مراجعة تفاضل وتكامل للصف الثالث الثانوى

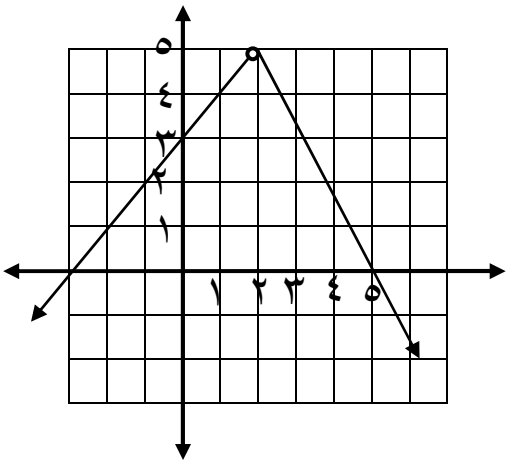
أكمل ما يأتى

(١) الدالة د حيث د(س) = $\frac{س^{٣}-٨}{س-٢}$ تكون متصلة عند س = ٢ إذا كانت د (٢) = ...

(٢) $\int_{}^{} \sqrt{١-جتا٢س}\,ىس$ حيث س ∈] ط ، ٢ط [يساوى .....

(٣) إذا كانت د(س) = س + $س^{٢}$ + $س^{٣}$ + ...+ $س^{ن}$ فإن $د^{-}$(١) = ...

(٤) فى الشكل المقابل : -



د (٢)$^{+}$ = ... ، د (٢)$^{-}$ = ...

د(٢) = ...

$\lim_{س \to ٢}$ ى(س) = ...

$\lim_{س \to ١}$ ى(س) = ...

ى(٢) = ... ، ى(٠) = ... ، ى(٤) = ...

(٥) إذا كانت النقطة (أ ، ب) ∈ منحنى الدالة فإنها تسمى

(أ) نقطة حرجة إذا كان ..... (ب) نقطة قيمة عظمى محلية إذا كان .....

(ج) نقطة قيمة صغرى محلية إذا كان ..... (د) نقطة انقلاب إذا كان .....

(٦) إذا كانت $\frac{ىص}{ىس} = \int$ جتاس ىس فإن $\frac{ى^{٣}ص}{ىس^{٣}} + \frac{ىص}{ىس}$ = ...

(٧) **إذا كانت الدالة قابلة للاشتقاق عند نقطة فإنها تكون** .....

(٨) $\int$ جا٣س جتا٤س ىس + $\int$ جا٤س جتا٣س ىس = ...

(٩) إذا كان س + ص = ٣ وكان $\frac{ىص}{ى_{ن}} = \frac{١}{٢}$ فإن $\frac{ىس}{ى_{ن}}$ = ...

(١٠) الدالة د(س) = $\frac{\sqrt{س-١}}{|س|-٣}$ متصلة لكل س ∈ .....

ثانيا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس :-

(١) إذا كان $ى(س) = جتا٥س جتا٣س + جا٣س جا٥س$ **فإن** $ى'(٠)$ **= .....** **(١ ، ٢ ، ٤ ، - ٤)**

(٢) $\int ٢ جاس جتاس ظاس ىس$ **= .....**

(٣) د(س) = س^{٣} – ٣ س^{٢} فإن (ا) د متناقصة فى الفترة ..... (ب) د لها قيمة عظمى محلية عند .....

(ج) منحنى د محدب لأعلى فى الفترة ..... (د) منحنى د محدب لأسفل فى الفترة .....

(هـ) منحنى د له نقطة انقلاب عند .....

(٤) إذا كانت ص = $جا^{٢}س - جتا^{٢}س$ **فإن** $\frac{ى^{٢}ص}{ىس^{٢}}$ **= ..... (٢جا٢س ، -جتا٢س ، ٤جا٢س ، - ٤ ص)**

(٥) المشتقة الخامسة للدالة ص = س^{٥} + ٥ تساوى ..... (١٠ ، ٥ س^{٤} ، ٥ ، $\underline{|٥}$)

(٦) إذا كانت د (س) = $\int ٤ جاس جتاس ىس$ **فإن د (٠) – د (** $\frac{\pi}{٢}$ **) = ...(- ١ ، - ٢ ، ١ + ث ، - ٢ + ث)**

(٧) $\int جتا(\frac{٣\pi}{٢} - س) ىس$ **= ..... (جتاس ، جتاس + ث ، -جتاس + ث ، جاس + ث)**

(٨) إذا كان $\frac{ىص}{ىس} = \frac{جاس}{جتاص}$ **تمثل ميل المماس لمنحنى دالة يمر بنقطة الأصل فإن جاص+جتاس = ...**

(١ ، ٠ ، ٢ ، - ١)

قوانين مهمة (١) $جا(جـ + ى) = جاجـ جتاى + جتاجـ جاى$ **(٢)** $جتا(جـ - ى) = جتاجـ جتاى + جاجـ جاى$

(٣) $جا٢س = ٢ جاس جتاس$ **(٤)** $جتا٢س = جتا^{٢}س - جا^{٢}س = ١ - ٢جا^{٢}س = ٢جتا^{٢}س - ١$

(٥) $جا^{٢}س + جتا^{٢}س = ١ ، جا^{٢}س = ١ - جتا^{٢}س ، جتا^{٢}س = ١ - جا^{٢}س$

(٦) $١ + ظا^{٢}س = قا^{٢}س ، ظا^{٢}س = قا^{٢}س - ١$ **(٧)** $ظا٢س = \frac{٢ظاس}{١ - ظا^{٢}س}$

(٨) $جا^{٢}\frac{\pi}{٨} = \frac{١}{٢} - \frac{١}{٢}جتا٢س$ ، $جتا^{٢}\frac{\pi}{٨} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢}جتا٢س$

(٩) $جا^{٢}\frac{جـ}{٢} = \frac{١ - جتاجـ}{٢}$ ، $جتا^{٢}\frac{جـ}{٢} = \frac{١ + جتاجـ}{٢}$ ، $جتاجـ = ١ - ٢جتا^{٢}\frac{جـ}{٢}$ ، $جتاجـ = جتا^{٢}\frac{جـ}{٢} - جا^{٢}\frac{جـ}{٢}$

(١٠) $ظا(جـ - ى) = \frac{ظاجـ - ظاى}{١ + ظاجـ ظاى}$ ، $جاجـ = ٢جا\frac{جـ}{٢}جتا\frac{جـ}{٢}$

تابع تمارين

(١) د(س) = { جتا٤س عندما $\frac{-ط}{٤}$ < س < صفر ، $\frac{٣س+جا٥س}{٢س}$ عندما صفر < س < ط ، $\frac{٣}{٢}$ عندما س < ط

فابحث وجود كل من :

أولا : $\lim_{س \to صفر}$ د(س)

ثانيا : $\lim_{س \to ط}$ د(س)

---

(٢) إذا كانت د(س) = { ٤ س – ١ ، س ≥ ٣ ، س٢ + ٢ ، س > ٣

فابحث الاتصال وقابلية الاشتقاق عند س = ٣

---

(٣) د(س) = { س + ١ ، ١ < س < ٣ ، س٢ + ب س + جـ ، س ∈ ح –] ١ ، ٣ [

أوجد قيمتى ب ، حـ اللذين يجعلان الدالة د متصلة على ح

---

(٤) إذا كانت د(س) = { ٢ س + ٣ ، س < ٢ ، أس٢ + ب س – ١ ، س ≤ ٢

قابلة للاشتقاق عند س = ٢ فأوجد قيمتى الثابتين أ ، ب

---

(٥) إذا كانت د(س) = { ٦ س + ١١ ، |س| ≥ ١ ، س٢ + ٤ ، |س| < ١

ابحث قابلية الدالة د للاشتقاق عند س = - ١

---

(٦) د(س) = { أ س٢ + ب س + حـ ، س < ٠ ، ٢ س + ٥ ، س ≤ ٠

أوجد قيم أ ، ب ، حـ ∈ ح إذا كانت د(س) قابلة للاشتقاق مرتين

---

(٧) د(س) = { س٢ + ب س + ٣ ، س < ٢ ، أ س + حـ ، س ≤ ٢

إذا كان متوسط تغير الدالة د عندما تتغير س من ١ إلى ٥ يساوى ٣ وكانت الدالة قابلة للاشتقاق عند س = ٢ عين قيم أ ، ب ، حـ

---

(٨) د(س) = { $\frac{جاس}{ط - س}$ عندما س ≠ ط ، ١ عندما س = ط

ابحث اتصال الدالة عند س = ط

(٩) د(س) = { $\frac{١ - جتاس}{س جاس}$ ، س > ٠ ، $\frac{٣}{٢}$ – جتا$\frac{س}{٢}$ ، س < ٠ عند ٠

ابحث النهاية عند ٠

---

(١٠) د(س) = { ٢ – ٣جاس ، س > $\frac{ط}{٢}$ ، $\frac{\frac{ط}{٢} - س}{جتاس}$ ، س < $\frac{ط}{٢}$

ابحث النهاية عند س = $\frac{ط}{٢}$

(١١) د(س) = { $\frac{س^{٤} - ١٦}{س^{٧} + ١٢٨}$ ، س < - ٢ ، $\frac{١}{١٤}$ ، س > - ٢

ابحث النهاية عند س = - ٢

(١٢) إذا كانت : $ص^{٢} + ٢ س^{٣} - ٥ س = ١٢$ أثبت أن $ص \frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} + \left(\frac{د ص}{د س}\right)^{٢} + ٦س = ٠$

(١٣) إذا كان $٤ س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥$ أثبت أن $ص^{٣} \times \frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} + ١٠٠ = ٠$

(١٤) إذا كان $س ص = جاس جتاس$ أثبت أن $س \frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} + ٢ \frac{د ص}{د س} + ٤ س ص = ٠$

(١٥) إذا كان $س + ص = س ص$ أثبت أن $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = \left(\frac{ص}{س}\right)^{٣}$

(١٦) إذا كان $س^{٣} ص^{٣} = ١$ أثبت أن $س^{٢} \frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = ٢ص$

(١٧) إذا كان $جاس = س ص$ أثبت أن $س^{٢} \left(ص + ص\right) + ٢ جتاس = ٢ص$

(١٨) إذا كان $س = \left(ص^{٣} - ١\right)^{٥}$ أثبت أن $\frac{د ص}{د س} = \frac{ص^{٣} - ١}{٥ ١ س ص^{٢}}$

(١٩) إذا كان $س = \frac{ن}{ن + ١}$ ، $ص = \frac{ن + ١}{ن}$ أثبت أن $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = \frac{٢ص}{س^{٢}}$

(٢٠) إذا كانت $ص = \frac{ع + ١}{ع - ١}$ ، $س = \frac{ع - ١}{ع + ١}$ فأوجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ٢

(٢١) إذا كانت $س = ن^{٢} - ٣$ ، $ص = ن^{٣} + ٢$ فأوجد $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ عند ن = ٣

(٢٢) إذا كانت $ص = س^{٣} + ٢$ ، $ع = س^{٢} + ٣$ فأوجد $\frac{د^{٢} ع}{د ص^{٢}}$ عند س = ٢

(٢٣) إذا كان $\frac{د ع}{د س} = ١ + ٢ س$ ، $\frac{د ص}{د س} = س^{٢} + ٣$ فأوجد $\frac{د^{٢} ع}{د ص^{٢}}$ عند س = ١

(٢٤) إذا كان $د(س) + د'(س) = س^{٣} + ٥ س^{٢} + س + ٢$ أوجد د(س)

(٢٥) إذا كان $جا٢س - جتا٣ص = ٠$ أثبت أن $٣ ظا٣ص \frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} + ٩ \left(\frac{د ص}{د س}\right)^{٢} - ٤ = ٠$

(٢٦) إذا كان $ص = جاس - \frac{١}{٣} جا^{٣} س$ أثبت أن $\frac{د ص}{د س} = جتا^{٣} س$

(٢٧) إذا كان $س ص = ٥ جا٢س + ٣ جتا٢س$ أثبت أن $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} + \frac{٢}{س} \frac{د ص}{د س} + ٤ ص = ٠$

(٢٨) إذا كانت ص = $ظا^{٢} س$ فأثبت أن $\frac{١}{٢} \frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = (١ + ص)(١ + ٣ص)$

(٢٩) أوجد معادلة المماس والعمودى لمنحنى الدالة د(س) = $س جتا\frac{ط س}{٤}$ عند س = ٤

(٣٠) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $ص = \frac{٢ ظاس}{١ - ظا^{٢} س}$ عند س = $\frac{ط}{٦}$

(٣١) أوجد معادلة كل من المماس والعمودى عليه للمنحنى $س^{٢} - ٢ س ص - ص^{٢} = ١$ عند النقطة (١ ، ٠)

(٣٢)أوجد النقط الواقعة على المنحنى $س^{٢} - س ص + ص^{٢} = ٣$والتى يكون المماس عندها موازيا المحور الصادى

(٣٣)إذا كان المنحنى ص = ٣ $س^{٢}$ – ٧ س + ٤ يقطع محور السينات فى النقطتين م ، ب اثبت أن المماسين عند م ، ب متعامدان

(٣٤) أوجد قيم م ، ب ، حـ حتى يكون لمنحيى الدالتين ص = م $س^{٣}$ + ب س ، ص = حـ $س^{٢}$ - س مماس مشترك عند النقطة (- ١ ، ٢) وأوجد معادلة المماس المشترك

(٣٥) إذا كان ٢ ص = جا٢س فأوجد : (م) قيم س من الفترة ٠ ≤ س < ط والتى عندها المماس // محور السينات (ب) معادلة كل من المماس والعمودى عند هذه النقط

(٣٦)أوجد معادلة العمودى للمنحنى ص = $س^{٢}$ – ٣ س + ٥ عند نقط تقاطعه مع الدائرة $س^{٢}$ – ٣ س + $ص^{٢}$ =٢٥

(٣٧) أوجد معادلة المماس الذى يمر بالنقطة (١ ، - ٤) ويمس المنحنى : ص = $س^{٢}$ – س

(٣٨) أثبت أن المماسين المرسومين من النقطة $(\frac{٣}{٢}، ٠)$ للمنجنى $س^{٢}$ + ٤ ص + ٤ = ٠ متعامدان

(٣٩) أوجد مساحة المثلث المكون من محور السينات والمماس والعمودى عند النقطة (- ١ ، ٢) للمنحنى ٤ ص = ٩ – $س^{٢}$

(٤٠) أوجد النقط الواقعة على محور الصادات بحيث يصنع المماسان المرسومان منها للمنحنى ص + $س^{٢}$ = ٠ والمستقيم المار بنقطتى التماس مثلثا متساوى الأضلاع

(٤١) إذا كان المستقيم ص = ٦ س – ٢ يمس المنحنى ص = ٣ $س^{٢}$ + م أوجد نقطة التماس ، وأوجد قيمة م

(٤٢) إذا كان المستقيم : ٢ س + ص = ١ مماسا للمنحنى ص = $س^{٣}$ + م س + ب عند النقطة (- ١ ، ٣) الواقعة عليه فأوجد قيمة كل من م ، ب

(٤٣) أوجد النقط الواقعة على المنحنى ص = $س^{٣}$ والتى يمر المماس للمنحنى عندها بالنقطة (٤ ، ٠)

(٤٤) إذا كان المماس للمنحنى $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ٥٠ يصنع مثلثا متساوى الساقين مع محورى الإحداثيات فى الربع الأول فأوجد معادلة هذا المماس

(٤٥) أثبت أن المنحنيين ص = $س^{٢}$ – س ، ٢ ص = - $س^{٣}$ – ٣ س يتماسان ثم أوجد معادلة العمودى على المنحيين عند نقطة التماس

(٤٦) تتحرك نقطة على المنحنى $س^{٣}$ + س ص + $ص^{٣}$ = ٥ بحيث يتزايد احداثيها الصادى بمعدل ٢ وحدة / ث فما هو معدل تغير الاحداثى السينى عند النقطة (٢ ، - ١)

(٤٧) صفيحة على شكل مستطيل طوله يساوى $\frac{٥}{٣}$ عرضه تنخفض درجة حرارته بانتظام فينكمش كل من بعديه فإذا كان العرض ينكمش بمعدل ٠.٢ سم / ث احسب معدل تغير المساحة عندما يكون العرض ٩ سم

(٤٨) إذا كان طولا ضلعى القائمة فى مثلث قائم الزاوية هما ٨ سم ، ٦سم وكان طول الضلع الاول يتناقص بمعدل $\frac{١}{٢}$ سم /دقيقة وطول الضلع الثانى يتزايد بمعدل ١ سم / دقيقة فأوجد

أولا : معدل تزايد مساحة سطح المثلث بعد دقيقتين ثانيا : الزمن الذى بعده تنعدم الزيادة

(٤٩) تتحرك نقطة على المنحنى ص = ٥ س – س^{٣} بحيث يتناقص احداثيها الصادى بمعدل $\frac{١}{٢}$ وحدة / ث

أوجد معدل تغير ميل المنحنى بالنسبة للزمن عند س = ٣

(٥٠) يرتفع بالون رأسيا لاعلى بسرعة ثابتة مقدارها ١٥ م / ث وعندما كان البالون على ارتفاع ٩٠ مترا مرت تحته مباشرة سيارة وواصلت سيرها بسرعة ثابتة ٢٥ م / ث أوجد معدل تغير المسافة بينهما بعد ٢ ثانية

(٥١) ابحرت سفينة من ميناء الساعة التاسعة صباحا متجة نحو الغرب بسرعة ٢٠ كم / س وبعد ساعة أبحرت سفينة أخرى من نفس الميناء بسرعة ٤٠ كم / س فى اتجاه ٦٠° شمال الغرب أوجد معدل التباعد بينهما الساعة ١١ صباحا

(٥٢) رجل طوله ١٫٧ متر يسير بسرعة ٤ م / د فى خط مستقيم متجها نحو قاعدة مصباح يرتفع ٦٫٨ متر عن الارض

أوجد أولا : معدل تغير طول ظل الرجل ثانيا : معدل تغير بعد رأس الرجل عن المصباح عندما يكون الرجل على بعد ٦٫٨ م من قاعدة المصباح

(٥٣) برميل اسطوانى الشكل طول نصف قطره ١٠ أمتار وارتفاعه ١٨ مترا فإذا كان معدل دخول البترول فى البرميل $\frac{١٠٠٠}{ل + ١}$ م^{٣} / د

حيث ل ارتفاع البترول عند أى لحظة أوجد معدل ارتفاع البترول عندما يمتلىء نصف البرميل

(٥٤) كرة حجمها ح سم^{٣} ونصف قطرها نق سم ومساحتها س سم^{٢} أثبت أن $\frac{د ح}{د ن} \times \frac{د ح}{د ن} \times \frac{د ن}{د ن} = \left(\frac{د س}{د ن}\right)^{٢}$ ط ١٦ ثم احسب

معدل زيادة ح فى اللحظة التى يزداد فيها نق بمعدل $\frac{١}{٤}$ سم / ث وتزداد فيها س بمعدل ٢ ط سم^{٢} / ث

(٥٥) عين فترات التزايد والتناقص للدوال الاتية :

(ا) د(س) = س^{٣} – ٣ س^{٢} + ٥ (ب) د(س) = س^{٤} – ٢ س^{٢} + ٣ (جـ) د(س) = $\sqrt[٣]{(س - ٢)^{٢}}$

(د) د(س) = $\sqrt{٩ - س^{٢}}$ (هـ) د(س) = $\begin{cases} ٣ - ٤ س - س^{٢} & ، س \geq ١ \\ ٢ س - ٤ & ، س < ١ \end{cases}$ (و) د(س) = $س|س - ٣|$

(٥٦) عين القيم العظمى والصغرى المحلية :

(ا) د(س) = ٢ س^{٣} – ٣ س^{٢} + ٢ (ب) د(س) = (س – ٢)^{٣} + ١ (جـ) د(س) = $\sqrt[٣]{س - ٢}$

(٥٧) عين فترات التحدب لأعلى ولأسفل ونقط الانقلاب إن وجدت

(ا) د(س) = ٢ س^{٣} – ٦ س^{٢} + ٧ (ب) د(س) = $\frac{س^{٢} + ١}{س^{٢} + ٣}$ (جـ) د(س) = $\frac{١}{٣}$ س^{٣} – ٩ س + ٢

(٥٨) عين القيم العظمى والصغرى المطلقة للدوال الاتية فى الفترات المحددة :

(ا) د(س) = س^{٢} + ٦ س فى [– ٥ ، - ١] (ب) د(س) = $\sqrt[٣]{(س - ١)^{٢}}$ فى [٠ ، ٩]

(جـ) د(س) = $\begin{cases} ٢ س + ٣ & \text{عندما } س < ١ \\ س^{٢} + ٤ & \text{عندما } س \leq ١ \end{cases}$ فى [– ٢ ، ٢] (د) د(س) = $\frac{س^{٢} + ٩}{س}$ فى [١ ، ٦]

(٥٩) إوجد قيمتى الثابتين أ ، ب بحيث يكون للمنحنى ص= س^{٣} + أ س^{٢} + ب س نقطة انقلاب عند النقطة (١ ، - ١١)

(٦٠) إذا كانت الدالة ص = أس^{٢} + $\frac{ب}{س}$ لها نقطة حرجة عند (١ ، ٣) فأوجد قيمتى أ ، ب وبين نوع النقطة الحرجة

(٦١) إذا كانت ص = د(س) تمثل منحنى لكثيرة حدود من الدرجة الثالثة وكان المنحنى يمر بالنقطة (٠ ، ٢) وله مماس أفقى عند س = ١ ، والنقطة (٢ ، ٤) هى نقطة انقلاب له فأوجد معادلة المنحنى

(٦٢) أوجد ما يأتى :

١- $\int$ س$\sqrt{س+١}$ دس ٢- $\int \frac{\text{جتا}٢س}{\text{جتاس}+\text{جاس}}$ دس ٣- $\int \frac{٢س+٣}{\sqrt{س+٢}}$ دس ٤- $\int \text{جتاس}(\text{جاس}+\text{ظاس})$ دس

٥- $\int (س^{٢}+٢س+١)^{\frac{٣}{٢}}$ دس ٦- $\int [٢+\text{ظا}^{٢}(س-١)]$ دس ٧- $\int \frac{\text{جا}٤س}{\text{جتا}٢س}$ دس ٨- $\int \text{جتا}^{٢}س$.دس

٩- $\int س^{٨}\left(\frac{٣}{س^{٢}}-\frac{٢}{س}\right)^{٤}$ دس ١٠- $\int ٦\text{جا}٢س\text{جتا}٢س$.دس ١١- $\int \frac{س^{٢}-٥س+٣}{\sqrt{س}}$ دس

١٢- $\int \text{قاس}(\text{قاس}-\text{جا}٢س)$ دس ١٣- $\int (\text{جتا}^{٢}٢س-\text{جا}^{٢}٢س)$ دس ١٤- $\int \frac{١}{٢}\text{جاس}\text{جتاس}$.دس

١٥- $\int \frac{\text{دس}}{\sqrt{س+٢}-\sqrt{س}}$ ١٦- $\int \frac{(٩-٣٠س+٢٥س^{٢})^{\frac{١}{٣}}}{\sqrt{٣-٥س}}$ دس ١٧- $\int \frac{س^{٢}+٣س+٢}{(س+٢)^{٤}}$ دس

١٨- $\int \frac{س^{٢}+٢س+٨}{(س+١)^{٢}}$ دس ١٩- $\int \frac{٩س^{٢}-٦س}{(٣س-١)^{٤}}$ دس ٢٠- $\int \frac{٣س^{٣}-٤٢س^{٢}+٤٨س+٥}{س^{٢}-٨س+١٦}$ دس

٢١- $\int (٣\text{جاس}-٤\text{قا}^{٢}س)$ دس ٢٢- $\int (٤\text{جتا}\frac{س}{٣}-٢\text{جا}\frac{٣س}{٤})$ دس ٢٣- $\int [\text{قا}^{٢}(\frac{س}{٢}+٥)+\text{جتا}(٢س+١)]$ دس

٢٤ $\int \frac{\text{جتا}^{٢}س}{١+\text{جاس}}$ دس ٢٥- $\int \text{ظا}^{٢}\frac{س}{٢}$ دس ٢٦- $\int (١+\text{ظا}^{٢}ص)(\text{جتا}^{٢}ص)$ دس

٢٧- $\int (س\sqrt{\frac{٤}{س}-\frac{٥}{س^{٢}}})$ دس ٢٨- $\int (\text{قا}^{٢}\frac{ط}{٤}+\frac{١-٢\text{جا}^{٢}س}{\text{ظتا}٢س})$ دس ٢٩- $\int (\text{جتاس}+\text{قاس})^{٢}$ دس

٣٠- $\int \frac{س+٥}{(٣س+١)^{٧}}$ دس ٣١- $\int (\text{جتا}^{٤}س-\text{جا}^{٤}س)$ دس ٣٢- $\int \frac{٢\text{ظتا}^{٢}س}{١+\text{ظتا}^{٢}س}$ دس

٣٣- $\int \frac{س^{٣}+س-٢}{س-١}$ دس ٣٤- $\int (١-\text{جاس})(١+\text{جاس})$ دس ٣٥- $\int \frac{١+\text{جا}^{٢}س}{١-\text{جا}^{٢}س}$ دس

٣٦- $\int (\text{جا}^{٢}س+\text{جا}^{٢}س\text{ظا}^{٢}س)$ دس ٣٧- $\int (\text{جا}^{٢}٣س+\text{جتا}^{٢}٣س+\text{ظا}^{٢}٣س)$ دس

٣٨- $\int \frac{\text{جا}(س+أ)+\text{جا}(س-أ)}{\text{جتا}أ}$ دس ٣٩- $\int \sqrt{١-\text{جاس}}$.دس حيث س$\in$] ٠ ، $\frac{\pi}{٢}$ [

٤٠- $\int \sqrt{س^{٣}+س^{٢}}$ دس حيث س > ٠

(٦٣) منحنى يمر بنقطة الاصل وميل المماس له عند أى نقطة عليه يساوى $١ - جتا ٢س$ أوجد معادلة المنحنى

(٦٤) أوجد معادلة المنحنى ص = د (س) إذا كان ميل العمودى له عند أى نقطة عليه هو (٢ ص + ١) قتا س والمنحنى يمر بـ و

(٦٥) أوجد معادلة المنحنى الذى ميل المماس له عند أى نقطة يساوى $\frac{١ - ٢س}{٢ص + ٣}$ والمنحنى يمر بالنقطة (١ ، ٣)

(٦٦) إذا كانت المشتقة الاولى للدالة د تساوى $س^{١٧} \left(\frac{١}{س} + \frac{١}{س^{٢}} \right)^{٨}$ فأوجد قيمة د (٠) – د (- ١)

(٦٧) للمنحنى ص = د(س) إذا كان $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}} = ٢ ١س^{٢} + ٦س - ٣٦$ فأوجد معادلة هذا المنحنى علما بأنه يمر بالنقطة (١ ، -٤)
وأن ميل المماس للمنحنى عند هذه النقطة يساوى – ٥

(٦٨) وعاء فارغ سعته ١٤٠٠ سم^{٣} يصب فيه الماء بمعدل (٢ ر + ٥٠) سم^{٣} / ث حيث ر الزمن ، أوجد الزمن اللازم لامتلاء الوعاء

(٦٩) إذا كان معدل تغير ميل المماس لمنحنى عند أى نقطة عليه هو ٦ س – ٢ وكان ميل المماس له عند النقطة (٣ ، ١) الواقعة
عليه مساويا ٢ فأوجد معادلة هذا المنحنى .

(٧٠) إذا كان ٢ ص $\frac{د ص}{د س}$ = ٥ س – ٣ جا س فإثبت أنه عند س = ط يكون ٢ ص^{٢} – ٥ ط^{٢} + ١٢ = ٠ علما بأن ص= ٠ عند س= ٠

(٧١) إذا كان ميل المماس للمنحنى ص = د(س) عند أى نقطة عليه (س، ص) يعطى من العلاقة $\frac{د ص}{د س}$ = ٣ س^{٢} + ٤ س – ٤
وكان للدالة د قيمة عظمى محلية تساوى ٥ فأوجد معادلة هذا المنحنى

(٧٢) إذا كان ميل المماس لمنحنى عند أى نقطة عليه يساوى $\sqrt{\frac{٢ص - ١}{٣ - ٢س}}$ فأوجد معادلة المنحنى علما بأنه يمر بالنقطة (١ ، ١)

(٧٣) إذا كان ميل العمودى لمنحنى عند أى نقطة عليه هو $\frac{\sqrt{٨س}}{١ - س}$ وكان المنحنى يمر بالنقطة (٩ ، -١٢) أثبت أن

ص^{٢} = ٤ س (١ - $\frac{١}{٣}$ س)^{٢}

ملحوظة مهمة لم أتناول درس تطبيقات على القيم العظمى والصغرى فلا تنس مراجعته

مع أطيب الامنيات بالتوفيق والتفوق

توفيق رخا