أولا : الجـــــــبر

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) إذا كان $ل_{ر}^{ن} = ٢١٠$ ، $و_{ر}^{ن} = ١٠٥$ فأوجد قيمة $\frac{ل_{ر+٧}}{ل_{ر}}$

[الإجابة : ١]

(ب) **إذا كانت ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فاثبت أن :**

فأثبت أن : $\frac{\omega ٢ + ٥}{\omega ٣ + ٢} + \frac{\omega^{٢} ٢ + ٥}{\omega^{٢} ٣ + ٢} = \frac{١٣}{٧}$

---

[٢] (أ) أثبت أنه لا يوجد حد خالٍ من س فى مفكوك $(س^{٢} - \frac{١}{س})^{١٤}$ ، ثم أوجد النسبة بين الحدين السابع والسادس فى هذا المفكوك عندما س = - ١ .

[الإجابة : $\frac{٣}{٢}$]

(ب) بدون فك المحدد اثبت أن :

$$\begin{vmatrix} ١ & أ & ب جـ \\ ١ & ب & جـ أ \\ ١ & جـ & أ ب \end{vmatrix} = (أ - ب)(ب - جـ)(جـ - أ)$$

---

[٣] (أ) حل المعادلات الخطية الآتية باستخدام طريقة كرامر :

$س + ص + ع = ٦$ ، $س + ص = ٣$ ، $٢ص + ع = ٥$

[الإجابة : (٢ ، ١ ، ٣)]

(ب) إذا كان العدد $ع = \frac{-١ + \sqrt{٣}\, ت}{٢}$ حيث $ت^{٢} = -١$ ، وكان $ع_{١} = \frac{١ - ع}{١ + ع}$

فأوجد العدد $ع_{١}$ في الصورة المثلثية ، ثم اوجد الجذرين التربيعيين للعدد $ع_{١}$ في الصورة الأسية

[الإجابة : $\sqrt{٣}$ (جتا $\frac{٣ط}{٢}$ + ت جا $\frac{٣ط}{٢}$) ، $\sqrt[٤]{٣}$ هـ $^{\frac{٣ط}{٤}ت}$ ، $\sqrt[٤]{٣}$ هـ $^{\frac{٧ط}{٤}ت}$]

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) **أكمل ما يأتى :**

١) الزاوية بين مستقيمين متخالفين هي .....
٢) إذا رسم مستقيم مائل على مستو وكان عموديا على مستقيم في المستوى فإن مسقط المستقيم المائل .....
٣) إذا تعامد مستويان فكل مستقيم في أحدهما عمودي على خط التقاطع يكون .....
٤) إذا كان طول حرف مكعب يساوى ٥ سم فإن طول قطره = ... ومساحته يساوى .....

(ب) دائرة مركزها م مرسومة فى المستوى س ، أ نقطة خارجة عن المستوى س مسقطها هـ يقع خارج الدائرة م . اوجد أقرب نقطة على الدائرة إلى نقطة أ وأبعد نقطة على الدائرة إلى نقطة أ .

---

[٢] (أ) أثبت أنه " إذا وازى مستقيم مستويا فإنه يوازى جميع المستقيمات التى تنشأ عن تقاطع هذا المستوى مع المستويات التى تحتوى ذلك المستقيم "

(ب) م س ص ع هرم ثلاثى رسم المستوى ى // المستوى س ص ع ويقطع $\overline{م س}$ ، $\overline{م ص}$ ، $\overline{م ع}$ فى النقط ء ، هـ ، و . أثبت أن Δ ء هـ و ~ Δ س ص ع ، وإذا كانت ء ∈ $\overline{م س}$ بحيث $\frac{م ء}{ء س} = \frac{٣}{٥}$ ، وكانت مساحة سطح Δ ء هـ و يساوى ١٨ سم^{٢} فاحسب مساحة Δ س ص ع .

---

[٣] م س ص ع هرم ثلاثى قاعدته Δ س ص ع متساوى الساقين وقائم الزاوية فى ص ، $\overline{م س}$ ⊥ المستوى س ص ع .

أولا : أوجد قياس الزاوية الزوجية ص - $\overleftrightarrow{س م}$ - ع [الإجابة : ٤٥°]

ثانيا : إذا كان $\overleftarrow{س هـ}$ ⊥ $\overline{م س}$ ، هـ ∈ $\overline{م ص}$ ، فاثبت أن :
$\overleftarrow{س هـ}$ ⊥ المستوى م ص ع .

أولا : الجـــــبر

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) إذا كان $ل_{ن} = ١٢٠ \times ن_{ر}^{ن}$ فأوجد قيمة $ن_{ر+٢}^{١٢}$ ثم اوجد اقل قيمة للعدد $ن$ والتى تجعل هذه العلاقة صحيحة . [الإجابة : ٦٦ ، ٥]

(ب) إذا كانت ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فاثبت أن :

$$(٢ + ٧\omega + ٢\omega^{٢})(٢ + ٧\omega^{٢} + ٢\omega^{٤}) = ٢٥$$

---

[٢] (أ) أوجد الحد المشتمل على $س^{٤}$ فى مفكوك $(س^{٢} - \frac{١}{س^{٢}})^{١٢}$ حسب قوى $س$ التنازلية . ثم أوجد النسبة بين معامل هذا الحد والحد الأوسط [الإجابة : $ع_{٦}$ ، $\frac{-٦}{٧}$]

(ب) بدون فك المحدد اثبت أن :

$$\begin{vmatrix} ١ & ب & حـ \\ ب & ١ + ب^{٢} & ب حـ \\ حـ & ب جـ & ١ + جـ^{٢} \end{vmatrix} = ١$$

---

[٣] (أ) حل المعادلات الخطية الآتية باستخدام طريقة كرامر :

$س + ص + ع = ٢$ ، $٣س + ص + ٢ع = ٦$ ،

$٢س - ص - ع = ١$ [الإجابة : (١ ، -١ ، ٢)]

(ب) ضع كلا من الأعداد : $ع_{١} = -٢ + ٢ت$ ، $ع_{٢} = -١ - \sqrt[٣]{ت}$ ،

$ع_{٣} = \sqrt[٣]{-ت}$ فى الصورة الأسية ثم أوجد العدد $\left(\frac{ع_{١} ع_{٢}}{ع_{٣}}\right)^{٢}$

[الإجابة : $٨^{هـ}$ $^{\frac{ط ت}{٢}}$]

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) **أكمل ما يأتى :**

(١) يتوازى المستقيمان ل١ ، ل٢ إذا وفقط إذا كان ١ - ..... ٢- .....

(٢) إذا كان مستقيم عموديا على كل من مستقيمين مستويين معا وغير متوازيين فإنه .....

(٣) إذا كان طول قطر مكعب $٣\sqrt{٥}$ فإن مساحته .....

(٤) المستقيم ل يكون عموديا على المستوى س إذا كان .....

(ب) م-ص ع هرم ثلاثى فيه $\overline{م-}$ ⊥ المستوى -ص ع ، $\overline{ص ك}$ ⊥ $\overline{-ع}$ ، ك ∈ $\overline{-ع}$ ، $\overline{ص و}$ ⊥ $\overline{م ع}$ ، و ∈ $\overline{م ع}$. أثبت أن :

أولا : $\overline{ص ك}$ ⊥ المستوى م-ع

ثانيا : $\overline{و ك}$ ⊥ $\overline{م ع}$.

---

[٢] (أ) أثبت أنه " إذا رسم مستقيم مائل على مستو وكان عمودياً على مستقيم فى المستوى فإن مسقط المستقيم المائل على المستوى يكون عموديا على هذا المستقيم " .

(ب) أ ، ب نقطتان فى جهتين مختلفتين من مستو -ه وكان $\overline{أ ب}$ يقطع المستوى -ه فى ء ، رسم $\overleftarrow{أ حـ}$ ليقطع المستوى -ه فى حـ ، $\overleftarrow{ب هـ}$ ليقطع المستوى -ه فى هـ بحيث $\overline{أ حـ}$ // $\overline{ب هـ}$. أثبت أن النقط حـ ، ء ، هـ تنتمى لمستقيم واحد .

---

[٣] (أ) أ ب حـ ء مربع طول ضلعه ١٢ سم تقاطع قطراه فى ن ،
رسم $\overline{ن م}$ ⊥ المستوى أ ب حـ ء وكان م ن = ٦ سم ، هـ منتصف $\overline{أ ب}$.

أولا : أثبت أن المستوى مأ حـ ⊥ المستوى أ ب حـ ء .

ثانيا : أثبت أن $\overline{أ ب}$ ⊥ المستوى منه

ثالثا : أوجد قياس (∠ م - $\overleftrightarrow{أ ب}$ - ء) [الإجابة : ٤٥°]

أولا : الجـــــبر

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) إذا كان $ل_{ن+١} : ل_{ن} = ٦ : ١$ ، $و_{ن+١} : و_{ن} = ٣ : ٢$

فأوجد قيمتى $ن$ ، $ر$ [الإجابة : ٣ ، ٩]

(ب) **إذا كانت ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فاثبت أن :**

اثبت أن $(١ + ٢\omega^{٥} + \frac{١}{\omega^{٢}}) (١ + ٢\omega + \frac{١}{\omega^{٤}}) = ١$

---

[٢] (أ) فى مفكوك $(س^{٢} + \frac{١}{س})^{٩}$ حسب قوى $س$ التنازلية .

أولا : أوجد الحد الخالى من $س$. [الإجابة : $ع_{٧}$]

ثانيا : إذا كان النسبة بين الحد الخالى من $س$ والحد السادس $\frac{٢}{٣}$ فأوجد قيمة $س$.

(ب) بدون فك المحدد اثبت أن :

$$\begin{vmatrix} ١ & ب حـ & جـ أ + أ ب \\ ١ & جـ أ & أ ب + ب جـ \\ ١ & أ ب & ب جـ + جـ أ \end{vmatrix} = صفر$$

---

[٣] (أ) حل المعادلات الخطية الآتية باستخدام طريقة كرامر :

$٢س - ص + ع = ٣$ ، $٣س + ص - ع = ٢$ ،

$س - ٢ص + ع = ٠$ [الإجابة : (١ ، ٢ ، ٣)]

(ب) ضع كلا من العددين : $ع_{١} = -١ - \sqrt[٣]{٢}$ ت ، $ع_{٢} = ٢ - \sqrt[٣]{٢}$ ت

على الصورة الأسية ثم أوجد : $\frac{ع_{٢}}{ع_{١}}$ ، $\sqrt{ع_{٢}}$ فى الصورة المثلثية .

[الإجابة : ٢ (جتا $\frac{ط}{٣}$ + ت جا $\frac{ط}{٣}$) ، ٢ (جتا $\frac{٥ط}{٦}$ + ت جا $\frac{٥ط}{٦}$) ، ٢ (جتا $\frac{١١ط}{٦}$ + ت جا $\frac{١١ط}{٦}$)]

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) **أكمل ما يأتى :**

(١) إذا وازى مستقيم مستويا فإنه يوازي .....

(٢) إذا كان مستقيم عموديا على أحد مستويين متوازيين فإنه .....

(٣) إذا كانت أبعاد متوازي مستطيلات هي ٤ ، ٣ ، ١٢ سم فإن طول قطره = ...

(٤) إذا اشترك مستويان في ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة فإنهما .....

(ب) أ ب جـ ء هرم ثلاثى منتظم ، $\overline{أ هـ}$ متوسط فى الوجه أ ب جـ . اوجد قياس الزاوية أ هـ ء وبعد النقطة أ عن المستوى ب جـ ء .

---

[٢] (أ) أثبت أنه : " إذا كان مستقيم عمودياً على مستوى فكل مستوى يحوى هذا المستقيم يكون عمودياً على ذلك المستوى " .

(ب) أ ب جـ ، ء ب جـ مثلثان فى مستويين مختلفين فإذا كانت س ، ص ، ع ، ل منتصفات $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ء جـ}$ ، $\overline{ء ب}$ على الترتيب . اثبت أن :

أولا : $\overleftrightarrow{س ص}$ // المستوى ء ب جـ

ثانيا : الشكل س ص ع ل متوازى أضلاع .

---

[٣] (أ) أ ب جـ ء شبه منحرف متساوى الساقين فيه $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب جـ}$ ، أ ء = ٢٠ سم ، أ ب = ب جـ = ١٠ سم ، رسم المثلث م أ ء المتساوى الأضلاع بحيث كان مستواه عموديا على المستوى أ ب جـ ء ، كما رسمت $\overline{م س}$ عمودية على $\overline{أ ء}$ حيث س ∈ $\overline{أ ء}$. أوجد :

أولا : طول $\overline{م ب}$ [الإجابة : ٢٠ سم]

ثانيا : ظل الزاوية (∠ م - $\overleftrightarrow{أ ب}$ - ء) [الإجابة : ٢]

أولا : الجـــــــبر

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) إذا كان $ل_{ر}^{٦} = ١٢٠$ ، $\frac{ل_{ن+١}}{ل_{ن+١}} = ٢$ فأوجد $|ن - ر|$

[الإجابة : ٢٤]

(ب) **إذا كانت ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فاثبت أن :**

اثبت أن $(١ + \frac{١}{\omega} + ت)(١ + \frac{١}{\omega^{٢}} + ت) = ت$

---

[٢] (أ) أوجد كلا من الحد الأوسط والحد الذى يحتوى على $س^{-٣}$ فى مفكوك $(\frac{٢س}{٣} + \frac{٣}{س^{٢}})^{١٢}$ ، وإذا كانت النسبة بين هذين الحدين هى ١٤ : ٩ على الترتيب فما قيمة س .

[الإجابة : $س = \frac{٣}{٢}$]

(ب) بدون فك المحدد أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} س + ص + ٢ & س & ص \\ ١ & ٢س + ص + ١ & ص \\ ١ & س & س + ٢ص + ١ \end{vmatrix} = ٢(س + ص + ١)^{٣}$$

---

[٣] (أ) حل المعادلات الخطية الآتية باستخدام طريقة كرامر :

$٣س + ٢ص + ٣ع = ٤$ ، $٥س + ص - ٢ع = ٢$ ،

$٢س + ٣ص - ع = -٢$

[الإجابة : (١ ، -١ ، ١)]

(ب) ضع العدد $ع_{١} = ١ - \sqrt{٣}ت$ حيث $ت^{٢} = -١$ على الصورة الأسية ، وإذا كان $ع_{١}ع_{٢} = ٨ هـ^{٣ط ت}$ فأوجد الجذرين التربيعيين للعدد $ع_{٢}$ فى الصورة المثلثية

[الإجابة : $ع_{١} = ٢ هـ^{\frac{٥ط ت}{٣}}$ ، $٢(جتا \frac{٢ط}{٣} + ت جا \frac{٢ط}{٣})$ ، $٢ \cdot جتا \frac{٥ط}{٣} + ت جا \frac{٥ط}{٣}$]

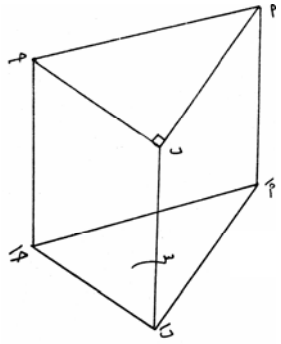
ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) أكمـل ما يأتى :

(١) إذا وازى مستقيم خارج مستوى مستقيما في المستوى فإنه .....
(٢) إذا رسم مستقيم مائل على مستو وكان مسقطه على المستوى عموديا على مستقيم فيه كان هذا .....
(٣) المستقيمان يكونان متخالفان إذا كان .....
(٤) إذا كان كل من مستويين متقاطعين عموديا على مستو ثالث كان خط تقاطع هذين المستويين .....

(ب) **فى الشكل المقابل :**



م ب ح مثلث قائم الزاوية فى ب ، م′ ب′ ح′ مسقطه العمودى على المستوى س ، فإذا كان $\overline{ب ح}$ يوازى المستوى س .

أثبت أن :

ق(∠ م′ ب′ ح′) = ٩٠°

[٢] (أ) أثبت أنه " إذا وازى مستقيم مستويا فإنه يوازى جميع المستقيمات التى تنشأ عن تقاطع هذا المستوى مع المستويات التى تحتوى ذلك المستقيم "

(ب) م ب ح ء هرم ثلاثى فيه م ب = ح ء ، س منتصف $\overline{ب ح}$. رسم المستوى س يمر بالنقطة س ويوازى كلا من $\overline{م ب}$ ، $\overline{ح ء}$ ويقطع $\overline{م ح}$ فى نقطة ص ، $\overline{م ء}$ فى نقطة ع ، $\overline{ب ء}$ فى نقطة م . اثبت أن الشكل س ص ع م معين .

[٣] (أ) م م ب ح ء هرم رباعى قائم قاعدته م ب ح ء مربع طول ضلعه $٢\sqrt{٤}$ سم وطول حرفه الجانبى يساوى ٨ سم . أوجد :

أولا : ارتفاع الهرم [الإجابة : $٣\sqrt{٤}$]
ثانيا : قياس زاوية ميل $\overline{م م}$ على مستوى القاعدة م ب ح ء . [الإجابة : ٦٠°]
ثالثا : ظل الزاوية بين المستويين م م ب ، م ب ح ء . [الإجابة : $٦\sqrt{}$]

(ب)

أولا : الجـــــبر

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) إذا كان : $\omega^{س ص} = \omega^{س ص + ١}$ ، $\omega^{س ص} \times ٤ = \omega^{س ص - ١} \times ٥$

فأوجد قيمتى س ، ص . [الإجابة : ١٧ ، ٨]

(ب) **إذا كانت ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح فاثبت أن :**

اثبت أن $\left(\frac{٥ \omega^{٢} - ٣}{٣ \omega - ٥} + \frac{٧ \omega ٤ + ٧}{٤ + ٧ \omega^{٢}} \right)^{٢} = ١$

[٢] (أ) فى مفكوك $\left(\frac{٣س}{٢} + \frac{٢}{٢س} \right)^{ن}$ كانت النسبة بين إذا كانت النسبة بين الحدود الخامس والسادس والسابع كنسبة ٤٠ : ٢٤ : ١١ . أوجد قيمة كل من ن ، س .

[الإجابة : ن = ١٦ ، س = $\pm \frac{٤}{٣}$]

(ب) بدون فك المحدد أثبت أن :

$$\begin{vmatrix} ١ & ١ & س \\ -٢س + ٢س^{٢} & ١ + ٢س^{٢} & ٢س^{٣} \\ -٣س + ٣س^{٢} & ٣س^{٢} & ١ + ٣س^{٣} \end{vmatrix} = ١ + ٢س + ٣س^{٢}$$

---

[٣] (أ) حل المعادلات الخطية الآتية باستخدام طريقة كرامر :

٣س + ص - ع = ١٠ ، ٢س + ٢ص + ع = ١١ ،

س - ص + ٣ع = ٤ [الإجابة : (٣ ، ٢ ، ١)]

(ب) ضع العدد ع١ = - ١ + ت حيث ت٢ = - ١ على الصورة الأسية ، وإذا كان $\frac{ع_{٢}}{ع_{١}} = ٤ هـ^{ط ت}$ فأوجد ع٢ . [الإجابة : ع١ = ٤$\sqrt{٣}$ هـ $^{\frac{٥ ط ت}{٣}}$]

ثانيا : الهندسة الفراغية

أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :

[١] (أ) أكمـــل ما يأتى :
(١) إذا قطع مستوى مستويين متوازيين فخطا تقاطعه .....
(٢) قياس الزاوية الزوجية هو قياس .....
(٣) قطر متوازي السطوح هو قطعة مستقيمة تصل بين .....
(٤) أ ب حـ أ/ ب/ حـ/ منشور ثلاثي . خط تقاطع المستوى أ ب حـ/ مع المستوى أ أ/ حـ/ حـ هو المستقيم .....

(ب) أ نقطة خارج مستوى س ، هـ مسقطها على س ، ب نقطة ∈ س حيث (هـ ب) = ٦ سم ، حـ نقطة على الدائرة التى قطرها هـ ب وطول نصف قطرها ٣ سم
أولا : أثبت أن : ↔ حـ ب ⊥ المستوى أ حـ هـ .
ثانيا : إذا كان ق(∠ حـ ب هـ) = ٣٠° ، أ هـ = ٣ سم فأوجد قياس الزاوية بين ↔ حـ أ والمستوى س .

---

[٢] (أ) أثبت أنه " إذا رسم مستقيم مائل على مستو وكان عمودياً على مستقيم فى المستوى فإن مسقط المستقيم المائل على المستوى يكون عموديا على هذا المستقيم " .

(ب) أ ، ب ، حـ ، ء أربع نقط ليست فى مستوى واحد ، ب حـ = أ ء ، أ ء ⊥ المستوى ب حـ ء ، إذا كانت النقطة س ، ص ، ع ، ل منتصفات أ ب ، أ حـ ، حـ ء ، ب ء على الترتيب فاثبت أن س ، ص ، ع ، ل تقع فى مستوى واحد وأنها تكون رؤوس مربع .

---

[٣] (أ) أ ب حـ ء أ/ ب/ حـ/ ء/ مكعب رسمت أ/ ب ، أ/ حـ ، أ/ ء . اثبت أن :
أولا : كل من المثلثين أ/ ب حـ ، أ/ ء حـ قائم الزاوية وأنهما متطابقان .
ثانيا : أ/ حـ ⊥ ب ء .

(ب) أ ب حـ ء هرم ثلاثى فيه أ ب ⊥ المستوى ب حـ ء ، هـ منتصف حـ ء ، فإذا كان أ ب = ١٠√٣ سم ، ب حـ ء مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ٢٠ سم فاحسب طول ب هـ ، ثم أوجد ق(∠ أ - ↔ حـ ء - ب) .
[الإجابة : ١٠√٣ سم ، ٤٥°]