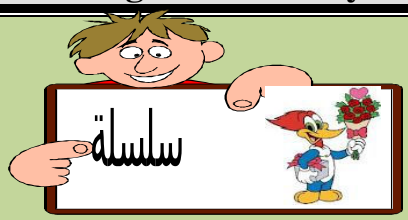
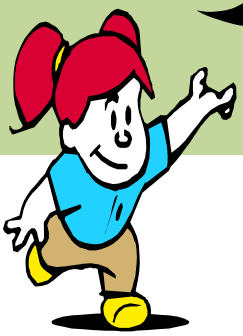
Elgebra_nour@yahoo.com



نـــــور



في

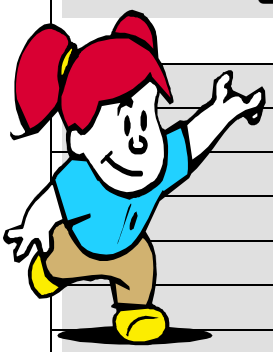
جـــــبر

الصف الثالث الثانوي

مراجعة (١) تباديل وتوافيق وذات الحدين

جدول مذاكرة

الوقت / اليوم	الفترة الأولى			الفترة الثانية			الفترة الثالثة			ملاحظات
	المادة	الوقت من	الوقت إلى	المادة	الوقت من	الوقت إلى	المادة	الوقت من	الوقت إلى	
السبت										
الأحد										
الاثنين										
الثلاثاء										
الأربعاء										
الخميس										
الجمعة										



طرق المذاكرة الجيدة

-:أولا : عناصر تنظيم الوقت
تحديد وقت النهوض صباحا
تحديد أوقات تناول الطعام
تحديد أوقات المذاكرة
تحديد مكان المذاكرة
تحديد أوقات النوم
تحديد أوقات الاستراحة
تحديد الاستفادة من العطلة

مبادئ أساسية

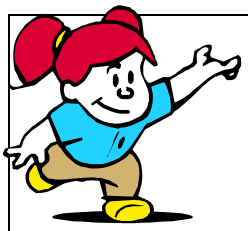
ترتيب الواجبات حسب الأولويات
الراحة أن يوفر الجدول قسطاً كافيا من
محاولة جعل أوقات الدراسة خلال ساعات النهار
.مراجعة جدول الأعمال أسبوعيا
الحرص على الالتزام بالجدول
يجب أن لا يزيد عدد المواد في جدول المذاكرة في اليوم الواحد عن ثلاث مواد دراسية

أ/ محمد نور

التباديل :

هو ترتيب لعدة أشياء مختلفة بأخذها كلها أو بعضها فى كل مرة و يرمز له بالرمز :

" $ن ل_ر$ " حيث : $ن$ هو العلم ، $ر$ هو الدليل ، $ر \leq ن$



قوانين التباديل :

(١) $ن ل_ر = ن (ن - ١) (ن - ٢) ..... (ن - ر + ١)$

(٢) $ن ! = ن ل_ن = ن (ن - ١) (ن - ٢) ..... ٣ \times ٢ \times ١$

(٣) $ن ! = ن = ن (ن - ١) = ن - ١ ! = ن - ٢ !$ (تصغير المضروب)

(٤) $ن ل_ر = \frac{ن !}{ن - ر !}$ $ن \geq ر \geq ١$ ، $ر \in ط$

تستخدم اذا تساوت تبديلتين وعلم ن أو ر باختصار المضروبات

(٥) $ل_{٠} = ١$ ، $٠ ! = ١$ ، $١ = ١ !$ ، $١ = صفر !$

(٦) $\frac{ل_ر}{ل_{ر-١}} = ن - ر + ١$

العلاقة بين التباديل و التوافيق :

$$ق_ر = \frac{ل_ر}{ر !} = \frac{ن (ن - ١) (ن - ٢) ..... (ن - ر + ١)}{ر (ر - ١) (ر - ٢) ..... ٣ \times ٢ \times ١}$$

$ن \geq ر \geq ١$ ، $ر \in ط$

قوانين التوافيق :

(١) $ق_ر = \frac{ن !}{ر ! (ن - ر) !}$ فمثلاً : $ق_{ر}^{١٥} = \frac{١٥ !}{ر ! (١٥ - ر) !}$

(٢) $ق_ر = ق_{ن-ر}$ " قانون التبسيط " (تسمى التوفيقتان متكاملتين)

يستخدم لتبسيط التوفيق العددى إذا كان : $ر > \frac{١}{٢} ن$

(٣) $ق_ن = ق_{٠} = ١$ ، $ق_{١} = ن$

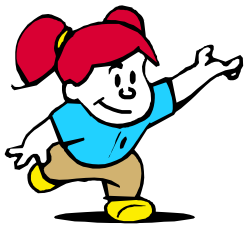
(٤) إذا كان : $ق_ر = ق_هـ$ فإن : $ر = هـ$ أو ؛ $ن = ر + هـ$

(٥) النسبة بين $ق_ر$ ، $ق_{ر-١}$

$$\frac{ق_ر}{ق_{ر-١}} = \frac{ن - ر + ١}{ر}$$

أ/ محمد نور / إتباع تربية ٠١٠٠٥٠٢٧٩٧٢

(١) إذا كان : ${}^{م+٢}ل_{٣} = ٢١٠$ ، ${}^{م-٢}ل_{٢} = ٦$ أوجد قيمة م ، ن



${}^{م+٢}ل_{٣} = ٢١٠ = ٧ \times ٦ \times ٥$ ∴ ${}^{م+٢}ل_{٣} = {}^{٧}ل_{٣}$

∴ م + ن = ٧ (١)

${}^{م-٢}ل_{٢} = ٦ = ٣ \times ٢$ ∴ ${}^{م-٢}ل_{٢} = {}^{٦}ل_{٢}$

∴ م − ن = ٦ (٢)

بجمع (١) ، (٢) ∴ م = ٥ بالتعويض فى (١) ن = ٢

(٢) أثبت أن : $\frac{{}^{ن}و_{ر}}{{}^{ن-١}و_{ر-١}} = \frac{ن}{ر}$ ومن ذلك أوجد قيمة : $\frac{{}^{٣٦}و_{١٢}}{{}^{٣٥}و_{١١}}$

∵ ${}^{ن}و_{ر} = \frac{\lfloor ن}{\lfloor ر \lfloor ن-ر} = \frac{ن \lfloor ن-١}{ر \lfloor ر-١ \lfloor ن-ر}$ (١)

، ${}^{ن-١}و_{ر-١} = \frac{\lfloor ن-١}{\lfloor ر-١ \lfloor ن-ر}$ (٢)

بقسمة (٢) على (١) ينتج :

∴ $\frac{{}^{ن}و_{ر}}{{}^{ن-١}و_{ر-١}} = \frac{ن}{ر}$

٣- اثبت أن $\lfloor ٢ن = (١ \times ٣ \times ٥ \times ٠٠٠٠٠ (٢ن-١) \times ٢^{ن} \lfloor ن$

الحل الايمن

$\lfloor ٢ن = ٢ن (٢ن-١)(٢ن-٢)(٢ن-٣)(٢ن-٤) \times ٠٠٠ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ =$

$[(٢ن-١)(٢ن-٣) \times ٠٠٠٠٠ \times ٣ \times ١] \times [٢ن (٢ن-٢)(٢ن-٤) \times ٤٠٠٠٠ \times ٢$

$= [(٢ن-١)(٢ن-٣) \times ٠٠٠٠٠ \times ٣ \times ١] \times ٢^{ن} [ن (ن-١)(ن-٢) ..... \times ٢ \times ١]$

$= (١ \times ٣ \times ٥ \times ٠٠٠٠٠ (٢ن-١) \times ٢^{ن} \lfloor ن$ = الايسر

تدريب اذا كان $\lfloor ٢ن - ١$ = ${}^{٦}ل_{٤}$ اوجد قيمة ن

- أثبت أن ${}^{ن}و_{ر} + {}^{ن}و_{ر+١} = {}^{ن+١}و_{ر+١}$ ومن ثم

أ) اوجد قيمة $\frac{{}^{١٧}و_{٦} + {}^{١٧}و_{٥}}{{}^{١٨}و_{٥}}$

ب) أثبت أن : ${}^{ن}و_{ر+١} + ٢ \times {}^{ن}و_{ر} + {}^{ن}و_{ر-١} = {}^{ن+٢}و_{ر+١}$

الايمن

$$\frac{ن}{ر \quad | \quad ن - ر} + \frac{ن}{ر + ١ \quad | \quad ن - ر - ١} = \frac{ن \quad | \quad (ر+١)(ن - ر) + ن}{ر + ١ \quad | \quad ن - ر}$$

$$= \frac{ن \quad | \quad (ن+١)}{ر + ١ \quad | \quad ن - ر} = \frac{ن + ١ \quad |}{ر + ١ \quad | \quad ن - ر} = و_{ن+١}^{ر+١} = \text{الايسر}$$

$$\therefore \frac{و_{٦}^{١٧} + و_{٥}^{١٧}}{و_{٥}^{١٨}} = \frac{و_{٦}^{١٨}}{و_{٥}^{١٨}} = \frac{١٨ - ٦ + ١}{٦} = \frac{١٣}{٦}$$

الايمن

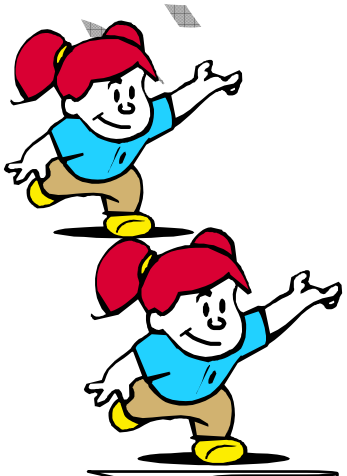
$$= و_{ر+١}^{ن} + و_{ر}^{ن} + و_{ر}^{ن} = و_{ر-١}^{ن+١} + و_{ر+١}^{ن+١} + و_{ر}^{ن+٢} = و_{ر+١}^{ر} = \text{الايسر}$$

٥- اذا كان $و_{ن-١}^{ن} = ل_{ر}^{ن}$ ، $و_{٥}^{س} = ١$ ، $ن = ر + س$ اوجد قيم $ن - ٣$

٦- $ل_{ر+١}^{ن+١} = ٧ \times ل_{ر}^{ن}$ ، $و_{ر}^{ن} = ٤ \times و_{ر-١}^{ن} \times ٣$ اوجد قيمة $ن - ر - ٢$

٧- اذا كان $و_{ر}^{ن} : و_{ر+٢}^{ن} : و_{ر+٤}^{ن} = ٣ : ١٤ : ١٤$ اوجد قيمة ن ، ر

٨- اذا كان العمل الاوسط فى مفكوك $ل_{٧}^{ن}$ يساوي ٩ وكان $س^{٢} - ن = ٤$ اوجد $س$



نظرية ذات الحدين :

إذا كان : أ ، ب عددين حقيقيين ، ن عدد صحيح موجب فإن :

$$(أ+ب)^{ن} = {}^{ن}ق_{٠}\, أ^{ن} + {}^{ن}ق_{١}\, أ^{ن-١}\, ب + {}^{ن}ق_{٢}\, أ^{ن-٢}\, ب^{٢} + \cdots\cdots + {}^{ن}ق_{ر}\, أ^{ن-ر}\, ب^{ر} + \cdots\cdots + {}^{ن}ق_{ن}\, ب^{ن}$$

* إذا كان : س ∈ ح ، ن عدد صحيح موجب فإن :

$$(١+س)^{ن} = ١ + {}^{ن}ق_{١}\, س + {}^{ن}ق_{٢}\, س^{٢} + \cdots + {}^{ن}ق_{ر}\, س^{ر} + \cdots\cdots + {}^{ن}ق_{ن}\, س^{ن}$$

$$، \quad (١-س)^{ن} = ١ - {}^{ن}ق_{١}\, س + {}^{ن}ق_{٢}\, س^{٢} + \cdots + {}^{ن}ق_{ر}\,(-س)^{ر} + \cdots\cdots + {}^{ن}ق_{ن}\,(-س)^{ن}$$

مجموع المفكوكين = ضعف الحدود الفردية الرتبة فى المفكوك الأول

$$= ٢\,(ح_{١} + ح_{٣} + ح_{٥} + \cdots\cdots)$$

الفرق بين المفكوكين = ضعف الحدود الزوجية الرتبة فى المفكوك الأول

$$= ٢\,(ح_{٢} + ح_{٤} + ح_{٦} + \cdots\cdots)$$

الحد العام فى مفكوك $(أ+ب)^{ن}$:

$$، \quad ح_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر}\, ب^{ر}\, أ^{ن-ر}$$ و هو الحد العام فى مفكوك $(أ+ب)^{ن}$

حيث : ر = ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ..... ، ن

أى أن : $ح_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر}$ (الثانى)^{ر} (الأول)$^{ن-ر}$

لإيجاد الحد الأوسط أو الحدين الأوسطين فى مفكوك ذات الحدين :

نعلم أن : عدد الحدود فى مفكوك $(أ+ب)^{ن}$ = ن + ١ حداً لذا هناك حالتين هما :

(١) إذا كانت : ن زوجية يوجد حد أوسط واحد ترتيبه $\frac{ن}{٢} + ١$

(٢) إذا كانت : ن فردية يوجد حدان أوسطان ترتيبهما هما $\frac{ن+١}{٢}$ ، $\frac{ن+٣}{٢}$

إيجاد الحد المشتمل على $س^{ك}$ مفكوك ذات الحدين :

الخطوات :

(١) نفرض أن الحد المشتمل على $س^{ك}$ هو الحد العام $ح_{ر+١}$

(٢) نوجد $ح_{ر+١}$ فى أبسط صورة

(٣) نضع أس س فى $ح_{ر+١}$ يساوى ك لنحصل على قيمة ر و يكون الحد المشتمل على $س^{ك}$ هو $ح_{ر+١}$

(٤) نعوض عن قيمة ر فى $ح_{ر+١}$ لنحصل على الحد المشتمل على $س^{ك}$

ملاحظات :

* إذا كان المطلوب معامل $س^{ك}$ نعوض عن ر فى معامل $ح_{ر+١}$
* إذا كان المطلوب إيجاد الحد الخالى من س نضع أس س فى $ح_{ر+١}$ يساوى الصفر لنحصل على قيمة ر
* إذا كانت قيمة ر كسرية أو سالبة فإن المفكوك لا يحتوى على $س^{ك}$

النسبة بين أى حد و الحد السابق له مباشرة فى مفكوك ذات الحدين :

$$\frac{ح_{ر+1}}{ح_{ر}} = \frac{ن - ر + 1}{ر} \times \frac{\text{الثانى}}{\text{الأول}}$$

(٢) النسبة بين معاملى حدين متتاليين فى مفكوك ذات الحدين هى :

$$\frac{\text{معامل } ح_{ر+1}}{\text{معامل } ح_{ر}} = \frac{ن - ر + 1}{ر} \times \frac{\text{معامل الثانى}}{\text{معامل الأول}}$$

١- أوجد معامل $س^{15}$ والحد الخالى من س فى مفكوك $(س^3 + \frac{3}{س^2})^{10}$

$ح_{ر+1} = {}^{10}ق_{ر} (\frac{3}{س^2})^{ر} (س^3)^{10-ر} = {}^{10}ق_{ر} \times 3^{ر} \times س^{-2ر} \times س^{30-3ر}$

$= {}^{10}ق_{ر} \times 3^{ر} \times س^{30-5ر}$

لايجاد الحد المشتمل على $س^5$ نضع $س^{30-5ر} = س^{15}$

$30 - 5ر = 15 \quad \therefore \quad -5ر = -15 \quad \therefore \quad ر = 3$

الحد المشتمل على $س^{15}$ هو $ح_4$

معامل $ح_4 = {}^{10}ق_3 \times 3^3 = 3240$

لايجاد الحد الخالى من س نضع $س^{30-5ر} = س^{صفر}$

$30 - 5ر = صفر \quad \therefore \quad 5ر = 30 \quad \therefore \quad ر = 6 \quad \therefore$ الحد الخالى من س هو $ح_7$

$ح_7 = {}^{10}ق_6 \times 3^6 = 153090$

٢ - أوجد الحد الخالى من س فى مفكوك $3س^8 (س^2 - \frac{1}{س})^{17}$

$ح_{ر+1} = 3س^8 \ {}^{17}ق_{ر} (-\frac{1}{س})^{ر} (س^2)^{17-ر}$

$= 3س^8 \ {}^{17}ق_{ر} (-1)^{ر} س^{-ر} (س)^{34-2ر}$

$= 3 \ {}^{17}ق_{ر} (-1)^{ر} (س)^{42-3ر}$

لايجاد الحد الخالى نضع $42-3ر = 0 \quad \therefore ر = 14 \quad \therefore$ الحد الخالى من س هو $ح_{15}$

$ح_{15} = 3 \ {}^{17}ق_{14} (-1)^{14} =$

٣- فى مفكوك (١ + س)^{ن} إذا كانت النسبة بين معاملات ثلاث حدود متتالية كنسبة ١٥ : ٤٢ : ٩١ على الترتيب فما قيمة ن وما ترتيب هذه الحدود

نفرض أن هذه الحدود ح$_{ر}$ ، ح$_{ر+١}$ ، ح$_{ر+٢}$

$\frac{ح_{ر+١}}{ح_{ر}} = \frac{٤٢}{١٥}$ ∴ $\frac{ن - ر + ١}{ر} = \frac{١٤}{٥}$ ∴ ٥ ن − ٥ ر + ٥ = ١٤

(١) ٥ ن − ١٩ ر = −٥

$\frac{ح_{ر+٢}}{ح_{ر+١}} = \frac{٩١}{٤٢}$ ∴ $\frac{ن - (ر+١) + ١}{ر+١} = \frac{٩١}{٤٢}$

$\frac{ن - ر}{ر+١} = \frac{١٣}{٦}$ ∴ ٦ ن − ٦ ر = ١٣ ر + ١٣ ∴ ٦ ن − ١٩ ر = ١٣ (٢)

بحل المعادلتين معا بالطرح ن = ١٨ ⟸ ٦ × ١٨ − ١٩ ر = ١٣

١٠٨ − ١٩ ر = ١٣ ∴ − ١٩ ر = ١٣ − ١٠٨

− ١٩ ر = − ٩٥ ∴ ر = ٥ ∴ الحدود هى ح$_{٥}$ ، ح$_{٦}$ ، ح$_{٧}$

٤- إذا كانت (م − س)^{١٤} = جـ$_{٠}$ + جـ$_{١}$ س + جـ$_{٢}$ س^{٢} + ٠٠٠٠ + جـ$_{١٤}$ س^{١٤} وكان ٤ جـ$_{٤}$ + ١١ (جـ$_{٣}$ + جـ$_{٢}$) = صفر فاثبت أن م = ٢

(م − س)^{١٤} =

ن$_{٠}$ × م^{١٤} − ن$_{١}$ × م^{١٣} س + ن$_{٢}$ × م^{١٢} س^{٢} + ٠٠٠ + ن$_{١٤}$ × س^{١٤}

م^{١٤} − ١٤ م^{١٣} س + ٩١ م^{١٢} س^{٢} − ٣٦٤ م^{١١} س^{٣} + ١٠٠١ م^{١٠} س^{٤} + ٠٠٠٠ + ن$_{١٤}$ × س^{١٤}

∵ ٤ جـ$_{٤}$ + ١١ [جـ$_{٣}$ + جـ$_{٢}$] = صفر

∴ ٤ × ١٠٠١ م^{١٠} + ١١ × − ٣٦٤ م^{١١} + ١١ × ٩١ م^{١٢} = صفر بالقسمة علي

∴ ٤٠٠٤ م^{١٠} − ٤٠٠٤ م^{١١} + ١٠٠١ م^{١٢} = صفر ÷ ١٠٠١ م^{١٠}

∴ ٤ م^{٢} − ٤ م + ٠ = صفر ، (م − ٢)^{٢} = صفر ، م = ٢

٤- دور اول ٢٠٠٤

في مفكوك $(س^{ك} + \frac{١}{س})^{٦}$ حيث ك عدد صحيح موجب أوجد

اولا قيم كالتى تجعل للمفكوك حدا خاليا من س

ثانيا النسبة بين الحد الخالى من س ومعامل الحد الاوسط وذلك لاكبر قيم ك التى حصلت عليها من اولا

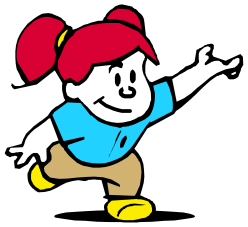
٥- تدريب مصر ٢٠٠٥ اول

في مفكوك $(\frac{س^{٣}}{٢} - \frac{٤}{س})^{١١}$ حسب قوي س التنازلية أوجد

أولا: قيمة معامل $س^{٥}$

ثانيا: قيمة س التي تجعل مجموع الحدين الوسطين مساويا للصفر

٦-تدريب مصر ٢٠٠٢-اول



في مفكوك $(س^{٢} + \frac{٢}{س})^{٦}$ أوجد

أولا : قيمة الحد الخالي من س

ثانيا: النسبة بين قيمة الحد الخالي من س ومعامل الحد الأوسط

٧- تدريب مصر ٢٠٠١

في مفكوك $(٤ س^{٢} + \frac{١}{٢س})^{١٥}$ أوجد

أولا : قيمة الحد الخالي من س

ثانيا: قيمة س التي تجعل الحدين الأوسطين متساويين

٨- تدريب مصر ٢٠٠٠ اول

في مفكوك $(أ س + \frac{١}{ب س})^{١٠}$ حسب قو س التنازلية

إذا كان الحد الخالي من س يساوي معامل الحد السابع فاثبت أن ٦ أ = ٥ ب

٩-تدريب إذا كانت ن عددا صحيحا موجبا فأثبت أنه لا يوجد حد خال من س فى مفكوك $(س^{٥} + \frac{١}{س^{٢}})^{ن}$

إلا إذا كانت ن = ٧ أو مكررا لها ثم أوجد رتبة وقيمة الحد الخالى من س عندما تكون ن = ١٤

١٠- فى مفكوك $(١ + س)^{ن}$ حسب قوى س التصاعدية إذا كان معامل $ح_{٥}$ يساوى معامل $ح_{٩}$ أوجد

قيمة ن ، إذا كان $ح_{٤}$ فى هذا المفكوك يساوى $\frac{٥٥}{٢}$ أوجد قيمة س

∵ $ح_{ر+١} = ن_{ر} س^{ر}$ ∴ معامل $ح_{ر+١} = ن_{ر}$

، ∵ معامل $ح_{٥}$ = معامل $ح_{٩}$ ∴ ن =

، ∵ $ح_{٤} = \frac{٥٥}{٢}$ ∴ $ن_{٣} \times س^{٣} = \frac{٥٥}{٢}$

" أكمل "

١٨ـفى مفكوك (ك س^{٢} + $\frac{٣}{٢ س}$)^{١٦} اذا كانت النسبة بين الحد الاوسط والحد الثامن تساوي $\frac{٨١}{٣٢ س^{٣}}$ اوجد قيمة ك

ترتيب الحد الأوسط = $\frac{١٦}{٢}$ + ١ = ٩ ∴ الحد الأوسط هو الحد التاسع

$$\therefore \frac{ح_{٩}}{ح_{٨}} = \frac{١ + ٨ - ١٦}{٨} \times \frac{٣}{٢ س} \times \frac{١}{ك س^{٢}}$$

$$\therefore \frac{٨١}{٣٢ س^{٣}} = \frac{٢٧}{١٦ ك س^{٣}} \quad \text{و منها : } ك = \frac{٣}{٢}$$

اختبار ١

الدرجة

١ إذا كان $ق_{ن-٣}$ = ٣٥ ، $م^{ن} ل_{٢}$ = ٢١٠ ، أوجد قيمة | ن - م |

٢ إذا كان الحد الخامس في مفكوك (س + $\frac{١}{س^{٢}}$)^{ن} هو الحد الخالي من س ، فأوجد قيمة ن ثم أوجد بعد ذلك معامل الحد الأوسط في هذا المفكوك.

اختبار ٢

الدرجة

١ إذا كان $ق_{ر}^{١٢}$ = $ق_{٢ر+٣}^{١٢}$ ، $ن ل_{ر}$ = ٢١٠ ، أوجد قيمة | ن - ر |

٢ في مفكوك (س^{٢} + $\frac{أ}{س^{٢}}$)^{١٢} ، أوجد الحد الذي يحتوي على س^{٤} ثم أوجد النسبة بين مُعامل هذا الحد والحد الأوسط .

اختبار ٣

١ إذا كان $ن ل_{ر}$ = ١٢٠ × $ن و_{ر}$ فأوجد قيمة $و_{٢ر}^{١٢}$ ثم اوجد اقل قيمة للعدد ن والتى تجعل هذه العلاقة صحيحة .

٢ إذا كانت النسبة بين الحد السادس فى مفكوك $(٢ س + م)^{٩}$ ، الحد الثامن فى مفكوك $(م س^{٢} + ٢)^{٩}$ حسب قوى س التنازلية هى ٧ : ٥٤ فما قيمة م ؟