إجابة نموذج (٢)

المادة : التفاضل والتكامل **المرحلة: الثانية**

السؤال الأول: (أ) : $\int س^{١٠} \left(\frac{٢}{س} + \frac{٣}{س^{٢}} \right)^{٥} ء س$

$$\int س^{٢} \left(\frac{٢}{س} + \frac{٣}{س^{٢}} \right)^{٥} ء س$$

$$\int (س + ٣)^{٥} \ ء س = \frac{١}{٦} (س + ٣)^{٦} + ث$$

(ب) $\int (قا^{٢} \frac{س}{٢} - جتا^{٢} س) \ ء س$

$$\int (قا^{٢} \frac{س}{٢} - \frac{١}{٢} - \frac{١}{٢} جتا ٢س) \ ء س$$

$$٢ طا \frac{س}{٢} - \frac{١}{٢} س - \frac{١}{٤} حا ٢س + ث$$

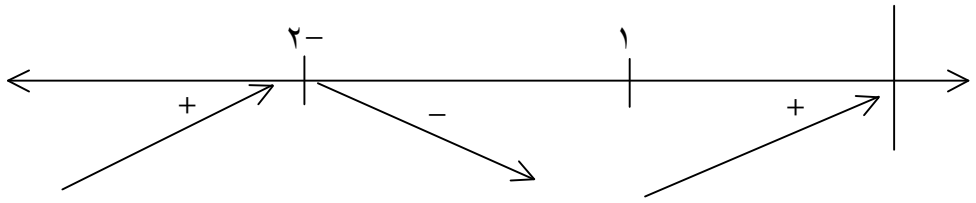
(ب) د (س) = ٢ $س^{٣}$ = + ٣ $س^{٢}$ – ١٢س

دَ (س) = ٦ $س^{٢}$ + ٦ س – ١٢

دَ (س) = ٠ ٦ $س^{٢}$ + ٦س – ١٢ = ٠

س٢ + س – ٢ = ٠

(س – ١) (س + ٢) = ٠ س = ١ ، س = –٢



د (س) تزايدية فى الفترة] − ∞ ، −٢ [، الفترة] ١ ، ∞ [

د (س) تناقصية فى الفترة] −٢ ، ١[

(١ ، −٧) قيمة صغرى محلية

(−٢ ، ١٦) قيمة عظمى محلية

س٢ (أ)

$$\text{د (س)} = \begin{cases} \text{س}^2 + \text{س} & \text{س} < 1 \\ \text{ك س} - 1 & \text{س} \geqslant 1 \end{cases}$$

الدالة متصلة عند س = ١

د (١$^+$) = د(١$^-$) ك − ١ = ٢

ك = ٣

$$\text{د (س)} = \begin{cases} \text{س}^2 + \text{س} & \text{س} < 1 \\ 3\text{ س} - 1 & \text{س} \geqslant 1 \end{cases}$$

$$\text{نهـا}_{\text{هـ} \to 0^-} \frac{\text{د(س + هـ) − د(س)}}{\text{هـ}} = \text{نهـا}_{\text{هـ} \to 0} \frac{(1 + \text{هـ})^2 + (1 + \text{هـ}) - 1 - 1}{\text{هـ}}$$

$$\text{نهـا}_{\text{هـ} \to 0^-} \frac{\cancel{1} + 2\text{هـ} + \text{هـ}^2 + 1 + \text{هـ} \cancel{- 2}}{\text{هـ}} = \text{نهـا}_{\text{هـ} \to 0} \frac{3\text{هـ} + \text{هـ}^2}{\text{هـ}}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{هـ} \to 0} 3 + \text{هـ} = 3$$

$$\text{نهـا}_{\text{هـ} \to 0^+} \frac{\text{د(١ + هـ) − د(١)}}{\text{هـ}} = \text{نهـا} \frac{3(1 + \text{هـ}) \cancel{- 1} + 3 \cancel{- 1}}{\text{هـ}}$$

د ($\overset{+}{\cdot}$) = د ($\overset{-}{\cdot}$) = ٣

∴ الدالة قابلة للاشتقاق عند س = ١

(ب) س^{٢} + ص^{٢} = ٩ ∴ ٢ س + ٢ ص $\frac{ع ص}{ع س}$ = ٠

$$\frac{ع ص}{ع س} = \frac{- س}{ص} = - س ص^{-١}$$

$$\frac{ع^{٢} ص}{ع س^{٢}} = (- س \times - ص^{-٢} \times \frac{ع ص}{ع س}) + (ص^{-١} \times -١) = \frac{س}{ص^{٢}} \times \frac{- س}{ص} - \frac{١}{ص}$$

$$= \frac{- س^{٢}}{ص^{٣}} - \frac{ص^{٢}}{ص^{٣}} = \frac{- (س^{٢} + ص^{٢})}{ص^{٣}} = \frac{- ٩}{ص^{٣}}$$

ص^{٣} $\frac{ع^{٢} ص}{ع س^{٢}}$ + ٩ = ٠ وهو المطلوب

س٣ (أ) $\frac{ع ص}{ع س}$ = ٣ س^{٢} + ٢

∫ ع ص = ∫ (٣ س^{٢} + ٢) ع س

ص = س^{٣} + ٢س + ث عند (٠ ، ٠) ث = ٠

ص = س^{٣} + ٢س معادلة المنحنى

عند س = -١ ∴ص = -١ -١ = -٣

ميل المماس عند (-١ ، -٣) = -٣ + ٢ = -١

ميل العمودى = ١

معادلة العمودى $\frac{ص + ٣}{س + ١}$ = ١

ص – س + ٢ = ٠

(ب) د(س) = س^{٣} – ٩ س^{٢} + ب س + ١٠ (١ ، ٣) ∋ المنحنى فهى تحققه

٣ = ١ – ٩ + ب + ١٠ ٩ – ب = ٨ (١)

دَ(س) = ٣ س^{٢} – ٢ ٩ س + ب عند (١ ، ٣) عظمى محلية

صفر = ٣ × ١ – ٢ ٩ × ١ + ب ٢ ٩ – ب = ٣ (٢)

بطرح (١) من (٢) ∴ | ٩ = –٥ | من (١) | ب = –١٣ |

د (س) = س^{٣} + ٥ س^{٢} – ١٣ س + ١٠

دَ(س) = ٣ س^{٢} + ١٠ س – ١٣ = صفر

(٣س + ١٠) (س – ١) = ٠

س = ١ ، س = $\frac{-١٠}{٣}$ ∉ [–١ ، ٤]

د (–١) = ٢٧

د (١) = ٣ صغرى مطلقة

د (٤) = ١٠٢ عظمى مطلقة

س٤ (أ)

ص = س + حا س

صَ = ١ + جتا س صَ عند (٠ ، ٠)

صَ = ١ + ١ = ٢

ميل المماس = ٢ ميل العمودى = $\frac{-١}{٢}$

معادلة المماس عند (٠ ، ٠) معادلة العمودى عند (٠ ، ٠)

$\frac{ص - ٠}{س - ٠} = ٢$ $\frac{ص - ٠}{س - ٠} = \frac{-١}{٢}$

ص = ٢ س ٢ ص = − س

ص − ٢ س = ٠ ٢ ص + س = ٠

(ب) حجم المكعب الذى طول حرفه ل

ح = ل^{٣} $\frac{ء ح}{ء ن} = ٣ ل^{٢} \frac{ء ل}{ء ن}$

$\frac{ء ل}{ء ن}$ − ٢,٧ = ٣ × ٩

$\frac{ء ل}{ء ن}$ = − ٠,١

مساحة سطح المكعب

م = ٦ ل^{٢}

$\frac{ء م}{ء ن} = ١٢ ل \frac{ء ل}{ء ن}$

= ١٢ × ٣ × − ٠,١ = − ٣,٦ سم^{٢}/ د

س٥ (أ)

د ($\bar{١}$) = $\underset{س \leftarrow ١}{نهـا}$ $\frac{حا٢ (س - ١)}{س - ١}$ = ٢

د ($\overset{+}{١}$) = $\underset{س \leftarrow ١}{نهـا}$ ٥ − ٣ س^{٢} = ٢

د ($\bar{١}$) = د ($\overset{+}{١}$) $\underset{س \leftarrow ١}{نهـا}$ د (س) = ٢

لكى تكون متصلة

د (س) =
- $\frac{حا٢ (س - ١)}{س - ١}$ ، س < ١
- ٢ ، س = ١
- ٥ – ٣ س٢ ، س > ١

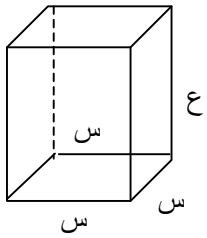
(ب)

س + س + ع = ٩٠

٢ س + ع = ٩٠

ع = ٩٠ – ٢س

الحجم = $س^{٢}$ ع



ح = $س^{٢}$ (٩٠ – ٢ س) = ٩٠ $س^{٢}$ – ٢ $س^{٣}$

$\frac{ء ح}{ء س}$ = ١٨٠ س – ٦ $س^{٢}$

$\frac{ء ح}{ء س}$ = صفر ∴ ٦ س (س – ٣٠) = ٠

س = ٣٠

الأبعاد الثلاثة ٣٠ ، ٣٠ ، ٣٠

أى الشكل مكعب