الاحتمال بالعد

التجربة العشوائية : هي تجربة معروف جميع نتائجها مقدماً قبل إجرائها ولكننا لا نستطيع الحكم علي أي منها سوف يحدث .

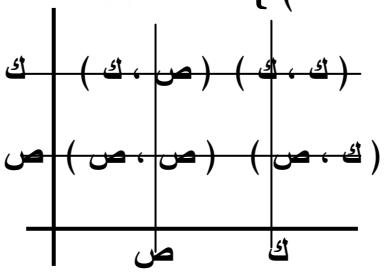
فضاء العينة أو فضاء النواتج : هو مجموعة جميع نتائج التجربة العشوائية ونرمز لها بالرمز ف .

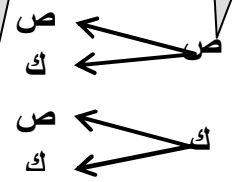
أمثـــلة

١ عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن ف = { ص ، ك }

٢ عند إلقاء قطعة نقود مرتين أو إلقاء قطعتي نقود متمايزتين فإن : –

ف = { (ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك) } .





	ص	ك
ص	(ص ، ص)	(ص ، ك)
ك	(ك ، ص)	(ك ، ك)

الشجرة البيانية — الجدول — الرسم البياني

٣ عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات أو ثلاث قطع متمايزة فإن : –

ف = { (ص ، ص ، ص) ، (ص ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ص) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ك) ، (ك ، ك ، ك) } .

ملاحظة : عند إلقاء قطعة نقود ن من المرات فإن عدد عناصر ف = $٢^{ن}$

٣ عند إلقاء حجر نرد مرة واحدة فإن ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } .

٤ عند إلقاء حجر نرد مرتين فإن فضاء النواتج يكون

ف = { (١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (١ ، ٦) ،
(٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥) ، (٢ ، ٦) ،
(٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٥) ، (٣ ، ٦) ،
(٤ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٣) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٥) ، (٤ ، ٦) ،
(٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٤) ، (٥ ، ٥) ، (٥ ، ٦) ،
(٦ ، ١) ، (٦ ، ٢) ، (٦ ، ٣) ، (٦ ، ٤) ، (٦ ، ٥) ، (٦ ، ٦) } .

ملاحظة : عند إلقاء حجر نرد ن من المرات فإن عدد عناصر ف = $٦^{ن}$

مع تحيات الأستاذ جمال الدين

٥ عند إلقاء قطعة نقود وحجر نرد فإن

ف = { (ص ، ١) ، (ص ، ٢) ، (ص ، ٣) ، (ص ، ٤) ، (ص ، ٥) ، (ص ، ٦) ،
(ك ، ١) ، (ك ، ٢) ، (ك ، ٣) ، (ك ، ٤) ، (ك ، ٥) (ك ، ٦) }

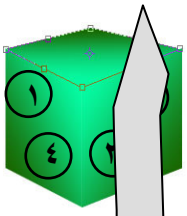
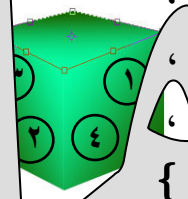
٦ أسرة لديها ٣ أطفال . أكتب فضاء النواتج لهذه الأطفال من حيث كونهم أولاد أو بنات .

ف = { (و ، و ، و) ، (و ، و ، ب) ، (و ، ب ، و) ،
(ب ، و ، و) ، (ب ، ب ، و) ، (ب ، و ، ب) ،
(و ، ب ، ب) (ب ، ب ، ب) } .

٧ كيس به ٤ كرات مرقمة بالأعداد من ١ : ٤ سحبت كرتان واحدة بعد الأخرى مع الإحلال (إرجاع الكرة المسحوبة أولاً قبل السحبة الثانية) فإن فضاء النواتج :

ف = { (١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ،
(٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ،
(٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ،
(٤ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٣) ، (٤ ، ٤) }

٨ صندوقان بكل صندوق ٤ كرات مرقمة بالأعداد من ١ : ٤ سحبت كرة من كل صندوق فإن فضاء

ف = { (١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ،
(٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ،
(٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ،
(٤ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٣) ، (٤ ، ٤) }

٩ كيس به ٤ كرات مرقمة بالأعداد من ١ : ٤ سحبت كرتان واحدة بعد الأخرى بدون إحلال (الكرة المسحوبة أولاً لا ترد) فإن

ف = { (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ،
(٢ ، ١) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ،
(٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٤) ،
(٤ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٣) }

١٠ كيس به ٤ كرات مرقمة بالأعداد من ١ : ٤ سحبت كرتان معاً (مرة واحدة) فإن

١١ من الأرقام ٣ ، ٤ ، ٧ ، ٩ فضاء النواتج للعدد المكون من رقمين مختلفين هو

ف = { ٤٣ ، ٧٣ ، ٩٣ ، ٣٤ ، ٧٤ ، ٩٤ ، ٣٧ ، ٤٧ ، ٩٧ ، ٣٩ ، ٤٩ ، ٧٩ }

١٢ تنتهي مباراة بفوز أو تعادل أو خسارة لعب فريق مباراتين فإن ف الذي يعبر عن نتيجة المباراتين

هو ف = { (ف ، ف) ، (ف ، ع) ، (ف ، خ) ، (ع ، ف) ،
(ع ، ع) ، (ع ، خ) ، (خ ، ف) ، (خ ، ع) ، (خ ، خ) } .

مع تحيات الأستاذ جمال الدين (٢)

الحدث : ـ هو مجموعة جزئية من فضاء العينة (هو شرط ينطبق علي بعض العناصر أو كلها وقد لا ينطبق علي أي عنصر)

الحدث الأولي (البسيط) : ـ هو حدث يتكون من عنصر واحد فقط

مثال : عند إلقاء حجر نرد مرتين وكان الحدث هو مجموع العددين الظاهرين = ٢

الحدث المؤكد : ـ هو حدث لابد من وقوعه ويساوي ف

مثال : عند إلقاء حجر نرد مرتين وكان الحدث هو مجموع العددين الظاهرين أقل من ١٥

الحدثان المتنافيان : ـ هما حدثان إذا وقع أحداهما لا يقع الأخر وتقاطعهما = ϕ

مثال : عند إلقاء حجر نرد مرتين وكان الحدث هو مجموع العددين الظاهرين = ١٨

احتمال الحدث

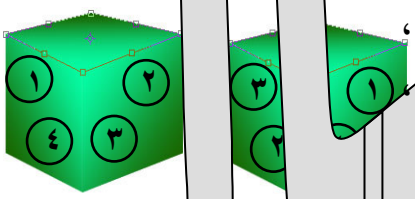
احتمال الحدث أ = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فضاء النواتج}}$ أي أن ل (أ) = $\frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}}$

أمثـــلة

١ صندوقان بكل صندوق ٤ كرات مرقمة بالأعداد من ١ : ٤ سحبت كرة من كل صندوق أوجد احتمال أن يكون : (أ) مجموع العددان الظاهران = ٦ (ب) العددان متساويان

(ج) الفرق المطلق بين العددان = ١

الحـــل



ف = { (١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ،
(٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ،
(٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ،
(٤ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٣) ، (٤ ، ٤) }

أ = { (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٢) } ∴ ل (أ) = $\frac{٣}{١٦}$

ب = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤) } ∴ ل (ب) = $\frac{٤}{١٦} = \frac{١}{٤}$

ج = { (١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ٣) }

∴ ل (ج) = $\frac{٦}{١٦} = \frac{٣}{٨}$

مع تحيات الأستاذ جمال الدين

٢ كيس به ٣٠ كرة مرقمة بالأعداد من ١ : ٣٠ سحبت كرة واحدة عشوائياً ، أوجد احتمال ان يكون العدد الظاهر (أ) يقبل القسمة علي ٤ (ب) عدد أولي (ج) مربع كامل

الحل

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ..... ، ٣٠ } .

(أ) = { ٤ ، ٨ ، ١٢ ، ١٦ ، ٢٠ ، ٢٤ ، ٢٨ } ∴ ل (أ) = ٧/٣٠

(ب) = { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩ ، ٢٣ ، ٢٩ } ∴ ل (ب) = ١٠/٣٠ = ١/٣

(ج) = { ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥ } ∴ ل (ج) = ٥/٣٠ = ١/٦

٣ ألقيت قطعة نقود ٣ مرات متتالية أوجد احتمال ظهور (أ) كتابة واحدة فقط (ب) كتابة واحدة علي الأقل (ج) كتابة واحدة علي الأكثر

الحل

ف = { (ص ، ص ، ص) ، (ص ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ص) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ك) ، (ك ، ك ، ك) } .

(أ) = { (ص ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ص) } ∴ ل (أ) = ٣/٨

(ب) = { (ص ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ص) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ك) } ∴ ل (ب) = ٧/٨

(ج) = { (ص ، ص ، ص) ، (ص ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ص) } ∴ ل (ج) = ٤/٨ = ١/٢

٤ أشترك في مؤتمر ٨ رجال من مصر ، ٧ رجال من ليبيا ، ٥ من السودان ، أختير أحد الرجال عشوائياً ، أوجد احتمال أن يكون الرجل المختار : (أ) ليبي (ب) ليس سوداني (ج) مصري أو سوداني (د) ليبي وسوداني

الحل

ن (ف) = ٢٠

ل (أ) = ٧/٢٠ ل (ب) = ١٥/٢٠ ل (ج) = ١٣/٢٠ ل (د) = صفر

٥ عند إلقاء قطعة نقود وحجر نرد أوجد احتمال ظهور (أ) صورة وعدد زوجي (ب) عدد أولي

الحل

ف = { (ص ، ١) ، (ص ، ٢) ، (ص ، ٣) ، (ص ، ٤) ، (ص ، ٥) ، (ص ، ٦) ، (ك ، ١) ، (ك ، ٢) ، (ك ، ٣) ، (ك ، ٤) ، (ك ، ٥) (ك ، ٦) }

أ = { (ص ، ٢) ، (ص ، ٤) ، (ص ، ٦) } ∴ ل (أ) = ٣/١٢

ب = { (ص ، ٢) ، (ص ، ٣) ، (ص ، ٥) ، (ك ، ٢) ، (ك ، ٣) ، (ك ، ٥) }

∴ ل (أ) = ٦/١٢ (٤) مع تحيات الأستاذ جمال الدين

تمارين

(١) في تجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الذي يظهر علي الوجه العلوي للحجر في كل مره . أوجد احتمال الأحداث التالية : -

(أ) مجموع العددين الظاهرين فردياً (ب) مجموع العددين الظاهرين أكبر من ٨

(ج) مجموع العددين الظاهرين يقبل القسمة علي ٣ (د) الفرق المطلق بين العددين الظاهرين ٢

(٢) سحبت بطاقة عشوائية من بين ٤٠ بطاقة مرقمة بالأعداد من ١ : ٤٠ . أوجد احتمال أن يكون الرقم المكتوب علي البطاقة المسحوبة :

(أ) يقبل القسمة علي ٥ (ب) يقبل القسمة علي ٧

(ج) يقبل القسمة علي ٥ أو ٧ (د) عدداً أولياً

(٣) عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية وملاحظة الوجه العلوي أوجد احتمال ظهور :

(أ) صورتين فقط (ب) صورتين علي الأقل (ج) صورتين علي الأكثر

(٤) صندوق به ٥ بطاقات مرقمه بالأعداد من ١ : ٥ سحبت بطاقتان واحدة بعد الأخرى مع الإحلال أوجد احتمال

(أ) أن يكن الفرق المطلق بين الرقمين يساوي ٣ (ب) أن يكون مجموع الرقمين أقل من ٥

(٥) صندوقان بكل منهما ٣ كرات مرقمة من ١ : ٣ سحبت كرة عشوائية من كل صندوق أوجد احتمال : (أ) أن يكون مجموع الرقمين علي الكرتين = ٤

(ب) أن يكون حاصل ضرب الرقمين علي الكرتين = ٦

(ج) أن يكون الفرق المطلق بين الرقمين الظاهرين = ١

(٦) أسرة لديها ٣ أطفال أوجد احتمال أن يكون للأسرة :

(أ) ولدين فقط (ب) الطفل الأكبر بنت

(٧) صندوق يحتوي علي ٣ كرات بيضاء ، ٥ كرات سوداء ، ٧ كرات حمراء . اختيرت كرة واحدة عشوائياً من الصندوق . أوجد احتمال أن تكون الكرة المختارة :

أولاً : بيضاء ثانياً : ليست حمراء ثالثاً : سوداء أو حمراء

(٨) إذا كون من الأرقام ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ عدد مكون من رقمين مختلفين فإذا اختير عدد عشوائيا أوجد احتمال أن يكون العدد (أ) عدد فردي (ب) عدد زوجي (ج) عدد أولي .

(٩) كيس به ١٧ كرة ٩ كرات ملونة بالأحمر ومرقمة من ١ : ٩ ، ٨ كرات ملونة بالأزرق ومرقمة من ١٠ : ١٧ سحبت كرة واحدة أوجد احتمال أن تكون (أ) حمراء وتحمل رقم أولي

(ب) تحمل رقم زوجي (ج) حمراء أو تحمل عدد فردي

مع تحيات الأستاذ جمال الدين