أمثلة عامة

الحصة الرابعة

(١) فصل دراسي به ٥٠ طالباً " ٣٠ منهم " يدرسون الأحياء ، " ٢٥طالباً " يدرسون الكيمياء ، " ٢٠ طالباً " يدرسون المادتين . فإذا اختير طالب عشوائي أوجد احتمال أن يكون الطالب المختار .

أولاً : لا يدرس الأحياء .

ثانياً : يدرس أحد المادتين على الأقل .

ثالثا : يدرس الكيمياء فقط .

رابعاً : يدرس أحداهما فقط [يدرس أحداهما ولا يدرس الأخرى].

خامسا : يدرس أحداهما على الأكثر .

سادسا : لا يدرس أيا من المادتين .

الحل

أولا : بالقوانين

ل (أ) يدرس الأحياء = $\frac{٣٠}{٥٠}$

ل (ب) يدرس الكيمياء = $\frac{٢٥}{٥٠}$

ل (أ ∩ ب) يدرس المادتين = $\frac{٢٠}{٥٠}$

أولاً : لا يدرس الأحياء ل (أَ) = ١ – ل(أ)

ثانياً : يدرس أحد المادتين على الأقل .

ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) – ل (أ ∩ ب)

ثالثا :يدرس الكيمياء فقط

ل (ب – أ) = ل (ب) – ل (أ ∩ ب)

رابعاً : يدرس أحداهما فقط (مادة دون الأخرى)

ل (أ – ب) + ل (ب – أ)

∴ [ل(أ) – ل (أ ∩ ب)] + [ل (ب) – ل (أ∩ ب)]

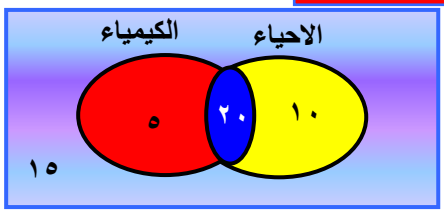
خامسا : يدرس أحداهما على الأكثر .

ل (أَ ∪ بَ) = ل (أ ∩ ب)َ = ١ – ل(أ ∩ ب)

سادسا : لا يدرس أيا من المادتين .

ل (أ ∪ ب)َ = ١ – ل (أ ∪ ب)

ثانيا بأشكال ڤن :



ل (أ) يدرس الأحياء = $\frac{٣٠}{٥٠}$

ل (ب) يدرس الكيمياء = $\frac{٢٥}{٥٠}$

ل (أ ∩ ب) يدرس المادتين = $\frac{٢٠}{٥٠}$

أولاً : لا يدرس الأحياء ل (أَ) = $\frac{١٥ + ٥}{٥٠}$ = $\frac{٢٠}{٥٠}$

ثانياً : يدرس أحد المادتين على الأقل .

ل (أ ∪ ب) = $\frac{٥ + ٢٠ + ١٠}{٥٠}$ = $\frac{٣٥}{٥٠}$

ثالثا : يدرس الكيمياء فقط .

ل (ب – أ) = $\frac{٥}{٥٠}$

رابعاً : يدرس أحداهما فقط [مادة دون الأخرى]

ل (أ – ب)+ ل(ب – أ)

$\frac{١٥}{٥٠}$ = $\frac{٥}{٥٠}$ + $\frac{١٠}{٥٠}$

خامسا : يدرس أحداهما على الأكثر .

ل (أَ ∪ بَ) = $\frac{١٥ + ٥ + ١٠}{٥٠}$ = $\frac{٣٠}{٥٠}$

سادسا : لا يدرس أيا من المادتين .

ل (أ ∪ ب)َ = $\frac{١٥}{٥٠}$

---

(٢) فى مدرسة ثانوية إذا كان احتمال أن يكون الطالب ناجح فى مادة الرياضيات $\frac{٢}{٣}$ ، أن يكون ناجح فى مادة الفلسفة $\frac{٥}{٦}$ ، احتمال أن يكون ناجحاً فى ايا من المادتين $\frac{٩}{١٠}$ فاحسب احتمال أن يكون الطالب :

i – ناجحا فى المادتين معاً [ناجحاً فى كلا المادتين]
[ناجحاً فى الرياضيات والفلسفة]

ii – راسب فى المادتين [راسب في المادتين معا]
[لم ينجح فى أيا من المادتين]

iii – عدم نجاحه في المادتين معا .

iv – ناجح فى الفلسفة وراسب فى الرياضيات

الحل

ناجح فى الرياضيات ل (أ) = $\frac{٢}{٣}$

ناجح فى الفلسفة ل (ب) = $\frac{٥}{٦}$

ناجح فى ايا من المادتين = ل (أ ∪ ب) = $\frac{٩}{١٠}$

أولاً : ناجح فى المادتين معاً [كلا المادتين]

(الرياضيات والفلسفة) : ل (أ ∩ ب)

ل(أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) – ل (أ ∩ ب)

$\frac{٩}{١٠}$ = $\frac{٢}{٣}$ + $\frac{٥}{٦}$ – ل (أ ∩ ب)

∴ ل (أ ∩ ب) = $\frac{٢}{٣}$ + $\frac{٥}{٦}$ – $\frac{٩}{١٠}$ = $\frac{٣}{٥}$

ثانيا : راسب فى المادتين [راسب في المادتين معا]
[لم ينجح فى أيا من المادتين]

ل (أَ ∩ بَ) = ل(أ ∪ ب)َ = ١ – ل(أ ∪ ب)

ثالثا : عدم نجاحه في المادتين معا .

ل (أ ∩ ب)َ = ١ – ل (أ ∩ ب)

رابعا : ناجحاً في الفلسفة وراسب فى الرياضيات .

ل(ب ∩ أَ) = ل (ب) – ل (أ ∩ ب)

(٣) في مسابقة للطلاب بإحدى المدارس الثانوية ، أعطيت مسألة في مادة الإحصاء لطالبين أ ، ب فإذا كان احتمال أن يحل الطالب أ هذه المسألة= $\frac{١}{٤}$ ، واحتمال أن يحل الطالب ب نفس المسألة= $\frac{١}{٣}$ ، واحتمال أن يحل كلاهما المسألة = $\frac{١}{٦}$ ، فاحسب احتمال :

١- عدم حل المسألة .

٢- أن يحل الطالب ب المسألة أولا يحلها الطالب أ .

الحل

أولا : احتمال عدم حل المسألة

ل (أ ∪ ب)' = ١ - ل (أ ∪ ب)

= ١ - [ل(أ) + ل (ب) -ل(أ ∩ ب)]

= ١- [$\frac{١}{٤}$ + $\frac{١}{٣}$ - $\frac{١}{٦}$]

= ١- [$\frac{٥}{١٢}$] = $\frac{٧}{١٢}$

ثانيا : أن يحل الطالب ب المسألة أولا يحلها الطالب أ

ل (ب ∪ أ') = ل (أ') + ل(أ ∩ ب)

= ١- $\frac{١}{٤}$ + $\frac{١}{٦}$ = $\frac{١١}{١٢}$

---

(٤) سحبت بطاقة واحدة عشوائياً من بين ١٥ بطاقة مرقمة من ١ إلى ١٥ أوجد احتمال أن البطاقة المسحوبة تحمل رقماً فردياً .

أولاً : يقبل القسمة على " ٣ "

ثانياً :يقبل القسمة على " ٥ "

ثالثاً : يقبل القسمة على " ٣ أو ٥ "

الحل

ف={ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٥ }

أولاً : يقبل القسمة على " ٣ "[من بين الأعداد الفردية]

أ = { ٣ ، ٩ ، ١٥ } ⇦ ل(أ) = $\frac{٣}{١٥}$

ثانياً: يقبل القسمة على ٥[من بين الأعداد الفردية]

ب = { ٥ ، ١٥ } ⇦ ل(ب) = $\frac{٢}{١٥}$

ل (أ ∩ ب) = ل({ ١٥ }) = $\frac{١}{١٥}$

ثالثاً : إيجاد ل(أ ∪ ب)

i-بالقانون ل(أ ∪ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ ∩ ب)

= $\frac{٣}{١٥}$ + $\frac{٢}{١٥}$ - $\frac{١}{١٥}$ = $\frac{٤}{١٥}$

i i- بالسرد ل(أ ∪ب) = ل({ ٣ ، ٩ ، ١٥ ، ٥ })=$\frac{٤}{١٥}$

iii – بالطريقة المباشرة :

ل (جـ) = ل({ ٣ ، ٩ ، ١٥ ، ٥ }) = $\frac{٤}{١٥}$

---

(٥) صندوق به ١٠٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ١٠٠ سحبت بطاقة عشوائياً أوجد احتمال أن العدد المكتوب على البطاقة المسحوبة .

أولاً : أولياً وأقل من ٢٥

ثانياً : يقبل القسمة على ١٥ أو ١٨

الحل

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ..... ، ١٠٠ }

أولاً : أولياً وأقل من ٢٥

أ= { ٢،٣،٥،٧،١١،١٣،١٧،١٩،٢٣ } ⇦ ل(أ) = $\frac{٩}{١٠٠}$

ثانياً : يقبل القسمة على ١٥ أو ١٨

ب = ({ ١٥،٣٠،٤٥،٦٠،٧٥،٩٠، ١٨، ٣٦، ٥٤، ٧٢})

⇦ ل (ب) = $\frac{١٠}{١٠٠}$

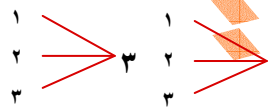
---

(٦) من مجموعة الأرقام { ١ ، ٢ ، ٣ } كون عدد من رقمين فما هو احتمال كل من الأحداث التالية :

i – رقما الآحاد والعشرات فرديان .

ii– رقما الآحاد والعشرات أحداهما زوجي والأخر أولي

الحل



ف = { ١١، ٢١، ٣١، ١٢، ٢٢، ٣٢، ١٣، ٢٣، ٣٣}

أولا : – رقما الآحاد والعشرات فرديان .

أ= {١١ ، ١٣ ، ٣١ ، ٣٣ } ⇦ ل (أ) = $\frac{٤}{٩}$

ب= { ٢٢، ٣٢ ، ٢٣} ⇦ ل (ب) = $\frac{٣}{٩}$

---

(٧) من مجموعة الأرقام (٠ ، ١ ، ٢ ، ٣) كون عدد من رقمين مختلفين فما هو احتمال كل من الأحداث التالية .

أولاً : أن يكون رقم الآحاد أولياً

ثانياً : أن يكون العدد زوجي أو رقم العشرات فردياً

الحل

ف = { ١٠،٢٠،٣٠،٢١،٣١،١٢،٣٢،١٣،٢٣ }

أولاً : أن يكون رقم الآحاد أولياً

أ = {١٢، ٣٢ ، ١٣ ، ٢٣ } ⇦ ل(أ) = $\frac{٤}{٩}$

ثانياً : أن يكون العدد زوجي أو رقم العشرات فردى

ل(د) = ل({١٠، ٢٠ ، ٣٠ ، ١٢ ، ٣١ ، ٣٢ ، ١٣ })= $\frac{٧}{٩}$

(٨) كيس يحتوي علي ٤ كرات حمراء مرقمة من ١ إلي ٤ ، ٣ كرات بيضاء مرقمة من ٥ إلي ٧ سحبت كرة عشوائيا من الكيس .

أولا : أوجد احتمال كلا من الحدثين التاليين:

(i) أ : حدث أن تكون الكرة المسحوبة حمراء وتحمل عدد أوليا .

(ii) ب : بيضاء أو تحمل عدد زوجيا .

ثانيا : هل أ ، ب حدثان متنافيان ؟ علل إجابتك .

الحل

ف = { ح١ ،ح٢ ، ح٣ ، ح٤، ب٥ ، ب٦، ب٧ }

i: حمراء وتحمل عدد أوليا أ ={ ح٢، ح٣} ⇦ل(أ)= $\frac{٢}{٧}$

ii : بيضاء أو تحمل عدد زوجي

ب = { ب٥ ، ب٦ ، ب٧ ، ح٢ ، ح٤ } ⇦ ل(ب) = $\frac{٥}{٧}$

(أ ∩ ب) = { ح٢ } ⇦ الحدثان غير متنافيان

(٩) إذا سحبت بطاقة واحدة عشوائيا من بين ٤٠ بطاقة مرقمة من ١ إلي ٤٠ فما هو احتمال أن يكون العدد علي البطاقة المسحوبة :

(١) مربعا كاملا

(٢) قابلا القسمة علي ٥ أو ٧

(٣) مربعا كاملا ويقبل القسمة ٥أو٧

الحل

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ..... ، ٤٠ }

١) مربع كامل أ = { ١ ،٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥ ، ٣٦ }

⇦ ل (أ) = $\frac{٦}{٤٠}$

٢) قابلا القسمة علي ٥ أو ٧

ب= { ٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠ ، ٣٥ ، ٤٠ ، ٧ ، ١٤ ، ٢١ ، ٢٨ } ⇦ ل (ب) = $\frac{١٢}{٤٠}$

٣) مربعا كاملا ويقبل القسمة ٥أو٧

ل (أ ∩ ب) = ل({ ٢٥ }) = $\frac{١}{٤٠}$

التمرين الرابع

١- فصل دراسي به ٤٠ طالباً نجح منهم ٢٠في الاقتصاد" ٢٥طالباً في الإحصاء ١٥في المادتين . فإذا اختير طالب عشوائي أوجد احتمال أن يكون الطالب المختار .

أولاً : راسب في الإحصاء .

ثانياً : ناجحا في أحد المادتين على الأقل .

ثالثا : ناجح في الإحصاء فقط .

رابعا :ناجحا في أحداهما على الأكثر

خامسا : ناجحا في أحداهما فقط .

[٨/٥ ، ٤/٣، ٤/١ ، ٨/٥ ، ٨/٧]

٢- في مدرسة ثانوية إذا كان احتمال أن يدرس الطالب مادة الجغرافيا ٠,٦، أن يدرس مادة الفلسفة ٠,٣ ، احتمال أن يدرس أيا من المادتين ٠,٧

فاحسب احتمال أن يكون الطالب

١- يدرس المادتين معاً

٢- لم يدرس أيا من المادتين

٣- عدم دراسته للمادتين معا .

٤- يدرس الفلسفة ولا يدرس الجغرافيا

[٠,٢ ، ٠,٣ ، ٠,٨ ، ٠,١]

٣ - في مسابقة للطلاب بإحدى المدارس الثانوية ، أعطيت مسألة في مادة الإحصاء لطالبين أ ، ب فإذا كان احتمال أن يحل الطالب أ هذه المسألة= $\frac{٣}{٨}$ ، واحتمال أن يحل الطالب ب نفس المسألة= $\frac{١}{٤}$ ، واحتمال أن يحل كلاهما المسألة = $\frac{١}{٨}$ ، فاحسب احتمال :

١- عدم حل المسألة .

٢- أن يحل الطالب أ المسألة أولا يحلها الطالب ب .

[٢/١ ، ٨/٧]

٤- سحبت بطاقة واحدة عشوائياً من بين ٣٥ بطاقة مرقمة من ١ إلى٣٥ أوجد احتمال أن البطاقة المسحوبة تحمل رقماً فردياً .

أولاً : يقبل القسمة علي ٥ .

ثانياً : يقبل القسمة علي ٧

ثالثاً : يقبل القسمة ٥ أو ٧

[٣٥/٤ ، ٣٥/٣ ، ٣٥/٦]

٥- صندوق به ١٠٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ١٠٠ سحبت بطاقة عشوائياً أوجد احتمال أن العدد المكتوب على البطاقة المسحوبة .

أولاً : أولياً وأقل من ٣٠

ثانياً : يقبل القسمة على ١٥ أو ٢٥

[٠,١ ، ٠,٠٩]

٦- من مجموعة الأرقام { ١ ، ٢ ، ٣ ،٤ } كون عدد من رقمين فما هو احتمال كل من الأحداث التالية :

i - رقما الآحاد والعشرات زوجيان .

ii- رقما الآحاد والعشرات أحداهما فردي والأخر أولي

[٤/١ ، ١٦/١]

٧- من مجموعة الأرقام (٠ ، ١ ، ٢ ، ٣، ٤) كون عدد من رقمين مختلفين **فما هو احتمال كل من الأحداث التالية .**

أولاً : أن يكون رقم الآحاد فرديا .

ثانياً : أن يكون العدد زوجي أو رقم العشرات أولي .

[٨/٣ ، ١٦/١٣]

٨- كيس يحتوي علي ٤ كرات بيضاء مرقمة من ١ إلي ٤ ، ٣ كرات حمراء مرقمة من ٥ إلي ٧ سحبت كرة عشوائيا من الكيس **أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:**

أولا : أوجد احتمال كلا من الحدثين التاليين:

(i) أ : حدث أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء وتحمل عدد فرديا .

(ii) ب : حمراء أو تحمل عدد أوليا .

ثانيا : هل أ ، ب حدثان متنافيان ؟ علل إجابتك .

[٧/٢ ، ٧/٥ ، غير متنافيين]

٩- إذا سحبت بطاقة واحدة عشوائيا من بين ٥٠ بطاقة مرقمة من ١ إلي ٥٠ **فما هو احتمال أن يكون العدد علي البطاقة المسحوبة :**

(١) مربعا كاملا .

(٢) قابلا القسمة علي ٧ أو ٩ .

(٣) مربعا كاملا ويقبل القسمة ٧ أو ٩ .

[٥٠/٧ ، ٢٥/٦ ، ٥٠/٣]

---

(١٠) إذا كانت ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ } هي فضاء العينة لتجربة عشوائية ما جميع نواتجها متساوية الإمكانات وكانت أ ، ب ، جـ ثلاث أحداث من ف بحيث أ = { ٢ ، ٣ ، ٥ } ، ب = { ٣ ، ٤ ، ٦ } ، جـ = { ٣ ، ٧ ، ٨ }

أولا عين الحدثين $\overline{أ} \cap \overline{ب}$ ، $أ \cap \overline{ب}$ ثم بين أنهما حدثان متنافيان .

ثانيا : عين الحدثين $(أ \cap ب)$ ، $\overline{أ} \cup \overline{جـ}$

ثالثا : أثبت أن $ل (أ \cap ب) = ل (\overline{أ} \cup \overline{جـ})$

الحصة الخامسة

رابعا : تطبيقات علي مسلمات الاحتمال

١ إذا كان أ،ب حدثين متنافيين فإن $أ \cap ب = \Phi$ ، $ل(أ \cap ب) =$ صفر حيث $ل(\Phi) =$ صفر

ويمكن تعميمها لأي عدد من الأحداث المتنافية

أمثلة للاحداث المتنافية

(١)الصفات المستحيل وقوعها معا مثل اللون والدين والجنس وفوز لاعبان معا في سباق .

(٢) أي حدث ومكمله .مثل $(أ \cap \overline{أ}) = \Phi$

(٣) الاحداث الاولية البسيطة لاي تجربة عشوائية فمثلا إذا كان : ف = { $أ_1$ ، $أ_2$ ، $أ_3$ } فإن الاحداث الاولية{ $أ_1$ } ، { $أ_2$ } ، { $أ_3$ } أحداث متنافية .

(١) إذا كان أ ،ب حدثين متنافيين أوجد: $ل(أ \cup \overline{ب})$

الحل

أ ، ب حدثان متنافيين ⇦ $ل (أ \cap ب) =$ صفر

$ل(\overline{أ} \cup \overline{ب}) = ل (أ \cap ب)' = ١ - ل (أ \cap ب)$

$= ١ -$ صفر $= ١$

---

(٢) صندوق يحتوى على ٣ كرات حمراء ، ٥ صفراء ، ٤خضراء اختيرت كرة واحدة عشوائياً أوجد .

(أ) احتمال أن تكون صفراء

(ب) احتمال أن تكون حمراء أو صفراء

الحل

العدد الكلى غير معطى

∴ المجموع = ٣+٥+٤ = ١٢

$ل(ح)$ حمراء = $\frac{٣}{١٢}$ ، $ل(ص)$ صفراء = $\frac{٥}{١٢}$

$ل(خ)$ خضراء = $\frac{٤}{١٢}$

احتمال حمراء أو صفراء

$ل(ح \cup ص) = ل(ح)+ل(ص)- ل(ح \cap ص)$

$= \frac{٣}{١٢} + \frac{٥}{١٢}$ - صفر $= \frac{٨}{١٢}$

---

(٣) فوج سياحي به عدد من السائحين فإذا كان احتمال أن يكون الشخص فرنسيا ٠,٤ و احتمال أن يكون المانيا ٠,٣ واحتمال أن يكون روسيا ٠,٢ فما هو احتمال الشخص فرنسيا أو المانيا أو روسيا

الحل

$ل (أ \cup ب \cup ج) = ل (أ) + ل (ب) + ل (ج) =$

$= ٠,٤ + ٠,٣ + ٠,٢ = ٠,٩$

٢ ل (ف) = ١

(٤) في تجربة ما ف فضاء عينة جميع نتائجها متساوية الإمكانيات وكان أ ∪ ب = ف ، ل (ب) = $\frac{٧}{١٢}$ وإذا كان عدد النواتج التي تؤدي إلي وقوع الحدث أ يساوي ١٣ وعدد جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية يساوي ٢٤ .
أوجد : احتمال حدوث أ،ب معا .

الحل

ل (أ) = $\frac{١٣}{٢٤}$

أ ∪ ب = ف ⇦ ل (أ∪ ب) = ١

∴ ل (أ ∪ ب) = ل (أ)+ ل (ب) – ل (أ ∩ ب)

١ = $\frac{١٣}{٢٤}$ + $\frac{٧}{١٢}$ – ل (أ ∩ ب)

ل (أ ∩ ب) = $\frac{١٣}{٢٤}$ + $\frac{٧}{١٢}$ – ١ = $\frac{١}{٨}$

٣ إذا كان ف = { أ ، ب ،جـ }
فإن ل(أ)+ ل(ب) + ل (جـ) = ١

(٥)إذا كان (ف) فضاء النواتج لتجربة عشوائية .

حيث ف = (أ ، ب ، جـ). وكان $\frac{ل(\overline{أ})}{ل(أ)}$ = $\frac{٧}{٢}$ ، $\frac{ل(\overline{ب})}{ل(ب)}$ = $\frac{٣}{٢}$. أوجد : $\frac{ل(\overline{جـ})}{ل(جـ)}$

الحل

$\frac{ل(\overline{أ})}{ل(أ)}$ = $\frac{٧}{٢}$ بضرب الطرفين × الوسطين

∴ ٢ل ($\overline{أ}$) = ٧ ل (أ)

⇦ ٢ (١ – ل (أ)) = ٧ ل(أ)

٢ – ٢ل (أ) = ٧ ل (أ)

⇦ ٢ = ٩ ل(أ) ⇦ ل (أ) = $\frac{٢}{٩}$

، $\frac{ل(\overline{ب})}{ل(ب)}$ = $\frac{٣}{٢}$ بضرب الطرفين × الوسطين

∴ ٢ل ($\overline{ب}$) = ٣ ل (ب)

⇦ ٢ (١ – ل (ب)) = ٣ ل(ب)

٢ – ٢ل (ب) = ٣ ل (ب)

⇦ ٢ = ٥ ل(ب)⇦ ل (ب) = $\frac{٢}{٥}$

وحيث ل (أ) + ل (ب) + ل (جـ) = ١

∴ $\frac{٢}{٩}$ + $\frac{٢}{٥}$ + ل (جـ) = ١

∴ ل (جـ) = ١ – $\frac{٢}{٩}$ – $\frac{٢}{٥}$ = $\frac{١٧}{٤٥}$

∴ ل ($\overline{جـ}$) = ١ – $\frac{١٧}{٤٥}$ = $\frac{٢٨}{٤٥}$

∴ $\frac{ل(\overline{جـ})}{ل(جـ)}$ = $\frac{٢٨}{٤٥}$ × $\frac{٤٥}{١٧}$ = $\frac{٢٨}{١٧}$

(٦) ثلاثة أشخاص " أ ، ب ، جـ " يتنافسون فى سباق فإذا كان احتمال فوز " أ " يساوى ضعف احتمال فوز "ب" واحتمال فوز"جـ" يساوى نصف احتمال فوز " ب " وأن شخصاً واحداً سيفوز بالسباق. أوجد :
أولاً : احتمال فوز " أ " أو " جـ "
ثانياً : احتمال عدم فوز " ب "

الحل

الاحتمال : ل(أ) ل(ب) ل(جـ)

الرمز : ٢س س $\frac{١}{٢}$ س بالضرب ×٢

٤س ٢س س

وحيث أن : ل(أ) + ل(ب) + ل(جـ) = ١

∴ ٤س + ٢ س + س = ١

∴ ٧ س = ١ ⇦ س = $\frac{١}{٧}$

∴ ل(أ) = ٤ × $\frac{١}{٧}$ = $\frac{٤}{٧}$

، ل(ب) = $\frac{٢}{٧}$ ، ل(جـ) = $\frac{١}{٧}$

أولا : احتمال فوزأ أوجـ

ل(أ ∪ جـ) = ل(أ) + ل(جـ) – ل(أ ∩ جـ)

= $\frac{٤}{٧}$ + $\frac{١}{٧}$ – ٠ = $\frac{٥}{٧}$

ثانيا : احتمال عدم فوز ب

ل($\overline{ب}$) = ١ – ل(ب) = ١ – $\frac{٢}{٧}$ = $\frac{٥}{٧}$

(٧) قطعة نقود معدنية صممت بحيث يكون احتمال ظهور الصورة ضعف احتمال ظهور الكتابة – أكتب فضاء العينة وأوجد احتمال كل من الأحداث البسيطة .

الحل

ف = { ص ، ك } الاحتمال : ل(ص) ل(ك)

الرمز : ٢س س

٢س + س = ١ ⇦ ٣س = ١ ⇦ س = $\frac{١}{٣}$

∴ ل (ص) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل (ك) = $\frac{١}{٣}$

(٨) صمم حجر نرد بحيث عند إلقائه يكون احتمال ظهور كل من الأعداد (١ ،٢ ،٤ ،٥ ،٦) متساوي واحتمال ظهور العدد (٣) أربعة أمثال ظهور العدد(٢) احسب احتمال ظهور عدد أولى .

الحل

الاحتمال: ل(١) ل(٢) ل(٣) ل(٤) ل(٥) ل(٦)

الرمز : س س ٤ س س س س

س + س + ٤س + س + س + س = ١

٩ س = ١ ⇦ س = $\frac{١}{٩}$

∴ ل(١) = ل(٢) = ل(٤) = ل(٥) = ل(٦) = $\frac{١}{١٠}$

، ل (٣) = ٤ × $\frac{١}{٩}$ = $\frac{٤}{٩}$

احتمال ظهور عدد أولى = ل(٢) + ل(٣) + ل(٥)

= $\frac{١}{٩}$ + $\frac{٤}{٩}$ + $\frac{١}{٩}$ = $\frac{٦}{٩}$

٤ ل (ف – الحدث) = ١ – ل (الحدث)

(٩) أ ، ب حدثان ينتميان إلي فضاء العينة ف المصاحب لتجربة عشوائية ما بحيث كان ل (أ) = ل (ب) .

فإذا علمت أن ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٦

فأوجد : أولا : ل (أ) . ثانيا : ل (ف – ب) .

الحل

أولا : إيجاد ل (أ)

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) – ل(أ ∩ ب)

٠,٦ = ل (أ) + ل (أ) – ٠,٢

٠,٨ = ٢ ل (أ) ⇦ ل (أ) = $\frac{٠,٨}{٢}$ = ٠,٤

ثانيا : ل (ف – ب) = ١ – ل (ب)

= ١ – ٠,٤ = ٠,٦

٥ أ ∪ أَ = ف

احتمال أي حدث = مجموع الاحداث الاولية التي يتكون منها فمثلا : إذا كان ف= { أ١ ، أ٢ ، أ٣ }

وكان الحدث أ = { أ١ ، أ٢ }

فإن ل (أ) = ل{ أ١ ، أ٢ }) = ل(أ١) + ل (أ٢)

(١٠) إذا كان ف = { أ١ ، أ٢ ، أ٣ ، أ٤ } وكان ل(أ٣) = ٢ ل (أ٤) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (أ١) = ٣ ل (أ٢)

فأوجد : ل (أ١) ، ل (أ٢) ، ل({ أ٢ ، أ ٣ })

الحل

الاحتمال : ل (أ١) ل (أ٢) ل(أ٣) (أ ٤)

الرمز : ٣س س $\frac{١}{٣}$ $\frac{١}{٢ \times ٣}$ = $\frac{١}{٦}$

٣س + س + $\frac{١}{٣}$ + $\frac{١}{٦}$ = ١

٤س + $\frac{١}{٢}$ = ١

⇦ ٤س = $\frac{١}{٢}$ ⇦ س = $\frac{١}{٤ \times ٢}$ = $\frac{١}{٨}$

ل (أ١) = ٣ × $\frac{١}{٨}$ = $\frac{٣}{٨}$ ، ل (أ٢) = $\frac{١}{٨}$

ثانياً : ل({ أ٢ ، أ ٣ }) = ل (أ٢) + ل (أ٣)

= $\frac{١}{٨}$ + $\frac{١}{٣}$ = $\frac{١١}{٢٤}$

التمرين الخامس

١- إذا كان أ ،ب حدثين متنافيان أوجد ل (أ ∩ ب)

[١]

٢- صندوق يحتوى على ٣ كرات حمراء ، ٥ صفراء ، ٤خضراء اختيرت كرة واحدة عشوائياً أوجد .

i - احتمال أن تكون صفراء

ii - احتمال أن تكون حمراء أو خضراء

[١٢/٥ ، ١٢/٧]

٣- في دراسة حول أحد بيوت الشباب وجد به ٣٠ شخصا من مختلف قارات العالم منهم ١٠من المانيا ، ٨ من انجلترا ، ٧ من شيلي ، ٥ من كولومبيا .

فما احتمال أن يكون الشخص : أولا: من المانيا .

ثانيا: ليس من انجلترا .ثالثا: من شيلي أو كولومبيا .

[٣/١ ، ١٥/١١ ، ٥/٢]

٤- يذهب شخص إلي عمله يوميا فإذا كان احتمال أن يستخدم سيارته للذهاب إلي العمل هو ٠,٢١ واحتمال أن يستخدم المترو للذهاب إلي العمل هو ٠,١٤ واحتمال أن يستخدم الأتوبيس ٠,٤٨ واحتمال أن يستخدم التاكسي ٠,١٢ واحتمال ذهابه للعمل سيرا علي الأقدام ٠,٠٥

ما احتمال أن يذهب الشخص إلي عمله مستخدما سيارته أو المترو أو التاكسي .

[٠,٤٧]

٥- أوجد ل (أ ∩ أَ) [١]

٦-في تجربة ما ف فضاء عينة جميع نتائجها متساوية الإمكانيات وكان أ ∪ ب = ف ، ل (أَ) = $\frac{٥}{١٢}$

وإذا كان عدد النواتج التي تؤدي إلي وقوع الحدث ب يساوي ٦ وعدد جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية يساوي ١٢ .أوجد : احتمال وقوع كلا الحدثين .

[١٢/١]

٧- إذا كان أ ∪ ب = ف أوجد ل(أَ ∩ بَ)

[صفر]

٨- إذا كان (ف) فضاء النواتج لتجربة عشوائية .

حيث ف = (أ ، ب ، جـ). وكان $\frac{ل(\overline{أ})}{ل(أ)}$ = $\frac{٥}{٣}$ ،

$\frac{ل(\overline{ب})}{ل(ب)}$ = $\frac{٣}{٢}$. أوجد $\frac{ل(\overline{جـ})}{ل(جـ)}$

[٩/٣١]

٩- ثلاثة أشخاص " أ ، ب ، جـ " يتنافسون فى سباق فإذا كان احتمال فوز " أ " يساوى نصف احتمال فوز "ب" واحتمال فوز"أ " يساوى ضعف احتمال فوز " جـ" وأن شخصاً واحداً سيفوز بالسباق. **أوجد :**
أولاً : احتمال فوز "ب" أو "جـ"
ثانياً : احتمال عدم فوز " أ "
[٧/٥ ، ٧/٥]

١٠- أ ، ب ، جـ ثلاثة أحداث متنافية من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ما بحيث ف = أ ∪ ب ∪ جـ
فإذا كان ل (أ) = ل (ب) ، ل (جـ) = $\frac{١}{٣}$ ل (أ)
فأحسب :
i - ل (أ ∪ بَ) . ii - ل (بَ ∩ جـ)
[٧/٤ ، ٧/٣]

١١- قطعة نقود معدنية صممت بحيث يكون احتمال ظهور الصورة نصف احتمال ظهور الكتابة - أكتب فضاء العينة **وأوجد احتمال كل من الأحداث البسيطة .**
[ل (ص) = ٣/١ ، ل (ك) ٣/٢]

١٢- **صمم حجر نرد بحيث عند إلقائه يكون احتمال ظهور كل من الأعداد** (١، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦) **متساوي**
واحتمال ظهور العدد(٥) ثلاثة أمثال ظهور العدد (٦)
احسب احتمال ظهور عدد أولى .
[٨/٥]

١٣- حجر نرد غير منتظم بحيث احتمالات ظهور الأرقام من ١ إلي ٦ تكون الحدود التتالية لمتتابعة هندسية أساسها ٢ **أحسب احتمال الحصول علي عدد زوجي عند إلقاء الحجر مرة واحدة فقط .**
[٣/٢]

١٤- أ ، ب حدثان ينتمان إلي فضاء العينة ف المصاحب لتجربة عشوائية ما بحيث كان ل(أ)= ل(ب) فإذا علمت أن ل(أ ∩ ب) = ٠,٣ ، ل (أ ∪ ب)= ٠,٧
فأوجد : أولا : ل (ب) . ثانيا : ل (ف - أ) .
[٢/١ ، ٢/١]

١٥- **أوجد ل (أ ∪ أَ)**
[١]

١٦- إذا كان ف = { أ١ ، أ٢ ، أ٣ ، أ٤ } وكان
ل(أ١) = ٣ ل (أ٢) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (أ٣) = ٢ ل (أ٤)
فأوجد : ل (أ٣) ، ل (أ٤) ، ل({ أ١ ، أ ٤ }
[٩/٢ ، ٩/١ ، ١٨/١١]

الحصة السادسة

خامسا : تطبيقات علي قوانين الاحتمال

١ تطبيقات علي :
قانون الفرق ل(أ - ب) = ل (أ) - ل (أ∩ ب)

(١)	ل(أَ - ب) = ل (أَ) - ل (أَ∩ ب)
(٢)	ل(أَ - بَ) = ل (أَ) - ل (أَ∩ بَ) وهكذا ...

(١) إذا كان أ ، ب حدثان من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل (أ) = ٠,٨ ، ل (ب) = ٠,٥ ،
ل (أ ∩ ب) = ٠,٤ أوجد ل (أ - بَ)

الحل

ل(أ - بَ) = ل (أ) - ل (أ∩ بَ)
= ٠,٨ - [ل (أ) - ل (أ ∩ ب)]
= ٠,٨ - [٠,٨ - ٠,٤]
= ٠,٨ - [٠,٤] = ٠,٤

---

٢ تطبيقات علي قوانين دي مورجان ل (...)َ = ١ - ل (...)

(١)	ل (أ - ب)َ = ١ - ل (أ - ب)
(٢)	ل (أَ ∩ ب)َ = ١ - ل (أَ ∩ ب) وهكذا..

(٢) إذا كان أ ، ب حدثان من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان ل (أ) = ٠,٧ ، ل (ب) = ٠,٤ ،
ل (أ ∩ ب) = ٠,٣ أوجد ل (ب - أ)َ

الحل

ل (ب- أ)َ = ١ - ل (ب - أ)
= ١ - [ل (ب) - ل (أ ∩ ب)]
= ١ - [٠,٤ - ٠,٣]
= ١ - [٠,١] = ٠,٩

سادسا: ملاحظات عامة علي الاحتمالات

١
إذا كان ل (أ) = ل (أَ) فإن ل(أ) = ١ - ل (أ)
ل (أ) + ل (أ) = ١
٢ل (أ) = ١ ⇦ ل (أ) = $\frac{١}{٢}$

(٣) إذا كان ل (أ) = ل ($\overline{أ}$) ، ل (ب) = ٠,٣ ،
ل (أ ∩ $\overline{ب}$) = ٠,٢ أوجد ل (أ ∩ $\overline{ب}$)

.....

ل (أ) = ل ($\overline{أ}$) ⇦ ل (أ) = ١ - ل (أ)

ل (أ) + ل (أ) = ١

٢ل (أ) = ١ ⇦ ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ = ٠,٥

⇦ ل(أ ∩ ب) = ل (أ) – ل (أ ∩ ب) ويستكمل الحل..

(٢) إذا كان أ ⊂ ب فإن ل (أ) = ل (أ ∩ ب) ، ل (ب) = ل (أ ∪ ب)

(٤) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة وكان

أ ⊂ ب ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٣}{٤}$ ، ل (أ) = $\frac{١}{٤}$ أوجد :

ل ($\overline{ب}$) ، ل (أ ∩ $\overline{ب}$)

الحل

أ ⊂ ب ⇦ ل (أ) = ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٤}$

، ل (ب) = ل (أ ∪ ب) = $\frac{٣}{٤}$

⇦ ل ($\overline{ب}$) = ١ – $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{١}{٤}$

، ل (أ ∩ $\overline{ب}$) = ل (أ) – ل (أ ∩ ب)

= $\frac{١}{٤}$ – $\frac{١}{٤}$ = صفر

---

(٥)إذا كان أ ، ب حادثين من فضاء عينة ف وكان

ل (أ) = $\frac{١}{٤}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{١}{٣}$

فأوجد قيمة ل (ب) في كل من الحالتين الآتيتين :

أولاً: أ ⊂ ب. ثانياً : أ ، ب حدثان متنافيان .

الحل

أولاً: أ ⊂ ب

ل (أ) = ل (أ ∩ ب) ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{١}{٣}$

ثانياً : أ ، ب حدثان متنافيين ⇦ ل (أ ∩ ب) = صفر

∴ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) – ل (أ ∩ ب)

$\frac{١}{٣}$ = $\frac{١}{٤}$ + ل (ب) – صفر

ل (ب) = $\frac{١}{٤}$ – $\frac{١}{٣}$ – صفر = – $\frac{١}{١٢}$

⇦ ل (ب) = $\frac{١}{١٢}$

---

(٦) كان أ ، ب حدثين في فضاء نواتج ف وكان

ل(أ) = س ، ل ($\overline{ب}$) = $\frac{٤}{٥}$ ، ل (ف – (أ ∪ ب) = $\frac{٣}{٥}$

أوجد س إذا كان :

أولا : أ ، ب حدثان متنافيان . ثانيا : ب ⊂ أ .

الحل

ل (ب) = ١ – $\frac{٤}{٥}$ = $\frac{١}{٥}$ ، ل (ف – (أ ∪ ب) = $\frac{٣}{٥}$

∴ ١ - ل (أ ∪ ب) = $\frac{٣}{٥}$ ⇦ل (أ ∪ ب) = ١ – $\frac{٣}{٥}$ = $\frac{٢}{٥}$

إيجاد قيمه س : أولا : أ ، ب حدثان متنافيان

ل(أ ∪ ب) =ل(أ) + ل(ب) – ل(أ ∩ ب)

$\frac{٢}{٥}$ = س + $\frac{١}{٥}$ – صفر

س = $\frac{٢}{٥}$ – $\frac{١}{٥}$ = $\frac{١}{٥}$

ثانيا : ب ⊂ أ

ل (ب) = ل(أ ∩ ب)

ل (أ) = ل (أ ∪ ب) = $\frac{٢}{٥}$ ⇦ س = $\frac{٢}{٥}$

التمرين السادس

١- إذا كان أ ، ب حدثان من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل (أ) = ٠,٦ ، ل (ب) = ٠,٣ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ **أوجد ل ($\overline{أ}$ – ب)**

[٠,٣]

٢- إذا كان أ ، ب حدثان من ف فضاء عينة لتجربة لعشوائية ما وكان ل (أ) = ٠,٥ ، ل (ب) = ٠,٣ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢ **أوجد ل (أ– $\overline{ب}$)**

[٠,٧]

٣-**إذا** كان ل (ب) = ل ($\overline{ب}$) ، ل (ا) = ٠,٢ ، ل(أ ∩ ب) = ٠,١ **أوجد ل ($\overline{أ}$ ∩ ب)**

[٠,٤]

٤- إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء ف لتجربة عشوائية وكان ل (أ) = ل ($\overline{أ}$) ، ل (ب) = $\frac{١}{٤}$ل(أ) **فأوجد : ل (ب – أ)**

[٨/١]

٥-إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة وكان ب ⊂ أ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٨}$ **أوجد:**

ل ($\overline{ا}$) ، ل ($\overline{أ}$ ∩ ب)

[٢/١ ، صفر]

٦-إذا كان أ ، ب حادثين من فضاء عينة ف وكان ل (أ) = ٠,٤ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٦

فأوجد قيمة ل (ب) في كل من الحالتين الآتيتين :

أولاً: أ ⊂ ب.

(ثانياً) أ ، ب حدثان متنافيان

[٠,٦ ، ٠,٢]

٧- إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ما وكان :ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = س ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٢}{٣}$

أولا : أوجد قيمة س في كل من الحالتين الأتيتين :

١) أ ،ب حدثين متنافيان .

٢) أ ⊂ ب.

ثانيا : إذا كانت س = $\frac{١}{٤}$ فأوجد ل (أ ∩ ب)

[٦/١ ، ٣/٢ ، ١٢/١]