٨٧ ث.ع / أول

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٨

**الإحصاء ( للمرحلتين الأولى والثانية )** الدور الأول **الزمن : ساعة ونصف**

* يسمح باستخدام الآلة الحاسبة * عند الحاجة يرجع لجدول المساحات المبين

**أولا : أجب عن السؤال الآتى :** **( الأسئلة فى صفحتين )**

**السؤال الأول :**

( أ ) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ما ، وكان :

ل (أ ∪ ب) = ٠,٨ ، ل (أ) + ل (ب) = ١,٢ ، $\frac{\text{ل (أ)}}{\text{ل (أ)}} = \frac{٢}{٣}$ أوجد :

(i) ل (ب) (ii) ل (أ ∪ ب) (iii) احتمال وقوع أحد الحدثين فقط .

( ب ) إذا كانت درجات ١٠٠٠٠ طالب فى أحد الامتحانات تتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط ٧٥ درجة وتباين ٣٢٥ فإذا كان ١٤٩٣ طالباً بالترتيب يحصلون على تقدير ممتاز . أوجد أقل درجة لكى يحصل الطالب على تقدير ممتاز .

**ثانيا : أجب عن سؤالين فقط مما يأتى :**

**السؤال الثانى :**

( أ ) فى دراسة لأطوال نوع معين من النباتات (عند تمام النضج ) فى حقل ما وجد أن أطوالها تتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط ٦٠ سم وكان طول أحد النباتات ٧٥ سم وطوله المعيارى ٣ أوجد الانحراف المعيارى . وإذا كان الطول المعيارى لنبات آخر من نفس النوع فى نفس الحقل يساوى ٣ فأوجد طوله الطبيعى .

( ب ) إذا كان س متغيراً عشوائياً متصلاً دالة كثافة الاحتمال له هى :

د ( س ) = $\begin{cases} \frac{١}{٤} & \text{عندما } ٠ \leq \text{س} \leq \text{ك} \\ \text{س} - \frac{٣}{٤} & \text{عندما ك} < \text{س} \leq ٢ \\ \text{صفر} & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$

(i) أوجد قيمة الثابت ك (ii) أحسب قيمة ل ( $\frac{١}{٢} \leq$ س $\leq \frac{٥}{٤}$ ) .

**السؤال الثالث :**

( أ ) إذا كان س متغيراً عشوائياً يتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابى $\mu$ وانحرافه المعيارى $\sigma$

وكان ل ( $\mu + \sigma^{٢} \leq$ س $\leq \mu - \sigma$ ) = ٠,٦٤٦٤

أوجد قيمة ل ( س $\leq \mu + ١,٣$ )

**( بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية )**

( ب ) فى تجربة لدراسة العلاقة بين الدخل (س) والاستهلاك (ص) بالألف جنية سنوياً ( لعدد من الأسر ) وباستخدام طريقة الانحرافات حصلنا على ما يلى :

مجـ سـ = ٠ ، مجـ صـ = ٠ ، مجـ سـ صـ = ١٥٨ ، مجـ سـ$^{٢}$ = ٢٢٤

مجـ صـ$^{٢}$ = ١٣٢ حيث سـ = س ـ ٤٢ ، صـ = ص ـ ٢٨

(i) أوجد معادلة خط انحدار الاستهلاك على الدخل .

(ii) قدّر ما توفره أسرة دخلها السنوى ١٠٠٠٠ جنية .

(iii) أوجد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص .

**السؤال الرابع :**

( أ ) من مجموعة الأرقام { ١، ٢، ٣، ٤، ٥ } اكتب المجموعة ف التى تمثل مجموعة الأعداد الزوجية المكونة من رقمين مختلفين ، وإذا عرف على ف متغيراً عشوائيا سـ يعبر عن الفرق المطلق بين رقمى العدد الزوجى :

(i) أوجد كلاً من التوزيع الاحتمالى والمتوسط الحسابى للمتغير العشوائى سـ .

(ii) فسر أن المتغير العشوائى سـ يحدث تجزيئا للمجموعة ف .

( ب ) الجدول الآتى يبين عدد السلع ( س ) التى تنتجها أحد المصانع فى ستة أيام وتكلفة السلعة الواحدة ( ص ) بالجنيهات

| عدد السلع ( س ) | ٥٦٠ | ٦٥٠ | ٨٠٠ | ٥٠٠ | ٥٦٠ | ٨٠٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكلفة ( ص ) | ٤٨٠٠ | ٦٠٠٠ | ٦٠٠٠ | ٤٥٠٠ | ٤٨٠٠ | ٦٠٠٠ |

أوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بين عدد السلع والتكلفة وبين نوعه .

**( انتهت الأسئلة )**

جدول المساحات أسفل المنحنى الطبيعى المعيارى

| ى | ٠,٠٠ | ٠,٠١ | ٠,٠٢ | ٠,٠٣ | ٠,٠٤ | ٠,٠٥ | ٠,٠٦ | ٠,٠٧ | ٠,٠٨ | ٠,٠٩ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٠,٨ | ٠,٢٨٨١ | ٠,٢٩١٠ | ٠,٢٩٣٩ | ٠,٢٩٦٧ | ٠,٢٩٩٥ | ٠,٣٠٢٣ | ٠,٣٠٥١ | ٠,٣٠٧٨ | ٠,٣١٠٦ | ٠,٣١٣٣ |
| ٠,٩ | ٠,٣١٥٩ | ٠,٣١٨٦ | ٠,٣٢١٢ | ٠,٣٢٣٨ | ٠,٣٢٦٤ | ٠,٣٢٨٩ | ٠,٣٣١٥ | ٠,٣٣٤٠ | ٠,٣٣٦٥ | ٠,٣٣٨٩ |
| ١,٠ | ٠,٣٤١٣ | ٠,٣٤٣٨ | ٠,٣٤٦١ | ٠,٣٤٨٥ | ٠,٣٥٠٨ | ٠,٣٥٣١ | ٠,٣٥٥٤ | ٠,٣٥٧٧ | ٠,٣٥٩٩ | ٠,٣٦٢١ |
| ١,١ | ٠,٣٦٤٣ | ٠,٣٦٦٥ | ٠,٣٦٨٦ | ٠,٣٧٠٨ | ٠,٣٧٢٩ | ٠,٣٧٤٩ | ٠,٣٧٧٠ | ٠,٣٧٩٠ | ٠,٣٨١٥ | ٠,٣٨٣٠ |
| ١,٢ | ٠,٣٨٤٩ | ٠,٣٨٦٩ | ٠,٣٨٨٨ | ٠,٣٩٠٧ | ٠,٣٩٢٥ | ٠,٣٩٤٤ | ٠,٣٩٦٢ | ٠,٣٩٨٠ | ٠,٣٩٩٧ | ٠,٤٠١٥ |
| ١,٣ | ٠,٤٠٣٢ | ٠,٤٠٤٩ | ٠,٤٠٦٦ | ٠,٤٠٨٢ | ٠,٤٠٩٩ | ٠,٤١١٥ | ٠,٤١٣١ | ٠,٤١٤٧ | ٠,٤١٦٢ | ٠,٤١٧٧ |
| ١,٤ | ٠,٤١٩٢ | ٠,٤٢٠٧ | ٠,٤٢٢٢ | ٠,٤٢٣٦ | ٠,٤٢٥١ | ٠,٤٢٦٥ | ٠,٤٢٧٩ | ٠,٤٢٩٢ | ٠,٤٣٠٦ | ٠,٤٣١٩ |
| ١,٥ | ٠,٤٣٣٢ | ٠,٤٣٤٥ | ٠,٤٣٥٧ | ٠,٤٣٧٠ | ٠,٤٣٨٢ | ٠,٤٣٩٤ | ٠,٤٤٠٦ | ٠,٤٤١٨ | ٠,٤٤٢٩ | ٠,٤٤٤١ |
| ١,٦ | ٠,٤٤٥٢ | ٠,٤٤٦٣ | ٠,٤٤٧٤ | ٠,٤٤٨٤ | ٠,٤٤٩٥ | ٠,٤٥٠٥ | ٠,٤٥١٥ | ٠,٤٥٢٥ | ٠,٤٥٣٥ | ٠,٤٥٤٥ |
| ١,٧ | ٠,٤٥٥٤ | ٠,٤٥٦٤ | ٠,٤٥٧٣ | ٠,٤٥٨٢ | ٠,٤٥٩١ | ٠,٤٥٩٩ | ٠,٤٦٠٨ | ٠,٤٦١٦ | ٠,٤٦٢٥ | ٠,٤٦٣٣ |

(i) $P(A \cup B) = 0.8$ و $P(A) + P(B) = 1.2$ و $\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{2}{3}$

$\therefore \frac{P(A)}{1-P(A)} = \frac{2}{3}$ $\therefore 3P(A) = 2 - 2P(A)$ $\therefore P(A) = 0.4$

$P(B) = \frac{3}{5} = 0.6$

$\therefore P(A) + P(B) = 1.2$ $\therefore 0.4 + P(B) = 1.2$

$\therefore P(B) = 1.2 - 0.4 = \frac{3}{5} = 0.6$

$\therefore P(A \cap B) = 0.4$

$P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.8$

$0.4 + 0.6 - P(A \cap B) = 0.8$ ومنه $\therefore P(A \cap B) = \frac{2}{5}$

(ii) $P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B)$

$= 1 - [P(A) - P(A \cap B)] = 1 - [\frac{3}{5} - \frac{2}{5}] = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0.8$

(iii) احتمال وقوع احد الحدثين فقط

$= P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0.8 - \frac{2}{5} = \frac{2}{5} = 0.4$

وهي نفس طريقة لو كان $P(A - B) \cup P(B - A)$

(٥) $\therefore \mu = 75$ درجة

$\therefore$ التباين $= 225$ $\therefore \sigma = \sqrt{225} = 15$

$P(s \leq 60) = \frac{1492}{10000}$

$= \frac{373}{2500} = 0.1492$

$P(s \geq 60) = P(\frac{s - 75}{15} \leq \frac{60 - 75}{15}) = 0.1492$

$0.5 - P(0 < s < 75) = P(\frac{s - 75}{15} \leq \frac{60 - 75}{15}) = 0.1492$

$P(0 < s \leq 75) = P(\frac{s - 75}{15} \leq \frac{75 - 75}{15}) = 0.3508$

$\frac{75 - 75}{15} = 1.04$

$75 - 75 = 15.6$ $\quad 75 = 90.6$

$\therefore$ اقل درجة يحصل عليها الطالب لكي يحصل على تقدير ممتاز هي $\boxed{90.6}$

٣) ب) $م = ٦٠$ ∴ $ن = ٧٥$ عندما $ك = ٢$

$\frac{٧٥ - ٦٠}{ع} = ٢$ ∴ $\frac{ن - م}{ع} = ك$ ∴ $ع = ١٥$

∴ الانحراف المعياري $= ٧,٥$ $ع = ٧,٥$

وعندما يكون $ك = ٣$

∴ $\frac{ن - ٦٠}{٧,٥} = ٣$ ∴ $\frac{ن - م}{ع} = ك$

∴ $ن - ٦٠ = ٣ \times ٧,٥$ ∴ $ن = ٦٠ + ٢٢,٥$

$ن = ٨٢,٥$

∴ الطول المطلوب $= ٨٢,٥$ سم

---

ب) : مساحة المنطقة الواقعة تحت منحنى دالة الكثافة وفوق محور السينات على الفترة

∴ $ل(٠ \leq س \leq ٢) = ل(٠ \leq س \leq هـ) + ل(هـ \leq س \leq ٢)$

$= \frac{١}{٢}[د(هـ) + د(٠)][هـ - ٠]$

$+ \frac{١}{٢}[د(ل) + د(٢)](٢ - ل)$

∴ $١ = \frac{١}{٢}[\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤}](هـ) + \frac{١}{٢}[\frac{٣}{٤} + \frac{٥}{٤}](٢ - هـ)$

$١ = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}(هـ) + (\frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٢})(٢ - هـ)$ [بالضرب $\times ٤$]

$٤ = هـ + ٣(٢ - هـ)$

∴ $٤ = هـ + ٦ - ٣هـ$ ∴ $٢هـ = ٢$ ∴ $هـ = ١$

(١١) لإيجاد $ل(\frac{١}{٢} \leq س \leq \frac{٥}{٤})$

∴ $د(س) = \begin{cases} \frac{١}{٤} & \text{عندما } ٠ \leq س \leq ١ \\ س - \frac{٣}{٤} & \text{عندما } ١ < س \leq ٢ \\ صفر & \text{فيما عدا ذلك} \end{cases}$

∴ $ل(\frac{١}{٢} \leq س \leq \frac{٥}{٤}) = ل(\frac{١}{٢} \leq س \leq ١) + ل(١ < س \leq \frac{٥}{٤})$

$= \frac{١}{٢}[\frac{١}{٤} + \frac{١}{٤}](١ - \frac{١}{٢}) + \frac{١}{٢}(\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤})(\frac{٥}{٤} - ١)$

$= \frac{٧}{٣٢}$

٣) م) ∴ ل( م + σ ≤ س ≤ م − σ ) = ٠,٦٤٢٤

∴ ل( م − σ ≤ س ≤ م + σ ) = ٠,٦٤٢٤

∴ ل( (م − σ − م)/σ ≤ ص ≤ (م + σ − م)/σ ) = ٠,٦٤٢٤

∴ ل( −١ ≤ ص ≤ ١ ) = ٠,٦٤٢٤

∵ احتمال > ٠,٥ ∴ σ موجبة

∴ ل( ٠ ≤ ص ≤ ١ ) + ل( ٠ ≤ ص ≤ σ ) = ٠,٦٤٢٤

∴ ٠,٣٤١٣ + ل( ٠ ≤ ص ≤ σ ) = ٠,٦٤٢٤

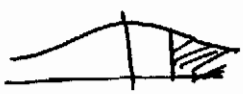
∴ ل( ٠ ≤ ص ≤ σ ) = ٠,٦٤٢٤ − ٠,٣٤١٣

∴ ل( ٠ ≤ ص ≤ σ ) = ٠,٣٠٥١

∴ σ = ٠,٥٨

∴ لإيجاد قيمة ل( س ≤ م + ١,٣ )

= ل( ص ≤ (م + ١,٣ − م)/σ )



= ل( ص ≤ ١,٣/٠,٥٨ ) = ل( ص ≤ ١,٠١ )

= ٠,٥ + ل( ٠ ≤ ص ≤ ١,٠١ )

= ٠,٥ + ٠,٣٤٣٥ = ٠,٨٤٣٥

---

ب)(أ) ∴ معادلة انحدار الاستهلاك ص على الدخل س

تعطى من العلاقة ص = ب س + ا

وفى طريقة المربعات الصغرى إن

ص = ب س + ن  [حيث ص = ص − ص̄ ، س = س − س̄]

∴ ب = (ن مجـ س ص − مجـ س × مجـ ص)/(ن مجـ س² − (مجـ س)²) = (٥ × ١٥٨ − صفر × صفر)/(٥ × ٢٢٤ − (صفر)²)

= ٧٩٠/١١٢٠ = ٧٩/١١٢

∴ ن = (مجـ ص − ب مجـ س)/ن = صفر − (٧٩/١١٢) × صفر = صفر

∴ ص = (٧٩/١١٢) س

∵ ص = ص − ٢٨ ، س = س − ٤٢

∴ ص − ٢٨ = (٧٩/١١٢)(س − ٤٢)

∴ ص = (٧٩/١١٢) س − (٧٩/١١٢) × ٤٢ + ٢٨

∴ معادلة انحدار الاستهلاك (ص) على الدخل (س) هى  ص = (٧٩/١١٢) س − ١٣/٨

∴ معادلة انحدار الاستهلاك (ص) على الدخل (س)

ص = $\frac{٧٩}{١١٢}$ س − $\frac{١٣}{٨}$

أو هي ص = ٠,٧٠٥٤ س − ١,٦٢٥

(ii) :: الدخل السنوي ١٠ (ألف جنيه) = ١٠٠٠٠

∴ الاستهلاك (ص) = $\frac{٧٩}{١١٢}$ × ١٠ − $\frac{١٣}{٨}$ = $\frac{٣٨}{٧}$ = ٥,٤٢٨٦

∴ ما توفره الأسرة = ١٠ − $\frac{٣٨}{٧}$ = $\frac{٣٢}{٧}$ (ألف ص)

= $\frac{٣٢}{٧}$ × ١٠٠٠ = $\frac{٣٢٠٠٠}{٧}$ ص

= ٤٥٧١,٤٣ ≃ ٤٥٧١ جنيه

(iii) :: معامل الارتباط يتغير إذا أضفنا عدد ثابت من جميع قيم المتغير الأول وكذلك عدد ثابت من جميع قيم المتغير الثاني

∴ ر = $\frac{\text{ن مجـ س ص} - \text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\sqrt{\text{ن مجـ س}^٢ - (\text{مجـ س})^٢} \times \sqrt{\text{ن مجـ ص}^٢ - (\text{مجـ ص})^٢}}$

= $\frac{\text{ن} \times ١٥٨ - \text{ص} \times \text{ص}}{\sqrt{\text{ن} \times ٣٤٣ - (٠)^٢} \times \sqrt{\text{ن} \times ١٣٢ - (٠)^٢}}$

= $\frac{\text{ن} \times ١٥٨}{\sqrt{\text{ن} \times ٣٤٣} \times \sqrt{\text{ن} \times ١٣٢}}$ = $\frac{\text{ن} \times ١٥٨}{\text{ن} \times \sqrt{٤٥٢٩٦}}$ = $\frac{١٥٨}{٤٢٦٧}$

= $\frac{٧٩}{٤٢٦\sqrt{٣}}$ = ٠,٩١٨٩

∴ معامل الارتباط = ٠,٩١٨٩

(٤) أ

(i) ف = {١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٣٤، ٣٥، ٤٥}

ن(ف) = ١٠

∴ التوزيع الاحتمالي هو

| س | ١ | ٢ | ٣ |
|---|---|---|---|
| د(س) | ٤/١٠ = ٢/٥ | ٣/١٠ | ٣/١٠ |

| س | د(س) | س . د(س) | س² . د(س) |
|---|---|---|---|
| ١ | ٢/٥ | ٢/٥ | ٢/٥ |
| ٢ | ٣/١٠ | ٦/١٠ | ١٢/١٠ |
| ٣ | ٣/١٠ | ٩/١٠ | ٢٧/١٠ |
| | | ١٧/١٠ = ١,٧ | ٤١/١٠ = ٤,١ |

المتوسط الحسابي للمتغير م = ١,٧

(ii) . تعبير ان المتغير العشوائي س يحدث تجزيئا للحيز ف

ويلاحظ ان المتغير العشوائي يحدث تجزيئا لفضاء العينة ف اى يقسمه إلى عدد من الاحداث المتنافية بحيث اتحادها يعطي فضاء العينة ف وكل قيمة من قيم س هي صورة لحدث واحد وواحد فقط من هذه الاحداث

وفي هذا المثال نجد ان

عند س = ٢ هو صورة الحدث {١٢، ٣٤}

وعند س = ٣ هو صورة الحدث {١٣، ٢٤}

عند س = ٤ هو صورة الحدث {١٤، ٢٣، ٣٥}

ويكون {١٢، ٣٤} ∪ {١٣، ٢٤} ∪ {١٤، ٢٣، ٣٥} = ف

(٥)

| ف | الفرق المطلق |
|---|---|
| ١٢ | ١ |
| ١٣ | ٢ |
| ١٤ | ٣ |
| ١٥ | ٤ |
| ٢٣ | ١ |
| ٢٤ | ٢ |
| ٢٥ | ٣ |
| ٣٤ | ١ |
| ٣٥ | ٢ |
| ٤٥ | ١ |

رقم الآحاد

رقم العشرات

(ب)

| عدد الساعات (س) | ٥٦٠ | ٦٥٠ | ٨٠٠ | ٥٠٠ | ٥٦٠ | ٨٠٠ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| التكلفة (ص) | ٤٨٠٠ | ٦٠٠٠ | ٦٠٠٠ | ٤٥٠٠ | ٤٨٠٠ | ٦٠٠٠ |

(أ)

| س | ص | رتب س | رتب ص | ف | ف٢ |
|---|---|---|---|---|---|
| ٥٦٠ | ٤٨٠٠ | ٢,٥ | ٢,٥ | ٠ | ٠ |
| ٦٥٠ | ٦٠٠٠ | ٤ | ٥ | -١ | ١ |
| ٨٠٠ | ٦٠٠٠ | ٥,٥ | ٥ | ٠,٥ | ٠,٢٥ |
| ٥٠٠ | ٤٥٠٠ | ١ | ١ | ٠ | ٠ |
| ٥٦٠ | ٤٨٠٠ | ٢,٥ | ٢,٥ | ٠ | ٠ |
| ٨٠٠ | ٦٠٠٠ | ٥,٥ | ٥ | ٠,٥ | ٠,٢٥ |
| | | | مج | صفر | مج ف٢ = ١,٥ |

$$ر = ١ - \frac{٦ \times مج ف^٢}{ن(ن^٢ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٦ \times ١,٥}{٦(٣٦ - ١)}$$

$$= ١ - \frac{٣}{٧٠} = \frac{٦٧}{٧٠}$$

∴ معامل الارتباط بين عدد الساعات والتكلفة

$$ر = \frac{٦٧}{٧٠} = ٠,٩٥٧١$$

وهو ارتباط طردي.