ــــــــ) = ١

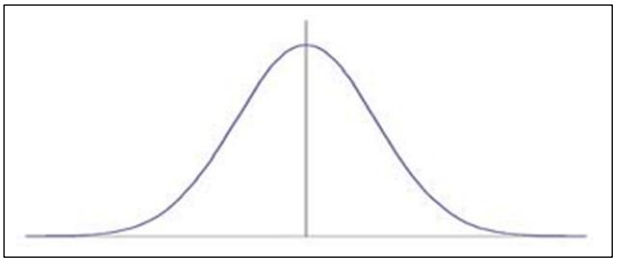
= ٥ر + ل (٠ ≤ ص ≤ ي)

= ٥ر + ٣٤١٣ر =٨٤١٣ر٠

مثال:- اذا كان توزيع أجور عمال أحد المصانع يتبع توزيعا طبيعيا وسطه الحسابي μ = ٧٥ وانحرافه المعياري σ = ١٠

أوجد: ١- النسبة المئوية لعدد العمال الذين تزيد أجورهم عن ٩٠ جنيها.

٢ - النسبة المئوية لعدد العمال الذين تتراوح أجورهم عن ٦٠ ، ٨٠ جنيها.



∵ ل (س ≤ ٩٠) = $\frac{س - \mu}{\sigma}$

∴ ل (ص ≤ ــــــــ) = ٥ر١

= ٥ر ــ ل (٠ ≤ ص ≤ ي)

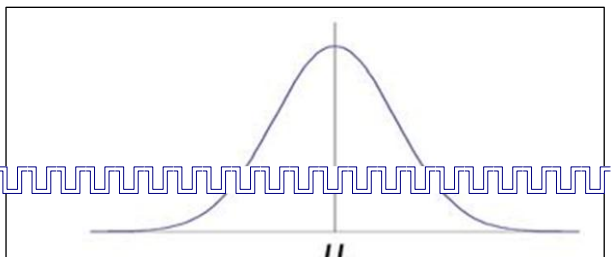
= ٥ر ــ ٤٣٣٢ر = ٠٦٦٨ر٠

النسبة المئوية = الاحتمال × ١٠٠ = ٠٠٠٠%

النسبة المئوية = ٠٦٦٨ر٠ × ١٠٠ = ٦٨ر٦%

∴ ل (٦٠ ≤ س ≤ ٨٠) = (ــــــــ ≤ ص ≤ ــــــــ)

ل (- ٥ر١ ≤ ص ≤ ٥ر)



= ل (٠ ≤ ص ≤ ٥ر١) + ل (٠ ≤ ص ≤ ٥ر)

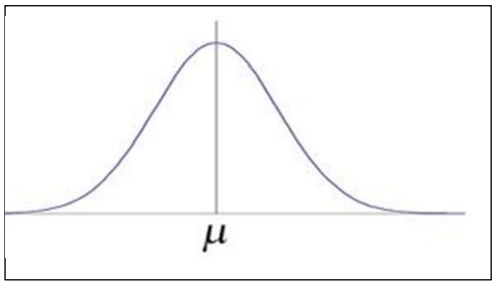
= ٤٣٣٢ر + ١٩١٥ر = ٦٢٤٧ر٠

النسبة المئوية = الاحتمال × ١٠٠ = ٠٠٠٠%

النسبة المئوية = ٠ر٦٢٤٧ × ١٠٠ = ٦٢ر٤٧%

مثال:- اذا كان س متغير عشوائي طبيعي وسطه الحسابي μ = ٤٨ وتباينه σ^2 = ٢٥ وكان ل (س ≤ ك) = ٠ر١٨١٤ فإن ك = ٠٠٠٠

الحل



∵ ل (س ≤ ك) = $\frac{\text{س} - \mu}{\sigma}$

∴ ل (س ≤ ك) = (ــــــــ) = ٠ر١٨١٤

اذا كانت ي اقل من ٥ر والعلامة ≤ تكون ك موجبة

∵ ل(ص ≤ ك) = ٥ر ــ ل (٠ ≤ ص ≤ ي) = ١٨١٤ر

ل (٠ ≤ ص ≤ ي) = ٥ر ــ ١٨١٤ر = ٠ر٣١٨٦

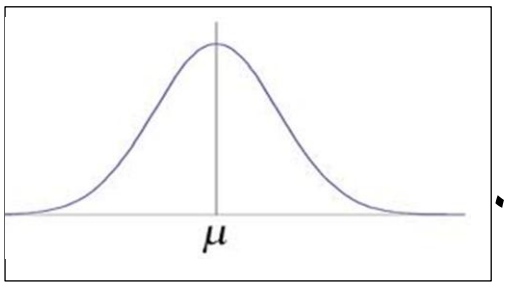
بالبحث عن هذا الرقم بجدول المساحات ∴ ي = ٠ر٩١

∵ ــــــــ = ٠ر٩١

∴ ك = ٥ × ٠ر٩١ + ٤٨ = ٥٢ر٥٥

مثال:- اذا كان درجات الطلاب في احدي المدارس هي متغير عشوائي طبيعي وسطه الحسابي μ = ٤٢ واحرافه المعياري σ حيث حصل ٢٦ر١١ % من الطلاب علي أكثر من ٥٠ درجة فأوجد قيمة وكان σ

الحل



∵ ل (س ≤ ٥٠) = $\frac{\text{س} - \mu}{\sigma}$

∴ ل (س ≤ ٥٠) = (ــــــــ) = ٠ر٢٦١١

اذا كانت ي اقل من ٥ر والعلامة ≤ تكون ك موجبة

∵ ل(ص ≤ ك) = ٥ر ــ ل (٠ ≤ ص ≤ ي) = ٢٦١١ر

ل (٠ ≤ ص ≤ ي) = ٥ر ــ ٢٦١١ر = ٠ر٢٣٨٩

بالبحث عن هذا الرقم بجدول المساحات ∴ ي = ٠ر٦٤

∵ ــــــــ = ٠ر٦٤

∴ σ = ٨ ÷ ٠ر٦٤ = ١٢ر٥