قواعد التفاضل والتكامل

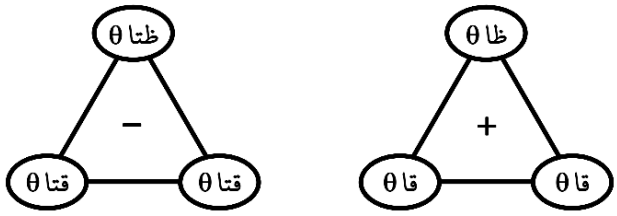
أولا: الدوال المثلية :

التفاضل (القاعدة العامة)

تفاضل الزاوية × تفاضل اسم الدالة لنفس الزاوية

التكامل (القاعدة العامة) إذا كانت الزاوية دالة درجة أولي

١ / معامل س × تكامل اسم الدالة لنفس الزاوية



(أولاً) تفاضل إحدى الدوال يساوى حاصل ضرب الدالتين الأخرتين بالإشارة المبينة داخل المثلث .

(ثانياً) تكامل حاصل ضرب أى دالتين يساوى الدالة الثالثة بالإشارة المبينة داخل المثلث .

ثانيا: الدالة الآسية : التفاضل

إذا كان د(ع) = أ^ع فإن $\frac{ص}{ص س}(أ^{ع}) = أ^{ع} لـو_{هـ} أ \times \frac{ص ع}{ص س}$

أى أن مشتقة الدالة الأسية للأساس أ = الدالة الأسية × اللوغاريتم الطبيعى للأساس × مشتقة الأس

٢) إذا كان د(ع) = هـ^ع فإن $\frac{ص}{ص س}(هـ^{ع}) = هـ^{ع} \times \frac{ص ع}{ص س}$

أى أن مشتقة الدالة الأسية ذات الأساس الطبيعى = الدالة الأسية × مشتقة الأس

التكامل

$$\int أ^{د(س)} \cdot د'(س)\, ص س = \frac{أ^{د(س)}}{لـو_{هـ} أ} + ث$$

تكامل الدالة الأسية مرفوعة لأس × مشتقة الأس =

نفس الدالة الأسية / اللوغاريتم الطبيعي للأساس

$$\int هـ^{د(س)} \cdot د'(س)\, ص س = هـ^{د(س)} + ث$$

ثالثا الدالة اللوغاريتمية : مشتقة دالة اللوغاريتم للأساس أ

إذا كان د(ع) = لـو_{هـ} ع فإن $\frac{ص}{ص س}(لـو_{هـ} ع) = \frac{١}{ع لـو_{هـ} أ} \times \frac{ص ع}{ص س}$

مشتقة دالة اللوغاريتم للأساس أ =

١/ ما أمام اللوغاريتم × $\frac{١}{لـو_{هـ} أ}$ × مشتقة مابعد اللوغاريتم

٢) إذا كان د(ع) = لـو_{هـ} ع فإن $\frac{ص}{ص س}(لـو_{هـ} ع) = \frac{١}{ع} \times \frac{ص ع}{ص س}$

$$\int \frac{د'(س)}{د(س)}\, ص س = لـو_{هـ} |د(س)| + ث$$

تكامل البسط هو مشتقة المقام يساوى اللوغاريتم الطبيعى للقيمة المطلقة للمقام

$$\int [د(س)]^{ن} \cdot د'(س)\, ص س = \frac{[د(س)]^{ن+١}}{ن+١} + ث$$

تكامل قوس مرفوع لأس مضروب فى مشتقة مابداخل القوس نزيد على اس القوس واحد و نقسم على الأس الجديد

طرق التكامل

أولا التكامل بالتعويض

* إذا كان التكامل المعطى على الصورة ∫ د (ر (س)) ر'(س) ص س نستخدم التعويض ع = ر(س)
* إذا احتوى التكامل المعطى على الجذر النونى لدالة أى ∫ ر'(س) $\sqrt[ن]{ر(س)}$ نستخدم التعويض :

ع = ر(س) ، ع^ن = ر(س)

* فى بعض المسائل نستخدم تعويض معين مناسب لها حتى يتم تبسيط التكامل وكتابته على الصورة القياسية.

ثانيا التكامل بالتجزئ

∫ (حاصل ضرب دالتين) = (الدالة الأولى) × (تكامل الثانية) − ∫ (تكامل الثانية) × (تفاضل الأولى)

ملاحظات هامة جدا:

١) أذا وجدت دالة كثيرة حدود مضروبة فى دالة جبرية(تحتوى على جذر)
نضع الدالة كثيرة الحدود = ص (نفاضلها) ونضع الدالة الجبرية = ص ع (نكاملها)

٢) أذا وجدت دالة كثيرة حدود مضروبة فى دالة أسية
نضع الدالة كثيرة الحدود = ص (نفاضلها) ونضع الدالة لأسية = ص ع (نكاملها)

٣) أذا وجدت دالة كثيرة حدود مضروبة فى دالة لوغاريتمية
نضع الدالة اللوغاريتمية = ص (نفاضلها) ونضع الدالة كثيرة الحدود = ص ع (نكاملها)

النهايات

$$هـ = \text{نهـا}_{س \to \infty} (١ + \frac{١}{س})^{س}$$

$$هـ = \text{نهـا}_{س \to ٠} (١ + س)^{\frac{١}{س}}$$

١) $\text{نهـا}_{س \to \infty} (١ + \frac{١}{أ س + ب})^{أ س + ب} = هـ^{أ}$ ٢) $\text{نهـا}_{س \to \infty} (١ + \frac{أ}{ب س + جـ})^{ب س + جـ} = هـ^{أ ب}$

٣) $\text{نهـا}_{س \to \infty} (١ + \frac{أ}{ب س + ء})^{ج س + ء} = هـ^{\frac{أ ج}{ب}}$ ٤) $\text{نهـا}_{س \to \infty} (\frac{ب - ء}{أ})^{ن س + م} = (\frac{أ س + ب}{أ س + ء})^{ن}$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} (\frac{أ^{س} - ١}{س}) = لـو_{هـ} أ$$

① $\text{نهـا}_{س \to ٠} (\frac{س}{أ^{س} - ١}) = لـو_{هـ} هـ$ ② $\text{نهـا}_{س \to ٠} (\frac{هـ^{س} - ١}{س}) = ١$

③ $\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{لـو_{هـ} (١ + س)}{س} = لـو_{هـ} هـ$ ④ $\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{لـو_{هـ} (١ + س)}{س} = ١$

مشتقة حاصل ضرب دالتين:

مشتقة حاصل ضرب دالتين = الأولى × مشتقة الثانية + الثانية × مشتقة الأولى

مشتقة خارج قسمة دالتين:

$$\text{مشتقة خارج قسمة دالتين} = \frac{\text{مشتقة البسط} \times \text{المقام} - \text{مشتقة المقام} \times \text{البسط}}{\text{مربع المقام}}$$