

سلسلة A.1

ف

الاحتمال
في
الاحتمال

مراجعة

ذ/ هشام عبد المطوب

إعداد

*** مسائل للمراجعة ***

(١) حقيبة بها ٥ كرات بيضاء ، ٤ كرات حمراء ، ٣ كرات زرقاء
سحبت من الحقيبة كرتان معا ولو حظ لونها اكتب فضاء النواتج ثم
عين الأحداث
الآتية (١) الكرتان بيضاوان (٢) الكرتان حمراوان (٣) أحدهما حمراء
والأخرى زرقاء
ف = { ح ح ، ح ب ، ح ز ، ب ز ، ز ز ، ب ب }
أ حدث الكرتان بيضاوان = { ب ب }
ب حدث الكرتان حمراوان = { ح ح }
ج حدث أحدهما حمراء والأخرى زرقاء = { ح ز }

(٢) إذا كان ف فضاء النواتج لتجربة عشوائية حيث ف = { أ ، ب ، ج }
وكان $\frac{1}{3} = \frac{P(A)}{L}$ ، $\frac{1}{2} = \frac{P(B)}{L}$ ، $\frac{5}{7} = \frac{P(C)}{L}$ أوجد $\frac{P(A \cap B)}{L}$
∴ $\frac{1}{3} = \frac{P(A)}{L} = \frac{L-1}{L}$ ∴ $\frac{1}{3} = \frac{L-1}{L}$ ∴ $\frac{1}{3} = \frac{L-1}{L}$ ∴ $\frac{1}{3} = \frac{L-1}{L}$

بالمثل يمكن إيجاد ل (ب) = $\frac{2}{7}$ ، ل (ب) = $\frac{5}{7}$
∴ ل (أ) + ل (ب) + ل (ج) = 1 ∴ ل (ج) = $1 - \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{7}\right) = \frac{2}{7}$
∴ ل (ج) = $\frac{2}{7}$ ∴ $\frac{2}{7} = \frac{P(C)}{L}$ ∴ $\frac{2}{7} = \frac{P(C)}{L}$

(٣) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء النواتج لتجربة عشوائية وكان
ل (ب) = $\frac{5}{8}$ ، ل (أ - ب) = $\frac{1}{8}$ ، ل (أ) = $\frac{3}{4}$ أوجد ل (أ ∩ ب) ، ل (أ ∪ ب) ، ل (أ)
∴ ل (أ - ب) = $\frac{1}{8}$ ∴ ل (أ - ب) = $\frac{1}{8}$ ∴ ل (أ - ب) = $\frac{1}{8}$
∴ ل (أ ∩ ب) = ل (أ) - ل (أ - ب) = $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$
∴ ل (أ ∩ ب) = $\frac{5}{8}$ ∴ ل (أ ∩ ب) = $\frac{5}{8}$
∴ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) - ل (أ ∩ ب) = $\frac{3}{4} + \frac{5}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{4}$

٣ ث (إحصاء) ذ/هشام

(٣)

٤) إذا كان إحتمال أن يحل محمود المسألة الرياضية $\frac{3}{4}$ وإحتمال أن يحل حسين نفس المسألة $\frac{2}{3}$ وإحتمال أن يحل كلا منهما المسألة $\frac{1}{4}$ أوجد إحتمال ألا : عدم حل المسألة ثانيا: أن يحل حسين المسألة ولا يحلها محمود ثالثا: أن يحل أحدهما المسألة ولا يحلها الآخر

نفرض أن محمود أ ، حسين ب

$$ل(أ) = \frac{3}{4} ، ل(ب) = \frac{2}{3} ، ل(أ \cap ب) = \frac{1}{4}$$

أولا : إحتمال عدم حل المسألة ل(أ \cup ب) = 1 - ل(أ \cap ب) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}
$$ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب) = \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$$

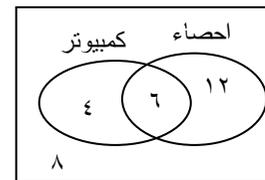
$$\therefore ل(أ \cup ب) = \frac{11}{12} - 1 = -\frac{1}{12}$$

ثانيا : إحتمال أن يحل حسين المسألة ولا يحلها محمود ل(ب-أ) = ل(ب) - ل(أ \cap ب) = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}

ثالثا : إحتمال أن يحل أحدهما المسألة ولا يحلها الآخر

$$ل(أ \cup ب) - ل(أ \cap ب) = \frac{11}{12} - \frac{1}{4} = \frac{5}{6}$$

٤) فصل دراسي به ٣٠ طالب منهم ١٨ يدرسون الإحصاء ، ١٠ يدرسون الكمبيوتر ، ٦ يدرسون الإحصاء والكمبيوتر اختبر طالب عشوائيا من الفصل احسب إحتمال أن يكون الطالب المختار :



١) ممن يدرسون احدي المادتين علي الأقل

٢) ممن لا يدرسون أي من المادتين

٣) ممن يدرسون مادة واحدة فقط منهما

٤) يدرس أحد المادتين علي الأكثر

١) إحتمال أن يدرس احدي المادتين = $\frac{22}{30}$

٢) إحتمال ممن لا يدرسون أي من المادتين = $\frac{12}{30}$

٣) إحتمال ممن يدرسون مادة واحدة فقط = $\frac{14}{30}$

٤) إحتمال ممن يدرسون احدي المادتين علي الأكثر = $\frac{24}{30}$

٥) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة وكان ل(أ) = ٠,٥

، ل(ب) = ٠,٦ وكان ل(أ \cap ب) = ٠,٨ أوجد إحتمال

أولا: وقوع الحدثين معا ثانيا: وقوع أحدهما علي الأقل

٤) ٣ ث (إحصاء) ذ/هشام

ثالثا: وقوع الحدث ب وعدم وقوع الحدث أ

$$\text{أولا: } ل(أ \cap ب) = ١ - ل(أ \cap \bar{ب}) = ١ - ٠,٨ = ٠,٢$$

$$\text{ثانيا: } ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب) = ٠,٦ + ٠,٢ - ٠,٢ = ٠,٦$$

$$\text{ثالثا: } ل(ب-أ) = ل(ب) - ل(أ \cap ب) = ٠,٦ - ٠,٢ = ٠,٤$$

٦) إذا كان إحتمال نجاح طالب في التاريخ ٠,٤ وإحتمال نجاحه في

اللغة العربية ٠,٤٥ وإحتمال نجاحه في التاريخ واللغة العربية معا ٠,١٥

أوجد إحتمال (١) نجاحه في التاريخ فقط (٢) رسوبه في المادتين

(٣) نجاحه في مادة واحدة منهما علي الأكثر

نفرض أن ل(أ) إحتمال نجاحه في التاريخ ، ل(ب) إحتمال نجاحه في

اللغة العربية ، ل(أ \cap ب) إحتمال نجاحه في المادتين معا

$$١) إحتمال نجاحه في التاريخ فقط ل(أ-ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب) = ٠,٤ - ٠,٢٥ = ٠,١٥$$

$$٢) إحتمال رسوبه في المادتين ل(أ \cup ب) = ١ - ل(أ \cap ب) = ١ - ٠,١٥ = ٠,٨٥$$

$$ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب) = ٠,٤ + ٠,٤٥ - ٠,١٥ = ٠,٧$$

$$ل(أ \cup ب) = ٠,٧ - ١ = -٠,٣$$

$$٣) ل(أ \cap \bar{ب}) = ١ - ل(أ \cap ب) = ١ - ٠,١٥ = ٠,٨٥$$

٧) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة وكان ل(أ) = $\frac{3}{4}$

ل(ب) = س ، ل(أ \cap ب) = $\frac{1}{4}$ أوجد قيمة س إذا كان :

١) أ ، ب حدثين متنافيين

$$ل(أ \cap ب) = ١ - ل(أ \cup ب) = ١ - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

أولا : أ ، ب حدثين متنافيين $\therefore ل(أ \cap ب) = ٠$

$$ل(أ \cap ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cup ب) \therefore ٠ = \frac{3}{4} + س - \frac{3}{4}$$

$$\text{ثانيا: } أ \supset ب \quad ل(أ \cap ب) = ل(ب) = س \therefore س = \frac{3}{4}$$

٨) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة وكان ل(أ-ب) = ل(أ \cap ب)

، ل(أ \cap ب) = ٠,٦ وكان ل(أ \cup ب) = ٠,٨ أوجد ل(أ \cap ب)

$$\therefore ل(أ-ب) = ل(أ) - ل(أ \cap ب) \therefore ل(أ \cap ب) = ل(أ) - ل(أ-ب)$$

$$\therefore ل(أ \cap ب) = ٠,٦ - ٠,٨ = -٠,٢$$

٦) ٣ (إحصاء) ذ/هشام

أولا : أ ، ب حدثين متنافيين $\therefore P(A \cap B) = 0$
 $\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ س : $\frac{1}{12}$
 ثانيا : ب \supset أ $\therefore P(A \cup B) = P(A) = \frac{1}{3}$ س : $\frac{1}{3}$

(١٢) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة وكان ل دالة احتمال علي ف

بحيث $P(A) = 0,58$ ، $P(B) = 0,12$ ، $P(A \cap B) = 0,12$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,58 + 0,12 - 0,12 = 0,58$

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,58 \times 0,12 = 0,07$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,58 + 0,12 - 0,07 = 0,63$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,58 + 0,12 - 0,07 = 0,63$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,58 + 0,12 - 0,07 = 0,63$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,58 + 0,12 - 0,07 = 0,63$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,58 + 0,12 - 0,07 = 0,63$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,58 + 0,12 - 0,07 = 0,63$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,58 + 0,12 - 0,07 = 0,63$

$P(A) = 0,4$ س : $0,4$

$P(B) = 0,3$ س : $0,3$

$P(A \cap B) = 0,4 \times 0,3 = 0,12$

$P(A \cap B) = 0,3 \times 0,4 = 0,12$

$P(A \cap B) = 0,3$ س : $0,3$

$P(A \cap B) = 0,4$ س : $0,4$

(١٣) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة وكان ل دالة احتمال

علي ف وكان ل (أ) = س ، ل (ب) = ٤س ، ل (أ ∪ ب) = ٦س - ٤

أوجد س إذا كان أولا : أ ، ب متنافيان ثانيا : أ \supset ب

ثالثا : ب \supset أ رابعا : ل (أ ∩ ب) = $\frac{4}{5}$ س

ل (ب) = ٤ - ١ = ٣ س

أولا : أ ، ب حدثين متنافيين $\therefore P(A \cap B) = 0$

ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) = س + ٣س - ١ = ٤س - ١

$\frac{4}{5} = \frac{1,4}{9} = \frac{1,4}{9}$ س : $\frac{1,4}{9}$

ثانيا : أ \supset ب $\therefore P(A \cap B) = P(A) = \frac{4}{5}$ س

ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) - ل (أ ∩ ب) = س + ٣س - ١ - س = ٢س - ١

٦س - ٤ = ٢س - ١ $\therefore ٤س = ٣$ س : $\frac{3}{4}$

٥) ٣ (إحصاء) ذ/هشام

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{12} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - P(A \cap B)$
 $\therefore P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{7}{12} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} - \frac{7}{12} = \frac{1}{12}$
 $\therefore P(A \cap B) = \frac{1}{12}$ س : $\frac{1}{12}$

(٩) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة وكان ل (أ) = ١ - س ، ل (ب) = $\frac{1}{3}$

، ل (أ ∩ ب) = $\frac{1}{12}$ أوجد س إذا كان :

أولا : أ ، ب متنافيان ثانيا : ل (أ ∩ ب) = $\frac{1}{12}$ س : $\frac{1}{12}$

ل (أ) = ١ - س ، ل (ب) = $\frac{1}{3}$ س : $\frac{1}{12}$

أولا : أ ، ب حدثين متنافيين $\therefore P(A \cap B) = 0$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1 - س + \frac{1}{3} - 0 = 1 - \frac{2}{3}س$

$\frac{1}{12} = 1 - \frac{2}{3}س$ س : $\frac{1}{12}$

ثانيا : ل (أ ∩ ب) = $\frac{1}{12}$ س : $\frac{1}{12}$

(١٠) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة وكان ل (أ) = $\frac{4}{5}$

ل (ب) = $\frac{3}{5}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{1}{2}$ أوجد احتمال :

أولا : وقوع أحد الحدثين علي الأكثر ثانيا : وقوع أ وعدم وقوع ب

ثالثا : وقوع أ أو عدم وقوع ب

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} - P(A \cap B) = \frac{7}{5} - P(A \cap B) = \frac{1}{2}$

أولا : وقوع أحد الحدثين علي الأكثر $\therefore P(A \cap B) = \frac{7}{5} - \frac{1}{2} = \frac{14}{10} - \frac{5}{10} = \frac{9}{10}$

ثانيا : وقوع أ وعدم وقوع ب $\therefore P(A \cap B) = \frac{9}{10}$ س : $\frac{9}{10}$

ثالثا : وقوع أ أو عدم وقوع ب $\therefore P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ س : $\frac{1}{2}$

ل (ب) = $\frac{3}{5} - 1 = -\frac{2}{5}$ س : $\frac{2}{5}$

(١١) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة وكان ل (أ) = س

ل (ب) = $\frac{3}{4}$ ، ل (ف) = ل (أ ∪ ب) = $\frac{2}{3}$ أوجد س إذا كان :

أولا : أ ، ب متنافيان ثانيا : ب \supset أ

ل (ب) = $\frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4}$ س : $\frac{1}{4}$

ل (أ ∪ ب) = $\frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$ س : $\frac{1}{3}$

٣ (إحصاء) ذ/هشام

(٧)

ثالثا: ب \supset أ \therefore ل(أ ∩ ب) = ل(ب) = ١ - ٤ = ٤

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ ∩ ب)

٤ - ٠,٤ = ٤ - ١ + س \therefore س = $\frac{٠,٤}{٥}$

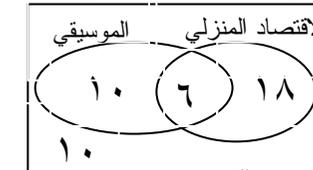
رابعا: ل(أ ∩ ب) = $\frac{٤}{٥}$ س

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ ∩ ب)

٤ - ٠,٤ = ٤ - ١ + س \therefore س = $\frac{١,٤}{٩,٨} = \frac{١}{٧}$

(١٤) من بين ٤٤ طالبة بأحدي فصول مدرسة ثانوية للبنات وجد أن ٢٤ منهن اخترن مجال الاقتصاد المنزلي وأن ١٦ منهن اخترت مجال الموسيقى وأن ١٠ طالبات من هذا الفصل اخترن مجالات أخرى غير هذين المجالين أوجد عدد الطالبات اللاتي اخترن مجال الاقتصاد المنزلي والموسيقى معا وإذا اختيرت احدي الطالبات من هذا الفصل عشوائيا أوجد احتمال أن تكون الطالبة ممن اخترن :

- (١) المجالين معا (٢) أحد المجالين علي الأقل (٣) الاقتصاد المنزلي فقط (٤) أحد المجالين فقط



عدد الطالبات اللاتي اخترن الاقتصاد المنزلي والموسيقى معا = ٦ طالبات

- (١) احتمال ممن يدرسون المجالين معا = $\frac{٦}{٤٤} = \frac{٣}{٢٢}$
- (٢) احتمال ممن يدرسون أحد المجالين علي الأقل = $\frac{١٠+٦+١٠}{٤٤} = \frac{٢٦}{٤٤} = \frac{١٣}{٢٢}$

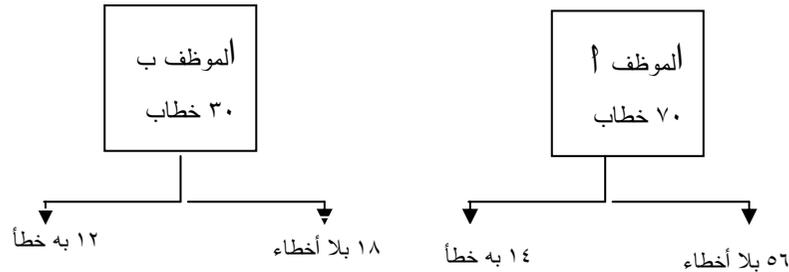
(٣) احتمال ممن يدرسون الاقتصاد المنزلي فقط = $\frac{١٠}{٤٤} = \frac{٥}{٢٢}$

(٤) احتمال ممن يدرسون أحد المجالين فقط = $\frac{١٠+١٠}{٤٤} = \frac{١٠}{١١}$

(١٥) نسخ موظف أ ٧٠ خطابا علي الآلة الكاتبة فوجد أن ٨٠٪ منها بلا أخطاء ونسخ الموظف ب ٣٠ خطابا آخر فوجد أن ٦٠٪ منها بلا أخطاء فإذا اختير عشوائيا خطابا واحدا مما تم نسخه بواسطة كلا من أ ، ب فأوجد احتمال أن هذا الخطاب يكون :
 (١) بلا أخطاء (٢) الموظف أ هو الذي نسخه

٣ (إحصاء) ذ/هشام

(٣) الموظف ب قد أخطأ في نسخه (٤) الموظف أ لم يخطئ في نسخه عدد الخطابات بلا خطأ من الموظف أ = $٧٠ \times \frac{٨٠}{١٠٠} = ٥٦$ خطابا
 عدد الخطابات التي بها خطأ من الموظف أ = $٧٠ - ٥٦ = ١٤$ خطابا
 عدد الخطابات بلا خطأ من الموظف ب = $٣٠ \times \frac{٦٠}{١٠٠} = ١٨$ خطابا
 عدد الخطابات التي بها خطأ من الموظف ب = $٣٠ - ١٨ = ١٢$ خطابا



(١) احتمال أن خطاب بلا خطأ = $\frac{١٨+٥٦}{١٠٠} = ٠,٧٤$

(٢) احتمال الموظف أ هو الذي نسخه = $\frac{٧٠}{١٠٠} = ٠,٧٠$

(٣) احتمال أن يكون الموظف ب قد أخطأ في نسخه = $\frac{١٢}{١٠٠} = ٠,١٢$

(٤) احتمال أن يكون الموظف أ لم يخطئ في نسخه = $\frac{٥٦}{١٠٠} = ٠,٥٦$

(١٦) إذا كان أ ، ب حدثين غير متنافيين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ، ل دالة احتمال علي ف بحيث $ل(أ ∩ ب) ≤ ل(أ)$

اثبت أن $ل(أ ∩ ب) ≥ ل(أ) - ل(ب)$

الحل:

$ل(أ) ≤ \frac{ل(أ ∩ ب) + ل(ب)}{١} \therefore ل(أ) ≤ \frac{ل(أ ∩ ب) + ل(ب)}{١}$

$ل(أ) - ل(أ ∩ ب) ≤ ل(ب)$ بالضرب × -١
 $ل(أ ∩ ب) ≥ ل(أ) - ل(ب)$ بالضرب × ب

$ل(أ ∩ ب) ≥ ل(أ) - ل(ب)$

٣ (إحصاء) ذ/هشام

(٩)

(١٧) إذا كان A ، B حدثان متنافيان بحيث كان احتمال وقوع الحدث B يساوي ثلاث أمثال وقوع الحدث A واحتمال وقوع أحدهما علي الأقل يساوي $0,64$ أوجد $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(A \cap B)$ ، $P(A \cup B)$

A ، B حدثين متنافيين $\therefore P(A \cap B) = 0$

$P(B) = 3P(A)$ ، $P(A \cup B) = 0,64$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$0,64 = 0 + 3P(A) - 0 \therefore P(A) = 0,16$

$\therefore P(A \cap B) = P(A) - 0,64 = 0 - 0,16 = -0,16$

$P(A \cap B) = P(B) - 0,48 = 0 - 0,48 = -0,48$

$P(A \cup B) = P(A \cap B) - 1 = 0 - 1 = -1$

$P(A \cap B) = P(A \cup B) - 1 = 0,36 - 1 = -0,64$

(١٨) يتسابق ثلاث سباحين A ، B ، C في احدي مسابقات السباحة لمسافات طويلة فإذا كان احتمال فوز A يساوي احتمال فوز B واحتمال فوز A نصف احتمال فوز C أوجد احتمال فوز A أو B في هذا السباق علما بأن سباح واحد فقط سيفوز في هذا السباق

الحل:

$\therefore P(A) = P(B)$ ، $P(C) = 2P(A)$ (ج)

$\therefore A$ ، B ، C أحداث متنافية $\therefore P(A \cup B \cup C) = 1$

$\therefore P(A) + P(B) + P(C) = 1$

$\therefore P(A) + P(A) + 2P(A) = 1 \therefore P(A) = \frac{1}{4}$

$\therefore P(A) = \frac{1}{4}$ ، $P(B) = \frac{1}{4}$

احتمال فوز A أو B $= P(A \cup B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 0 = \frac{1}{2}$

(١٠) ٣ (إحصاء) ذ/هشام

(١٩) إذا كان A ، B حدثين من ف وكان $L(A) = \frac{5}{6}$

$L(B) = \frac{5}{12}$ وإذا كان عدد النواتج التي تؤدي إلي وقوع الحدث

A يساوي 13 وعدد النواتج الممكنة للتجربة يساوي 24 أوجد :

أولا: احتمال وقوع A ، B معا ثانيا: $L(A \cup B)$

$$L(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{13}{24}$$

أولا: احتمال وقوع A ، B معا $= L(A \cap B)$ ، $L(A) + L(B) - L(A \cup B)$

$$\therefore L(A \cap B) = \frac{5}{6} - \frac{5}{12} + \frac{13}{24} = \frac{1}{8}$$

ثانيا: $L(A \cap B) = L(A) - 1 = \frac{1}{8} - 1 = -\frac{7}{8}$

(٢٠) إذا كان A ، B حدثين من ف وكان $L(B) = \frac{1}{8}$ ،

$L(A) = \frac{3}{8}$ ، $L(A \cap B) = \frac{1}{8}$

أوجد $L(A \cup B)$ ، $L(A \cap B)$ ، $L(A \cup B)$

$L(B) = \frac{1}{8}$ ، $L(A) = \frac{3}{8}$ ، $L(A \cap B) = \frac{1}{8}$

$L(A \cup B) = L(A) + L(B) - L(A \cap B)$

$$= \frac{3}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$L(A \cap B) = L(A) - \frac{3}{8} = \frac{1}{8} - \frac{3}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$

$L(A \cup B) = L(A) + L(B) - L(A \cap B)$

$$= \frac{3}{8} + \frac{1}{8} - (-\frac{1}{4}) = \frac{5}{8} + \frac{1}{4} = \frac{7}{8}$$

*** المتغير العشوائى والتوزيع الاحتمالى ***

(٢١) إذا كان X متغير عشوائى مراه $\{2, 3\}$ وكان الوسط الحسابى $\mu = \frac{11}{4}$

أوجد كل من $L(X=2)$ ، $L(X=3)$ ، الانحراف المعياري للمتغير العشوائى

الحل: التوزيع الاحتمالى

س	٢	٣
د(س)	١	ب

$\therefore 1 = (س) + 1 = 1 \therefore 1 = ب + 1$

$$\mu = \frac{11}{4}$$

$\therefore 11 = 2 + 3ب$ ، $\frac{11}{4} = 2 + 3ب$ بالضرب $\times 4$ $\therefore 11 = 8 + 12ب$

حل المعادلتين جبريا $1 = ب + 1$ ، $ب = \frac{1}{4}$

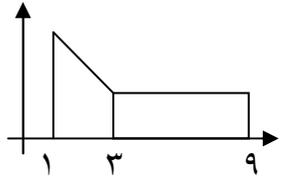
أكمل الحل:

٣(١٢) ث (إحصاء) ذ/هشام

(٢٤) إذا كان س متغير عشوائي متصل دالة كثافة الاحتمال له

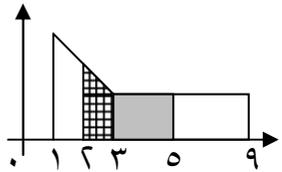
$$د(س) = \begin{cases} (٤ - س) & \text{حيث } ١ \geq س \geq ٣ \\ ك & \text{حيث } ٣ > س \geq ٩ \end{cases}$$

أوجد أولا قيمه ك ، ثانيا ل (س > ٢) ، ثالثا ل (٩ ≥ س ≥ ٢)
الحل: د(١) = ٣ = ك ، د(٣) = ك ، د(٩) = ٠
∴ د(س) داله كثافة



∴ ل (١ ≥ س ≥ ٩) = ١
∴ مساحة المستطيل + مساحة شبه المنحرف = ١
 $١ = ٢ \times \frac{١}{٢} \times (٣ + ك) + ك \times ٦$
 $١ = ٦ + ٤ك$ ∴ $١ = ٤ + ك$ ∴ $١ = ك$

$$د(س) = \begin{cases} ١٠/١ (٤ - س) & \text{حيث } ١ \geq س \geq ٣ \\ ١٠/١ & \text{حيث } ٣ > س \geq ٩ \end{cases}$$



ثانيا ل (س > ٢) ∴ د(٢) = ١
ل (س > ٢) = $\int_2^9 (١٠ - ١٠س) ds + \int_3^9 ١٠ ds$

$$= ١٠ \times \left(\frac{١}{٢} (٩^٢ - ٢^٢) + ٦ \right) = ١٠ \times (٢٥) = ٢٥٠$$

مساحة المستطيل + مساحة شبه المنحرف = $\frac{٧}{٢} = ١ \times \left(\frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} \right) + ٢ \times ١ = ١$

(٢٥) إذا كان س متغير عشوائي متصل دالة كثافة الاحتمال له هي

$$د(س) = \begin{cases} ٩/٢ (٥ - س) & \text{عندما } ٥ \geq س \geq ٣ + ك \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

احسب أولا قيمه ك ، ثانيا ل (س > ٧)

الحل: د(ك) = $\frac{٩}{٢} (٥ - ك)$ ، د(٣ + ك) = $\frac{٩}{٢} (٢ - ك)$

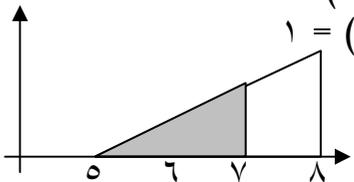
∴ د(س) داله كثافة ∴ ل (ك ≥ س ≥ ٣ + ك) = ١

$$\frac{١}{٢} = \left\{ \frac{٩}{٢} (٣ + ك) + \frac{٩}{٢} (ك - ٣) \right\} \times \frac{١}{٢}$$

بالتعويض ∴ $٥ = ك$

ثانيا ل (س > ٧) ∴ د(٧) = $\frac{٤}{٩}$

$$\frac{٤}{٩} = ٢ \times \frac{٤}{٩} \times \frac{١}{٢} = ع \times \frac{١}{٢}$$

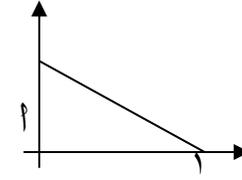


(١١)

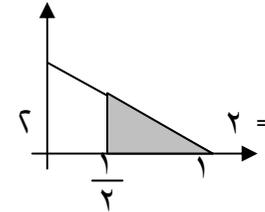
٣(١١) ث (إحصاء) ذ/هشام

(٢٢) إذا كان س متغير عشوائي متصل دالة كثافة الاحتمال له هي

$$د(س) = \begin{cases} ١ (١ - س) & \text{حيث } ١ \geq س \geq ٠ \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$



أوجد : أولا : قيمه ١ ثانيا ل (٢ > س > ١/٢)
د(٠) = ١ ، د(١) = صفر
∴ د(س) داله كثافة



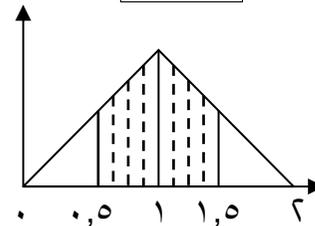
ل (٠ ≤ س ≤ ١) = ١
∴ $\frac{١}{٢} \times ق \times ع = ١$ ∴ $١ = ١ \times ١ \times \frac{١}{٢} \times ٢$
د(س) = $\begin{cases} ٢ (١ - س) & \text{حيث } ١ \geq س \geq ٠ \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$

$$ل (١/٢ > س > ١/٤) = \int_{1/4}^{1/2} ٢(١ - س) ds = \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢} \times ١ \times \frac{١}{٢} = ع \times ق = \frac{١}{٢} \times ١ = ١$$

(٢٣) إذا كان س متغير عشوائي متصل دالة كثافة الاحتمال له هي

$$د(س) = \begin{cases} س & \text{حيث } ١ \geq س \geq ٠ \\ ١ - س & \text{حيث } ٢ \geq س \geq ١ \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

د(٠) = صفر ، د(١) = ١ ، د(١) = ١ - ١ = ٠ ∴ ١ = ١ - ١ = ٠ ∴ ٢ = ١



$$د(س) = \begin{cases} س & \text{حيث } ١ \geq س \geq ٠ \\ ١ - س & \text{حيث } ٢ \geq س \geq ١ \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

د(٠,٥) = ٠,٥ ، د(١,٥) = ٠,٥

ل (٠,٥ ≥ س ≥ ١,٥) = ٢ × مساحة سطح شبه المنحرف الواحد

$$= ٢ \times \frac{١}{٢} \times (١ + ٠,٥) \times \text{الارتفاع}$$

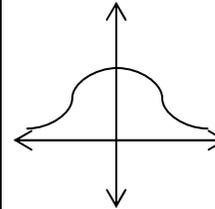
$$= ٢ \times \frac{١}{٢} \times (١ + ٠,٥) \times ٠,٥$$

$$= \frac{٣}{٤} = \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٢}$$

٣(١٤) ث (إحصاء) ذ/هشام

الباب الثالث

(٢٦) إذا كان ص متغير طبيعي معياري أوجد قيمة العدد الحقيقي ك الذي يحقق



(أ) ل (ك > ص > ك) = ٠,٩٩٦٠

ل (ك > ص > ٠) = ٠,٩٩٦٠ = ل (ك > ص > ٠)

ل (ك > ص > ٠) = ٠,٤٩٨٠

ك = ٢,٨٨

(ب) ل (ص < ك) = ٠,٠٢٢٢ = ك موجبة

٠,٠٢٢٢ = ل (ك > ص > ٠) - ٠,٥

٠,٠٢٢٢ - ٠,٥ = ل (ك > ص > ٠)

٠,٤٧٧٨ =

ك = ٢,٠١

(ج) ل (١ - ص > ك) = ٠,٨١٨٥

ل (ك > ص > ٠) + ل (١ > ص > ٠) = ٠,٨١٨٥

ل (ك > ص > ٠) = ٠,٣٤١٣ + ٠,٨١٨٥

ل (ك > ص > ٠) = ٠,٤٧٧٢ = ٠,٣٤١٣ - ٠,٨١٨٥

ك = ٢

(٢٧) في امتحان يضم عدد كبير من الطلاب إذا كانت درجات الامتحان لها

توزيع طبيعي وكان ١٤ / ٠ من الطلاب حصلوا علي أقل من ٣٠ درجة

، ٢٦ / ٠ حصلوا علي أكثر من ٥٠ درجة أوجد متوسط وتباين توزيع

الدرجات

ل (س > ٣٠) = ١٤ / ٠

ل (ص > ٣٠) = (٣٠ - μ) / σ = ١٤

٠,١٤ = ل (ص > ٣٠) - ٠,٥

ل (ص > ٣٠) = ٠,١٤ - ٠,٥ = (μ - ٣٠) / σ = ٠,٣٦

(١) ← • ٣٠ = σ١,٠٨ - μ ∴ ١,٠٨ = (μ - ٣٠) / σ

ل (س < ٥٠) = ٢٦ / ٠ ∴ ل (ص < ٥٠) = (μ - ٥٠) / σ = ٠,٢٦

٣(١٤) ث (إحصاء) ذ/هشام

٠,٢٦ = ل (ص < (μ - ٥٠) / σ)

ل (ص < (μ - ٥٠) / σ) = ٠,٢٦ - ٠,٥ = ٠,٢٤

(٢) ∴ ٠,٤٦ = (μ - ٥٠) / σ ∴ ٥٠ = σ٠,٦٤٨ - μ

ب طرح المعادلتان (١) ، (٢)

١٣٥,٢٥ = ٢σ ، ٤٢,٥٦ = μ ، ١١,٦٣ = σ

(٣) أخذت عينة عشوائية من طلاب مدارس محافظة ما عددها

٥٠٠٠ طالب وكان عدد الطلاب اللذين تزيد أعمارهم عن ١٦

سنة [علما بأن الحد الأقصى للسنة في هذه المرحلة ١٩ سنة]

مساويا ٣٠٤٣ طالب وكانت أعمارهم متغير عشوائي طبيعي

بتباين ١,٤٤ أوجد الوسط الحسابي

σ = ١,٢ ، ص = (μ - س) / σ

ل (س < ١٦) = (١٦ - μ) / ١,٢ = ٣٠٤٣ / ٥٠٠٠

ل (ص < (μ - ١٦) / ١,٢) = ٠,٦٠٨٦

٠,٦٠٨٦ = ل (ص > ٠) + ٠,٥ = ل (μ - ١٦) / ١,٢ > ٠

∴ ل (ص > ٠) = (μ - ١٦) / ١,٢ = ٠,١٠٨٦

∴ ٠,٢٨ = (μ - ١٦) / ١,٢ ∴ μ = ١٦,٣٣٦

٣(إحصاء) ذ/هشام

(١٥)

(٢٨) في اختبار مادة يمتحن فيها طلاب احدي الكليات كانت الدرجات موزعة توزيعا طبيعيا بمتوسط ٧٥ درجة وبتباين ١٠٠ (علما بأن الدرجة النهائية للمادة ١٠٠ درجة) أوجد :

(١) الدرجة المعيارية لطلاب ا ، ب حصل علي ٦٠ ، ٩٦ درجة علي الترتيب

(٢) الدرجات التي حصل عليها طالبان ج ، د إذا كانت درجاتهما المعيارية -٠,٦ ، ١,٢

$$\frac{\mu - س}{\sigma} = ص ، ١٠ = \sigma ، ٧٥ = \mu$$

(١) * الطالب ا حصل علي درجة غير معيارية س = ٦٠ فإن الدرجة المعيارية ص = $\frac{\mu - س}{\sigma} = \frac{٧٥ - ٦٠}{١٠} = ١,٥$

* الطالب ا حصل علي درجة غير معيارية س = ٩٦ فإن الدرجة المعيارية ص = $\frac{\mu - س}{\sigma} = \frac{٧٥ - ٩٦}{١٠} = ٢,١$

(٢) الطالب ج حصل علي درجة معيارية ص = -٠,٦ فإن

$$\frac{\mu - س}{\sigma} = ص$$

$$-٠,٦ = \frac{٧٥ - س}{١٠} \therefore س = ٦٩ \text{ درجة}$$

* الطالب د حصل علي درجة معيارية ص = ١,٢ فإن

$$\frac{\mu - س}{\sigma} = ص$$

$$١,٢ = \frac{٧٥ - س}{١٠} \therefore س = ٨٧ \text{ درجة}$$

٣(١٦) (إحصاء) ذ/هشام

(٢٩) إذا كانت أوزان مجموعة من الأشخاص هو متغير عشوائي طبيعي وسطه الحسابي ١٦٥ رطلا وانحراف معياري ١٥ رطلا أوجد احتمال أن يختلف وزن أي شخص عن الوسط الحسابي بما لا يزيد عن ٢٠ رطلا

$$\frac{\mu - س}{\sigma} = ص ، ١٥ = \sigma ، ١٦٥ = \mu$$

رطلا أوجد احتمال أن يختلف وزن أي شخص عن μ بما لا يزيد عن ٢٠ رطلا هو:

$$ل(١٦٥ - ٢٠ < س < ١٦٥ + ٢٠) = ل(١٤٥ < س < ١٨٥)$$

$$= ل\left(\frac{١٦٥ - ١٤٥}{١٥} < ص < \frac{١٦٥ - ١٨٥}{١٥}\right)$$

$$= ل(-١,٣٣ < ص < ١,٣٣) = ل(٠ < ص < ١,٣٣) = ٠,٨١٦٤$$

(٣٠) بفرض أن أنصاف الأقطار للحلزونات التي تنتجها أحد المصانع موزعة توزيعا طبيعيا $\mu = ٢٥$ سم ، $\sigma = ٢٠$ سم ويعتبر الحلزون معيبا إذا كان نصف قطره يقل عن ٢٠ سم

أو يكبر عن ٢٨ سم أوجد احتمال أن يكون الحلزون معيبا

$$\frac{\mu - س}{\sigma} = ص ، ٢٠ = \sigma ، ٢٥ = \mu$$

احتمال أن يكون الحلزون معيبا = $ل(س < ٢٨) + ل(س > ٢٠)$

$$= ل(ص < \frac{٢٥ - ٢٨}{٢٠}) + ل(ص > \frac{٢٥ - ٢٠}{٢٠})$$

$$= ل(ص < -٠,١٥) + ل(ص > ٠,٢٥)$$

٣(١٨) ث (إحصاء) ذ/هشام

٣٢) مسافر لديه ٤٢ دقيقة للحاق بالطائرة وعليه أن يستقل إما التاكسي أو الأتوبيس لتوصيله إلي المطار فإذا كان التاكسي يستغرق في المتوسط ٣٠ دقيقة بانحراف معياري ١٠ دقائق وكان الأتوبيس يستغرق في المتوسط ٣٥ دقيقة بانحراف معياري ١٠ دقائق فأَي الوسيلتين أفضل في الاستخدام
أولاً: التاكسي

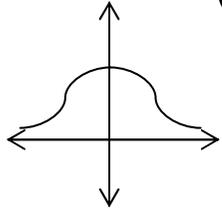
$$\frac{\mu - س}{\sigma} = ص ، ١٠ = \sigma ، ٣٠ = \mu$$

احتمال الوصول في زمن أقل من ٤٢ دقيقة = ل(س > ٤٢)

$$ل(ص > \frac{٣٠ - ٤٢}{١٠}) = ل(ص > -١,٢)$$

$$= ل(ص > ٠) + ٠,٥ =$$

$$= ٠,٣٨٤٩ + ٠,٥ = ٠,٨٨٤٩$$



ثانياً الأتوبيس

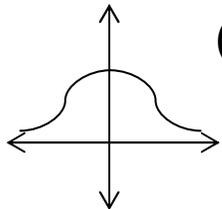
$$\frac{\mu - س}{\sigma} = ص ، ٥ = \sigma ، ٣٥ = \mu$$

احتمال الوصول في زمن أقل من ٤٢ دقيقة = ل(س > ٤٢)

$$ل(ص > \frac{٣٥ - ٤٢}{٥}) = ل(ص > -١,٤)$$

$$= ل(ص > ٠) + ٠,٥ =$$

$$= ٠,٤١٩٢ + ٠,٥ = ٠,٩١٩٢$$



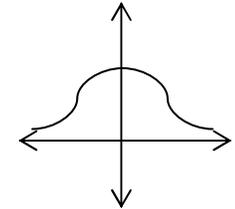
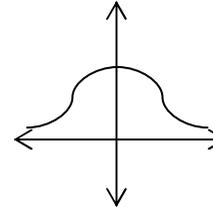
∴ احتمال وصول الأتوبيس في زمن أقل من ٤٢ دقيقة أكبر من

احتمال وصول التاكسي ∴ يستخدم الأتوبيس أفضل

(١٧) ٣(١٨) ث (إحصاء) ذ/هشام

$$= ٠,٥ - ل(ص > ٠,١٥) + ٠,٥ - ل(ص > ٠,٢٥) =$$

$$= ١ - ٠,٠٥٩٦ - ٠,٠٩٨٧ = ٠,٨٤١٧$$



(٣١) في امتحان الرياضيات في أحد الفصول إذا كانت درجات

الطلاب توزيع طبيعي متوسطه ٧٥ وانحرافه المعياري ٦

أوجد الدرجة التي يجب أن يحصل عليها أحد الطلاب حتي

يكون أفضل من ٨٣,٤ ٠/١٠

$$\frac{\mu - س}{\sigma} = ص ، ٦ = \sigma ، ٧٥ = \mu$$

نفرض أن الدرجة التي يجب أن يحصل عليها أحد الطلاب حتي

يكون أفضل من ٨٣,٤ ٠/١٠ هي ك

$$ل(س > ك) = ٠,٨٣٤ = ل(ص > \frac{٧٥ - ك}{٦})$$

$$٠,٨٣٤ = ل(ص > \frac{٧٥ - ك}{٦})$$

$$= ٠,٥ - ل(ص > ٠) + ل(ص > \frac{٧٥ - ك}{٦}) = ٠,٨٣٤$$

$$∴ ل(ص > \frac{٧٥ - ك}{٦}) = ٠,٣٣٤٠$$

$$∴ \frac{٧٥ - ك}{٦} = ٠,٩٧ ∴ ك = ٧٥ - ٥,٨٢ = ٦٩,١٨$$

وهي الدرجة التي يجب أن يحصل عليها أحد الطلاب حتي يكون أفضل

من ٨٣,٤ ٠/١٠ من تلاميذ الفصل

٣(٢٢) ث (إحصاء) ذ/هشام

(٢١)

٣٩) أسرة لديها ثلاثة أطفال والتجربة ملاحظة جنس الطفل (ولد-بنت)

س متغير عشوائي يعبر عن (مربع عدد الأولاد - عدد البنات)

احسب المتوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري

الحل: ف = { (و، و، و)، (و، و، ب)، (و، ب، و)، (و، ب، ب)، (ب، و، و)، (ب، و، ب)، (ب، ب، و)، (ب، ب، ب) }

مدى س = { ٩، ٣، ١-، ٣- }

التوزيع الاحتمالي

س	٩	٣	١-	٣-
د(س)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

أكمل الحل:

٤٠) في دراسة بين المتغيرين س، ص حصلنا على النواتج الآتية:

$$n = 8, \quad \bar{s} = \frac{40}{5}, \quad \bar{v} = \frac{15}{3}$$

$$\text{مج } \bar{s} = 6, \quad \text{مج } \bar{v} = 1$$

$$\text{مج } s^2 = 129, \quad \text{مج } v^2 = 29, \quad \text{مج } s \bar{v} = 59$$

أوجد كلا من

١- معامل انحدار ص على س

٢- معامل انحدار س على ص

٣- معامل الارتباط الخطي بين س، ص

نموذج امتحان

أولاً: اجب عن السؤال الآتي:

[١] إذا كان: ل(ب) = ٠,٢، ل(ب ∩ أ) = ٠,٣، ل(أ ∩ ب) = ٠,٤، ل(أ ∩ ب) = ٠,٤

أوجد: ل(أ)، ل(ب)، ل(أ ∪ ب)، ل(أ ∩ ب)، ل(ب ∩ أ)، ل(أ ∪ ب)

ب) إذا كانت أطوال نوع معين من البنات موزعة حسب التوزيع الطبيعي

بمتوسط μ وانحراف معياري ٤ وإذا علم أطوال ١٠,٥٦ % من هذه البنات

أقل من ٤٥ سم، فأوجد المتوسط μ لهذا النوع من البنات

٣(٢٢) ث (إحصاء) ذ/هشام

ثانياً: اجب عن السؤالين فقط مما يأتي:

[٢] إذا كان س متغير عشوائي متصل دالة كثافة الاحتمال له هي

$$f(s) = \begin{cases} \frac{2s+1}{18}, & 1 \leq s \leq 4 \\ 0, & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

أولاً: إذا كان $1 \leq s \leq 4$ وكان ل ($1 < s < 1 + 1$) = $\frac{1}{3}$

فأوجد قيمه أ

ثانياً: إذا كان ل (س < ب) = $\frac{4}{9}$ فأوجد قيمه ب

ب) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الذي

يظهر على الوجه العلوي في كل مرة إذا كان المتغير العشوائي س يعبر

عن اصغر العددين الظاهرين،

أكتب التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س ثم احسب σ ، μ

[٣] إذا كان مج س = ٥٠، مج ص = ٦٠، ن = ١٠

، مج س^٢ = ٣١٠، مج ص^٢ = ٤٩٨، مج س ص = ٣٦١

أوجد قيمه معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين لمتغيرين س، ص

ب) إذا كان أ، ب حدثين من فضاء العين لتجربة عشوائية بحيث أ ∩ ب

كان ل(أ) = ٠,٤، ل(أ ∪ ب) = ٠,٨، فأوجد احتمالات الأحداث الآتية:

أولاً: وقوع الحدث ب

ثانياً: وقوع الحدث أ وعدم وقوع الحدث ب

ثالثاً: وقوع الحدث أ أو عدم وقوع الحدث ب

[٤] من بيانات الجدول الآتي:

س	١٠	٧	٨	٧	٤
ص	٥	٨	٧	٩	٩

احسب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين س، ص

أوجد معادلة خط انحدار ص على س ثم قدر ص عندما س = ٩