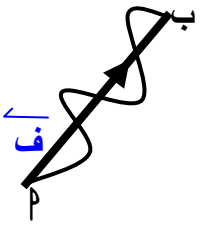
تعاريـــــف

متجه الإزاحة $\overleftarrow{ف}$:

هو : المتجه الذى تمثله قطعة مستقيمة موجهة نقطة بدايتها الموضع الإبتدائى للجسيم و نقطة نهايتها الموضع النهائى له



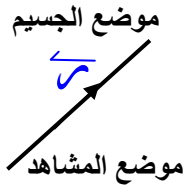
فى الشكل المقابل : $\overleftarrow{م ب}$ يمثل متجه الإزاحة $\overleftarrow{ف}$

حيث : م الموضع الإبتدائى للجسيم ، ب الموضع النهائى له

ملاحظات :

* متجه الإزاحة يرتبط بالموضعين الإبتدائى و النهائى للجسيم و لا يتوقف على شكل المسار الفعلى للجسيم أثناء الإزاحة
* معيار متجه الإزاحة $\overleftarrow{م ب}$ يساوى طول $\overline{م ب}$ و لا يساوى بالضرورة المسافة التى قطعها الجسيم أثناء إنتقاله من م إلى ب

متجه الموضع لجسيم $\overleftarrow{ر}$:

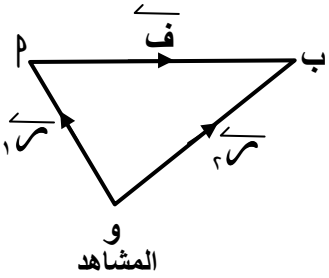


هو : المتجه الذى تنطبق نقطة بدايته مع موضع المشاهد و نقطة نهايته مع موضع الجسيم

العلاقة بين متجه الموضع و متجه الإزاحة :

متجه إزاحة جسيم بين لحظتين متتاليتين يساوى التغير فى متجه موضع الجسيم بين هاتين اللحظتين

فى الشكل المقابل :



إذا كان " و " موضع المشاهد ، م ، ب موضعى الجسيم عند لحظتين متتاليتين $ن_١$ ، $ن_٢$ على الترتيب فإن :

$\overleftarrow{م ب}$ هو متجه الإزاحة و ليكن $\overleftarrow{ف}$

، و $\overleftarrow{م}$ هو متجه الموضع للجسيم عند اللحظة $ن_١$ و ليكن $\overleftarrow{ر_١}$

، و $\overleftarrow{ب}$ هو متجه الموضع للجسيم عند اللحظة $ن_٢$ و ليكن $\overleftarrow{ر_٢}$

$\therefore \overleftarrow{م ب} = \overleftarrow{و ب} - \overleftarrow{و م}$ و بالتالى يكون : $\overleftarrow{ف} = \overleftarrow{ر_٢} - \overleftarrow{ر_١}$

متجه سرعة جسيم :

هو : المتجه الذى معياره يساوى قيمة السرعة و ينطبق إتجاهه على إتجاه الحركة

الحركة المنتظمة :

يتحرك جسيم حركة منتظمة إذا كان متجه سرعته ثابت معياراً و إتجاهاً لجميع الأزمنة

ملاحظات :

- إذا تحرك الجسيم حركة منتظمة فإنه يتحرك فى إتجاه ثابت أى أنه يتحرك فى خط مستقيم ثابت
- إذا تحرك الجسيم حركة منتظمة فإن معيار متجه السرعة يكون ثابتاً فى إتجاه حركته مسافات متساوية خلال فترات زمنية متساوية

العلاقة بين متجهى الإزاحة و السرعة فى الحركة المنتظمة :

إذا إستغرقت الإزاحة $\overleftarrow{ف}$ زمناً قدره " $ن$ " و كان $\frac{\overleftarrow{ف}}{ن}$ = متجه ثابت المقدار و الإتجاه معاً

فإن : الحركة تكون منتظمة و الجسيم يتحرك بسرعة منتظمة $\overleftarrow{ع}$ و يكون :

$\overleftarrow{ع} = \frac{\overleftarrow{ف}}{ن}$ أى أن : $\overleftarrow{ف} = ن \overleftarrow{ع}$

القياس الجبرى لمتجهى الإزاحة و السرعة :

يفرض أن : ف ، ع هما معيارا متجهى الإزاحة و السرعة ، $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة موازى لإتجاه الحركة

فإن : $\overrightarrow{ف} = ن \overrightarrow{ع}$ ($\overrightarrow{ع} = ع \overrightarrow{ى}$) أى أن : ف = ن ع

وحدات قياس السرعة :

وحدة قياس معيار السرعة = وحدة قياس طول ÷ وحدة قياس زمن

" الكيلو متر فى الساعة (كم / س) ، المتر فى الثانية (م / ث) ، السنتيمتر فى الثانية (سم / ث) "

* ١ كم / س = $\frac{٥}{١٨}$ م / ث (متر / ثانية)

* ١ كم / س = $\frac{٢٥٠}{٩}$ سم / ث (سنتيمتر / ثانية)

متجه السرعة المتوسطة $\overrightarrow{ع_م}$:

هو خارج قسمة متجه الإزاحة فى فترة زمنية ما على مقدار هذه الفترة الزمنية

فإذا تواجد جسيم عند لحظتين زمنيتين $ن_١$ ، $ن_٢$ عند موضعين متتالين على الترتيب

و كان $\overrightarrow{ف}$ هو متجه الإزاحة التى طرأت على الجسيم فى الفترة ($ن_٢ - ن_١$) فإن :

$$\overrightarrow{ع_م} = \frac{\overrightarrow{ف}}{ن_٢ - ن_١} = \frac{\overrightarrow{ر_٢} - \overrightarrow{ر_١}}{ن_٢ - ن_١}$$

متجه السرعة اللحظية :

إذا كانت الفترة الزمنية ($ن_٢ - ن_١$) صغيرة جداً و متوسطها اللحظة ن فإن متجه السرعة فى هذه الحالة يعرف بمتجه السرعة اللحظية عند اللحظة ن

السرعة النسبية :

نعلم أن الحركة مفهوم نسبى يتغير وضعها من مشاهد إلى آخر بل هى تتغير بالنسبة للمشاهد الواحد حسب حالته

متجه السرعة النسبية :

عندما يرصد مشاهد (م) السرعة التى يتحرك بها جسم (ب) تنشأ حالتان :

١ ـ المشاهد ثابت فى مكانه و عندئذ يرصد السرعة الحقيقية للجسم $\overrightarrow{ع_ب}$

٢ ـ المشاهد يتحرك بسرعة $\overrightarrow{ع_م}$ و عندئذ لن يرصد السرعة الحقيقية للجسم ب

و لكنه سيرصد سرعة تساوى " $\overrightarrow{ع_ب} + (- \overrightarrow{ع_م})$ " و الناتج يسمى

سرعة ب بالنسبة إلى م و يرمز له بالرمز $\overrightarrow{ع_{ب م}}$ أى أن :

$$\overrightarrow{ع_{ب م}} = \overrightarrow{ع_ب} - \overrightarrow{ع_م}$$

ملاحظات :

- عندما تكون حركة م ، ب فى إتجاه واحد و بنفس السرعة فإن $\overrightarrow{ع_{ب م}} = \overrightarrow{٠}$ أى أن : ب يبدو ساكناً للمشاهد
- عندما تكون حركة م ، ب فى إتجاهين متضادين فإن معيار سرعة ب يبدو أكبر من حقيقته

- $\| \overrightarrow{ع}_{ب م} \| = \| \overrightarrow{ع}_{م ب} \|$

الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة " المتغيرة " :

إذا تحرك جسيم بحيث يتغير متجه سرعته من لحظة لأخرى فى المقدار أو الإتجاه أو فى كليهما فإنه يتحرك حركة متغيرة أو يتحرك بعجلة

متجه العجلة $\overrightarrow{حـ}$:

هو المعدل الزمنى للتغير فى متجه السرعة أو هو التغير فى متجه السرعة فى وحدة الزمن

إذا كان $\overrightarrow{ع}_١$ ، $\overrightarrow{ع}_٢$ متجهى سرعة جسيم عند لحظتين متتاليتين $ن_١$ ، $ن_٢$ على الترتيب فإن :

$$\overrightarrow{حـ} = \frac{\overrightarrow{ع}_٢ - \overrightarrow{ع}_١}{ن_٢ - ن_١}$$

وحدة قياس العجلة : هى : وحدة قياس السرعة ÷ وحدة الزمن

كم / س / ث = $\frac{٥}{١٨}$ م / ث^٢ ، ١ كم / س / ث = $\frac{٢٥٠}{٩}$ سم / ث^٢

الحركة منتظمة التغير :

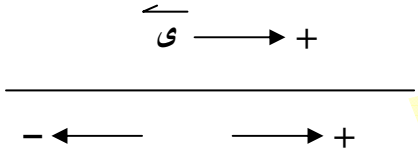
إذا كان متجه العجلة ثابتاً لجميع الأزمنة فإن الجسيم يتحرك حركة منتظمة التغير أو بتحرك بعجلة منتظمة

ملاحظة : تكون الحركة منتظمة إذا كان : حـ = صفر ، تكون الحركة منتظمة التغير إذا كان : حـ = مقدار ثابت ، تكون الحركة متغيرة إذا كان : حـ دالة فى الزمن مثل : حـ = ٣ ن – ١

قوانين الحركة ذات العجلة المنتظمة :

إذا تحرك جسيم فى خط مستقيم حركة منتظمة التغير

و كان : ع ، ع. ، حـ ، ف هى القياسات الجبرية للمتجهات $\overrightarrow{ع}$ ، $\overrightarrow{ع}.$ ؛ $\overrightarrow{حـ}$ ، $\overrightarrow{ف}$



، $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة موازى لإتجاه الحركة

حيث : ع سرعته بعد فترة زمنية ن ، ع. سرعته عند بدء قياس الزمن " السرعة الإبتدائية " ، حـ العجلة فإن :

١ – ع = ع. + حـ ن ٢ – ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ حـ ن^٢

٣ – ع^٢ = ع.^{٢} + ٢ حـ ف

ملاحظات :

١ – السرعة المتوسطة لجسيم خلال فترة زمنية ما = سرعته فى منتصف هذه الفترة الزمنية

فمثلاً : * إذا قطع جسيم مسافة ٦ أمتار فى الثانية الخامسة فإن :

$\frac{٦}{١}$ = ع. + ٤.٥ حـ أى : ٦ = ع. + ٤.٥ حـ

* أما إذا قطع مسافة ٨ سم فى الثانيتين الخامسة و السادسة فإن :

$\frac{٨}{٢}$ = ع. + ٥ حـ أى : ٤ = ع. + ٥ حـ

* و إذا قطع مسافة ١٨ سم فى الثوانى الثلاث السابعة و الثامنة و التاسعة فإن :

$\frac{١٨}{٣}$ = ع. + ٧.٥ حـ أى : ٤ = ع. + ٧.٥ حـ

٢ – تكون الحركة متسارعة " مقدار السرعة يتزايد "إذا كان متجها العجلة و السرعة فى إتجاه واحد

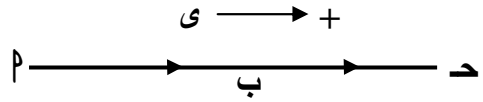
أى أن : ع حـ > ٠
، تكون الحركة تقصيرية " مقدار السرعة يتناقص "إذا كان متجها العجلة و السرعة فى إتجاهين متضادين
أى أن : ع حـ < ٠

أمثـلة :

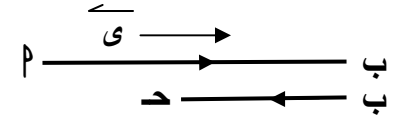
١ ـ قطعت سيارة مسافة ٥٠ كم على طريق مستقيم بسرعة ٢٥ كم / سـ ثم قطعت مسافة ٤٥ كم بسرعة ١٥ كم / سـ أوجد متجه سرعتها المتوسطة خلال الرحلة كلها إذا كانت :
أولاً : الإزاحتين فى إتجاه واحد ثانياً : الإزاحتين فى إتجاهين متضادين

الحل

بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى نفس إتجاه حركة السيارة عند قطع المسافة الأولى
زمن قطع المسافة الأولى = $\frac{٤٥}{١٥}$ = ٣ ساعات ، زمن قطع المسافة الثانية = $\frac{٥٠}{٢٥}$ = ٢ ساعات
∴ زمن قطع الرحلة كلها = ٥ ساعات



أولاً : الإزاحتين فى إتجاه واحد
متجه الإزاحة الكلية = ٥٠ $\overleftarrow{ى}$ + ٤٥ $\overleftarrow{ى}$ = ٩٥ $\overleftarrow{ى}$
∴ متجه السرعة المتوسطة = $\overleftarrow{ع_م}$ = $\frac{٩٥}{٥}$ $\overleftarrow{ى}$ = ١٩ $\overleftarrow{ى}$



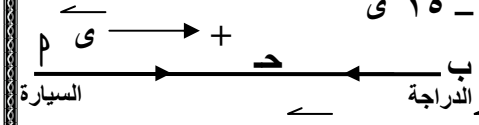
أى أن : متجه السرعة المتوسطة له $\overleftarrow{ى}$ و معياره = ١٩ كم / سـ
ثانياً : الإزاحتين فى إتجاهين متضادين
متجه الإزاحة الكلية = ٥٠ $\overleftarrow{ى}$ ـ ٤٥ $\overleftarrow{ى}$ = ٥ $\overleftarrow{ى}$
∴ متجه السرعة المتوسطة = $\overleftarrow{ع_م}$ = $\frac{٥}{٥}$ $\overleftarrow{ى}$ = ١ $\overleftarrow{ى}$
أى أن : متجه السرعة المتوسطة له $\overleftarrow{ى}$ و معياره = ١ كم / سـ

٢ ـ راكب دراجة يتحرك فى خط مستقيم بسرعة منتظمة قدرها ١٥ كم / سـ ، و راكب سيارة يتحرك فى نفس الخط بسرعة منتظمة ٣٠ كم / سـ فإذا كان البعد بينهما ٩٠ كم اوجد متى و أين يلتقيان إذا كانا :
أولاً : يسيران فى إتجاه واحد ثانياً : يسيران فى إتجاهين متضادين

الحل

بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى نفس إتجاه حركة السيارة ، السيارة تلاقى الدراجة بعد مضى ن من بدء حركتها
، $\overleftarrow{ف_١}$ " متجه إزاحة السيارة " = ٣٠ ن $\overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ف_٢}$ = " متجه إزاحة الدراجة " = ١٥ ن $\overleftarrow{ى}$
أولاً : يسيران فى إتجاه واحد
∴ سرعة السيارة = ٣٠ $\overleftarrow{ى}$ ، سرعة الدراجة = ١٥ $\overleftarrow{ى}$

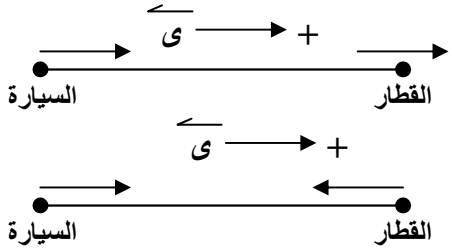
من الشكل المقابل : م ب = م حـ ـ ب حـ
∵ ف = ٩٠ $\overleftarrow{ى}$ ∴ ٩٠ $\overleftarrow{ى}$ = ٣٠ ن $\overleftarrow{ى}$ ـ ١٥ ن $\overleftarrow{ى}$
∴ ٩٠ = ١٥ ن ∴ ن = ٦ ساعة
∴ السيارة تلاقى الدراجة بعد ساعتين على بعد = ٦ × ٣٠ = ١٨٠ كم من نقطة بداية حركتها
أولاً : يسيران فى إتجاهين متضادين
∴ سرعة السيارة = ٣٠ $\overleftarrow{ى}$ ، سرعة الدراجة = ـ ١٥ $\overleftarrow{ى}$
من الشكل المقابل : م ب = م حـ ـ ب حـ



∵ ف = ٩٠ $\overleftarrow{ى}$ ∴ ٩٠ $\overleftarrow{ى}$ = ٣٠ ن $\overleftarrow{ى}$ + ١٥ ن $\overleftarrow{ى}$
∴ ٩٠ = ١٥ ن ∴ ن = ٢ ساعة
∴ السيارة تلاقى الدراجة بعد ساعتين على بعد = ٢ × ٣٠ = ٦٠ كم من نقطة بداية حركتها

٣ ـ قطار وسيارة يتحركان فى نفس الطريق و سرعتهما ٩٠ كم / س ، ١١٠ كم / س على الترتيب
أوجد سرعة السيارة بالنسبة للقطار إذا كانا يسيران فى نفس الإتجاه ، يسيران فى إتجاهين متضادين

الحل



بفرض $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى نفس إتجاه حركة السيارة

* إذا كانا يسيران فى نفس الإتجاه

سرعة السيارة بالنسبة للقطار = سرعة السيارة ـ سرعة القطار

$= ١١٠\ \overleftarrow{ى} - ٩٠\ \overleftarrow{ى} = ٢٠\ \overleftarrow{ى}$

* إذا كانا يسران فى إتجاهين متضادين

سرعة السيارة بالنسبة للقطار = سرعة السيارة ـ سرعة القطار

$= ١١٠\ \overleftarrow{ى} - (- ٩٠\ \overleftarrow{ى}) = ٢٠٠\ \overleftarrow{ى}$

٤ ـ تتحرك سفينة فى مسار مستقيم نحو ميناء و لما صارت على بعد ٤٥ كم من الميناء مرت فوقها طائرة فى الإتجاه المضاد بسرعة ٢٥٠ كم / س و رصدت حركة السفينة فبدت لها متحركة بسرعة ٢٦٥ كم / س
أحسب الزمن الذى تستغرقه السفينة حتى تصل للميناء

الحل

معيار سرعة السفينة بالنسبة للطائرة = معيار سرعة السفينة ـ معيار سرعة الطائرة

٢٦٥ = معيار سرعة السفينة ـ (ـ ٢٥٠) ∴ معيار سرعة السفينة = ١٥ كم / س

∴ الزمن الذى تستغرقه السفينة حتى تصل للميناء = $\frac{٤٥}{١٥}$ = ٣ ساعات

٥ ـ يتحرك جسيم على خط مستقيم بعجلة منتظمة فقطع فى الثانية الثالثة ١٢ متراً و قطع فى الثانيتين الخامسة و السادسة ٣٠ متراً أوجد مقدار كل من العجلة و السرعة الإبتدائية

الحل

∵ الحركة ذات عجلة منتظمة ، الجسيم قطع فى الثانية الثالثة ١٢ متراً ∴ $١٢ = ع_{.} + ٢.٥\ حـ$ (١)

، الجسيم قطع فى الثانيتين الخامسة و السادسة ٣٠ متراً ∴ $١٥ = ع_{.} + ٥\ حـ$ (٢)

بحل المعادلتين معاً ينتج : $حـ = ٢.١\ م / ث^{٢}$ ، $ع_{.} = ٩\ م / ث$

٦ ـ تحرك جسيم من السكون فقطع ١٥٠ م و صارت سرعته ٥٤ كم / ث ثم أنقطعت العجلة و سار بالسرعة التى أكتسبها مسافة ٣٠٠ م ثم تحرك بتقصير منتظم ١.٥ م / ث^{٢} حتى سكن أحسب السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها

الحل

فى الحالة الأولى : $ع_{.} = ٠$ ، $ف = ١٥٠\ م$ ، $ع = ٥٤\ كم / ث = ٥٤ \times \frac{٥}{١٨} = ١٥\ م / ث$

∵ $ع^{٢} = ع_{.}^{٢} + ٢\ حـ\ ف$ ∴ $٢٢٥ = ٠ + ٢\ حـ \times ١٥٠$ و منها $حـ = \frac{٣}{٤}\ م / ث^{٢}$

، ∵ $ع = ع_{.} + حـ\ ن$ ∴ $١٥ = ٠ + \frac{٣}{٤}\ ن$ و منها $ن = ٢٠\ ث$

فى الحالة الثانية : $حـ = ٠$ أى السرعة منتظمة $ف = ٣٠٠\ م$ ، $ع = ١٥\ م / ث$

∴ $ن = \frac{٣٠٠}{١٥} = ٢٠\ ث$

فى الحالة الثالثة : $ع_{.} = ١٥\ م / ث$ ، $ع = ٠$ ، $حـ = - ١.٥\ م / ث^{٢}$

∵ $ع^{٢} = ع_{.}^{٢} + ٢\ حـ\ ف$ ∴ $٠ = ٢٢٥ - ٢ \times ١.٥ \times ف$ و منها $ف = ٧٥م$

، ∵ $ع = ع_{.} + حـ\ ن$ ∴ $٠ = ٠ - ١.٥ن$ و منها $ن = ١٠\ ث$

∴ $ف = ١٥٠ + ٣٠٠ + ٧٥ = ٥٢٥\ م$ ، $ن = ٢٠ + ٢٠ + ١٠ = ٥٠\ ث$

∴ السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها = ٥٢٥ ÷ ٥٠ = ١٠.٥ ث

تمـــــــــارين

١ ـ قطع راكب دراجة على طريق مستقيم مسافة ٢٧ كم بسرعة ١٨ كم / ـس ثم قطع مسافة ٩ كم بسرعة ١٢ كم / ـس أوجد السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها إذا كانت :

أولاً : الإزاحتين فى إتجاه واحد ثانياً : الإزاحتين فى إتجاهين متضادين

٢ ـ يسير راكب دراجة فى طريق مستقيم بسرعة ٦ م / ث شاهد شخص يسير على نفس الطريق بسرعة ٤ م / ث فإذا كان البعد بينهما ١٠٠ متر فبعد كم ثانية يلتقيان إذا كانا :

أولاً : يسيران فى إتجاه واحد ثانياً : يسيران فى إتجاهين متضادين

٣ ـ بدأ راكب دراجة حركته الساعة الثامنة صباحاً بسرعة ١٤ كم / ـس من مدينة أ قاصداً مدينة ب و فى الحادية عشر صباحاً بدأت سيارة حركتها من مدينة أ أيضاً قاصدة مدينة ب بسرعة ٧٧ كم / ـس أوجد متى و أين تلحق السيارة بالدراجة

٤ ـ تتحرك سيارتان أ ، ب على طريق مستقيم بالسرعتين ٦٠ كم / ـس ، ٩٠ كم / ـس و فى إتجاه $\overrightarrow{أ ب}$ أوجد سرعة ب بالنسبة إلى أ ، سرعة أ بالنسبة إلى ب

٥ ـ قطار وسيارة يتحركان فى إتجاه واحد و قد بدت سرعة السيارة لراكب فى القطار و كأنها تتحرك بسرعة ١٥ كم / ـس فى الإتجاه المضاد أوجد السرعة الفعلية للسيارة علماً بأن السرعة الفعلية للقطار ١٢ كم /ـس

٦ ـ طائرة حربية أ تطير بسرعة ١٢٠٠ كم / ـس تتعقب طائرة أخرى ب تطير فى نفس الإتجاه بسرعة ٩٦٠ كم / ـس و عندما صار البعد بينهما ٧٥٠ متراً أطلقت الطائرة أ صاروخاً سرعة دفعه ١٠٠ م / ث على الطائرة ب فأصابها بعد زمن قدره $\frac{1}{2}$ ث أوجد قيمة $\frac{1}{2}$

٧ ـ تتحرك سيارتان على نفس الطريق المستقيم فى إتجاهين متضادين فإذا كانت المسافة بينهما ٤ كم و سرعة إحدى السيارتين ٧٠ كم / ـس و تقابلا بعد دقيقتين فما هى السرعة الفعلية للسيارة الأخرى

٨ ـ قامت سيارة أ متحركة على طريق مستقيم و بقياس السرعة النسبية لسيارة ب تسيلا أمامها فى نفس الإتجاه و جدتها ١٨ كم / ـس و لما خفضت السيارة أ سرعتها إلى النصف و أعادت قياس السرعة النسبية للسيارة ب و جدتها أصبحت ٦٠ كم / ـس فما هى السرعة الفعلية لكل من السيارتين

٩ ـ سيارة نقل طولها ٤ أمتار تتحرك بسرعة ٥٤ كم / ـس مرت بسيارة أخرى طولها ٦ أمتار أوجد الزمن اللازم لكى تمر السيارة الأولى بالكامل من السيارة الثانية إذا كانت السيارة الثانية :

(١) ساكنة (٢) تتحرك بسرعة ١٨ كم / ـس فى نفس الإتجاه

(٣) تتحرك بسرعة ١٨ كم / ـس فى الإتجاه المضاد

١٠ ـ تحرك جسم بعجلة منتظمة فقطع فى الثوان الأربع الأولى من حركته ١٦٠ متراً ثم قطع فى الثانيتين السابعة و الثامنة مسافة ٤٠ متراً أوجد السرعة الإبتدائية للحركة و المسافة التى يقطعها من بدء الحركة حتى يقف الجسم

١١ ـ يتحرك جسم بعجلة منتظمة فى إتجاه ثابت و كانت سرعته فى لحظة ما ١٥ م / ث و بعد نصف دقيقة أصبحت سرعته ٥ م / ث بين متى يسكن الجسم إبتداء من تلك اللحظة

١٢ ـ نقصت سرعة سيارة من ٦٠ ١٨ كم / ـس إلى ١٥ ١٨ كم / ـس بتقصير منتظم بعد أن قطعت مسافة نصف كيلو متر أوجد الزمن الذى قطعت فيه هذه المسافة و الزمن الذى يمضى حتى تقف تماماً

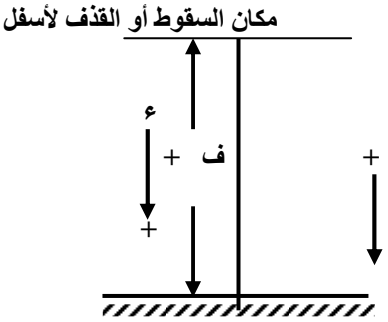
١٣ ـ يتحرك جسيم فى خط مستقيم فى إتجاه ثابت بعجلة منتظمة فيقطع ١٤٤ سم فى ٦ ثوانى ، ثم يسير بالسرعة التى أكتسبها لمدة ٤ ثوانى يقطع خلالها ١٣٦ سم ثم يتحرك بعد ذلك بتقصير منتظم معياره يساوى ضعف معيار العجلة الأولى حتى يسكن تماماً أوجد السرعة الإبتدائية للجسيم و المسافة الكلية

١٤ ـ يتحرك جسمان فى خط مستقيم واحد و فى إتجاه واحد أحدهما بسرعة منتظمة مقدارها ٢٢ م / ث و الثانى بعجلة منتظمة ٥٠ سم / ث^{٢} فإذا تلاقى الجسمان عندما كانت سرعة الثانى ١٢ م / ث عين متى و أين يتقابلان للمرة الثانية

الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية

جميع الأجسام ثقيلها و خفيفها تسقط نحو الأرض بنفس العجلة المنتظمة التى تسمى عجلة الجاذبية الأرضية أو عجلة التثاقل أو عجلة السقوط الحر و هى تعمل دائماً نحو مركز الأرض و يعتبر معيارها هو :

ء = ٩٨٠ سم / ث^{٢} أو ء = ٩.٨ م / ث^{٢}



قوانين الحركة الرأسية :

(١) إذا كان الجسم ساقطاً أو مقذوفاً إلى أسفل :

١ – ع = ع. + ء ن

٢ – ف = ع. ن + ½ ء ن^{٢}

٣ – ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ ء ف

فى الشكل المقابل : نعتبر الإتجاه الموجب هو الإتجاه الرأسى إلى أسفل فتكون :

كل من : ع ، ع. ، ء ، ف موجبة و بالتالى فإن :

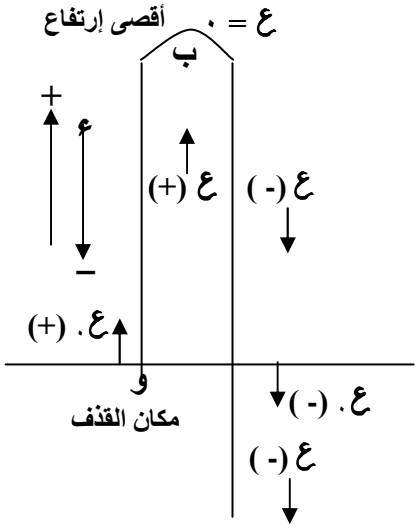
* كل من ع ، ف تزداد بإزدياد الزمن ن مقيساً من لحظة القذف إلى أسفل
* الإزاحة فى أى فترة زمنية = المسافة المقطوعة خلال هذه الفترة

(٢) إذا كان الجسم ساقطاً أو مقذوفاً إلى أسفل :

١ – ع = ع. – ء ن

٢ – ف = ع. ن – ½ ء ن^{٢}

٣ – ع^{٢} = ع.^{٢} – ٢ ء ف



فى الشكل المقابل : نعتبر الإتجاه الموجب هو الإتجاه الرأسى إلى أعلى فتكون :

* ع. موجبة ، ء سالبة
* ع تتناقص و تساوى صفر عند أقصى إرتفاع ثم يعود الجسم للهبوط
* ع موجبة أثناء الصعود و سالبة أثناء الهبوط
* ف موجبة أعلى نقطة القذف و سالبة أسفل نقطة القذف
* زمن أقصى إرتفاع = $\frac{ع.}{ء}$ ، أقصى إرتفاع = $\frac{ع.^{٢}}{٢ ء}$
* زمن الصعود = زمن الهبوط
* مقدار السرعة التى يعود بها الجسيم إلى نقطة القذف = مقدار سرعة القذف بإشارتين مختلفتين

أمثـلة :

١ – سقط جسم إلى أسفل من إرتفاع ف متر عن سطح الأرض فوصل بعد ١٠ ثوانى من لحظة سقوطه أوجد سرعة وصول الجسم إلى سطح الأرض ، الإرتفاع ف و كذا سرعة الجسم بعد أن قطع مسافة ٢٥٠ متر

**الحلـــ

الدينـاميكا للمرحلة الثانية من الثانوية العامة

٢ ـ سقط جسم من نقطة فوق سطح أرض رخوة رأسياً لأسفل فوصل إلى سطحها بعد ٥ ثوانى من بدء الحركة ثم غاص فيها بعجلة منتظمة حتى سكن بعد نصف ثانية أخرى أوجد المسافة الكلية التى قطعها الجسم من لحظة سقوطه حتى لحظة سكونه مرة أخرى

الحل

فوق سطح الأرض :

ع. = ٠ ، ن = ٥ ث ، ء = ٩.٨ م / ث^{٢}

∵ ع = ع. + ء ن ∴ ع = ٠ + ٩.٨ × ٥ = ٤٩ م / ث

، ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ ء ن^{٢} ∴ ف = ٠ × ٥ + $\frac{١}{٢}$ × ٩.٨ × ٢٥ = ١٢٢.٥ م

تحت سطح الأرض :

ع. = ٤٩ م / ث ، ع = ٠ ، ن = $\frac{١}{٢}$ ث

، ∵ ع = ع. + ء ن ∴ ٠ = ٤٩ + $\frac{١}{٢}$ حـ ∴ حـ = ـ ٩٨ م / ث^{٢}

، ∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ حـ ف ∴ ٠ = (٤٩)^{٢} + ٢ × (ـ ٩٨) × ف

∴ ف = ١٢.٢٥ م

∴ المسافة الكلية = ١٢٢.٥ + ١٢.٢٥ = ١٣٤.٧٥ م

٣ ـ قذف جسيم رأسياً إلى أعلى بسرعة ٧٠ م / ث أوجد مقدار كل من سرعة الجسيم و إزاحته بعد :
أولاً : ٥ ثوانى من لحظة القذف ثانياً : بعد ١٠ ثوانى من لحظة القذف
ثم بين ما إذا كان الجسيم صاعداً أم هابطاً فى كل حالة

الحل

∵ ع = ع. ـ ء ن ∴ ع = ٧٠ ـ ٩.٨ × ٥ = ٢١ م / ث

، ∵ ف = ع. ن ـ $\frac{١}{٢}$ ء ن^{٢} ∴ ف = ٧٠ × ٥ ـ $\frac{١}{٢}$ × ٩.٨ × ٢٥ = ٢٢٧.٥ م

الجسم صاعد

، ع = ٧٠ ـ ٩.٨ × ١٠ = ـ ٢٨ م / ث

، ف = ٧٠ × ١٠ ـ $\frac{١}{٢}$ × ٩.٨ × ١٠٠ = ٢١٠ م الجسم هابط

٤ ـ قذف جسيم رأسياً إلى أعلى بسرعة ١٤ م / ث من سطح الأرض أوجد زمن أقصى إرتفاع يصل إليه الجسيم ، أقصى إرتفاع يصل إليه الجسيم ، الزمن المستغرق من لحظة القذف حتى عودته إلى نقطة القذف مرة أخرى

الحل

زمن أقصى إرتفاع = $\frac{ع.}{ء}$ = $\frac{١٤}{٩.٨}$ = $\frac{١٠}{٧}$ ث

أقصى إرتفاع = $\frac{ع.^{٢}}{٢ ء}$ = $\frac{١٤ \times ١٤}{٢ \times ٩.٨}$ = ١٠ م

∵ زمن الصعود = زمن الهبوط

∴ الزمن المستغرق من لحظة القذف حتى عودته إلى نقطة القذف مرة أخرى ٢ × $\frac{١٠}{٧}$ = $\frac{٢٠}{٧}$ ث

٥ ـ قذف جسيم رأسياً إلى أعلى من قمة برج إرتفاعه ١٤٧ متر بسرعة إبتدائية مقدارها ٣٤.٣ م / ث أوجد الزمن الذى يستغرقه الجسم حتى يصل إلى سطح الأرض ، مقدار سرعته عندما يصل إلى سطح

الأرض ، كذا الزمن الذى يستغرقه حتى يصل إلى نقطة القذف مرة أخرى

الحل

ع. = ٣٤.٣ م / ث ، ف = ـ ١٤٧ م

∵ ف = ع. ن ـ ½ ء $ن^{٢}$ ∴ ـ ١٤٧ = ٣٤.٣ ن ـ ½ × ٩.٨ $ن^{٢}$

∴ $ن^{٢}$ ـ ٧ ن ـ ٣٠ = ٠ ∴ (ن ـ ١٠) (ن + ٣) = ٠ ∴ ن = ١٠ ث

∵ ع = ع. ـ ء ن ∴ ع = ٣٤.٣ ـ ٩.٨ × ١٠ = ـ ٦٣.٧ م / ث

∴ مقدار سرعته عندما يصل إلى سطح الأرض = ٦٣.٧ م / ث

، زمن أقصى إرتفاع = $\frac{ع.}{ء} = \frac{٣٤.٣}{٩.٨}$ = ٣.٥ ث ∴ زمن الوصول لنقطة القذف = ٢ × ٣.٥ = ٧ ث

تمـــــــارين

١ ـ سقط جسيم من قمة برج بسرعة ١٢٢.٥ م رأسياً لأسفل أوجد سرعة وصول الجسيم إلى سطح الأرض و زمن وصوله إلى سطح الأرض ، كذا المسافة التى يقطعها خلال الثانية الأخيرة من فترة الوصول إلى سطح الأرض

٢ ـ قذف جسيم رأسياً إلى أسفل من قمة برج بسرعة ١١ م / ث فوصل إلى قاعدة البرج بعد ٥ ثوانى من لحظة القذف أوجد إرتفاع البرج ، سرعة وصول الجسيم لقاعدة البرج

٣ ـ سقط جسيم رأسياً من نقطة على إرتفاع ٤٠٠ متر عن سطح أرض رملية فغاص فيها مسافة ١٤ سم قبل أن يسكن أوجد مقدار سرعته عند سطح الأرض ، عجلته المنتظمة التى يتحرك بها داخل الأرض ثم أحسب الزمن الذى يستغرقه فى قطع المسافتين

٤ ـ طائرة تتحرك أفقياً على إرتفاع ٧٠٠ متر من سطح الأرض قذف منها جسيم إلى أسفل بسرعة ٢١ م / ث أوجد سرعة وصول الجسيم إلى سطح الأرض و الزمن الذى يستغرقه فى ذلك و كذلك المسافة التى يقطعها فى الثانية الأخيرة وحدها

٥ ـ قذف جسيم رأسياً إلى أعلى فعاد إلى نقطة القذف بعد ١٠ ثوانى من لحظة القذف أوجد مقدار السرعة التى قذف بها ، و أقصى إرتفاع يصل إليه الجسيم و كذا زمن الوصول إلى إرتفاع ١١٧.٦ متر من نقطة القذف و المسافة المقطوعة خلال هذه الفترة

٦ ـ قذف جسيم رأسياً إلى أعلى من قمة برج بسرعة مقدارها ٢٤.٥ م/ ث فوصل إلى سطح الأرض " قاعدة البرج " بعد ٨ ثوانى أوجد إرتفاع البرج ، أقصى إرتفاع يصل إليه الجسيم عن سطح الأرض و كذا المسافة التى يقطعها الجسيم خلال هذه الفترة

٧ ـ من قمة برج يعلو ١٩٦ متراً عن سطح الأرض قذف جسمان بسرعة واحدة ١٤.٧ م/ ث أحدهما رأسياً إلى أسفل و الآخر رأسياً إلى أعلى أوجد الزمن الذى يستغرقه كل منهما فى الوصول إلى سطح الأرض

٨ ـ سقط جسم من إرتفاع ٤٠ متر عن سطح الأرض و فى نفس اللحظة و من سطح الأرض قذف جسم آخر رأسياً لأعلى بسرعة ٢٠ م/ ث فتقابل الجسمان بعد فترة زمنية ن أوجد هذه الفترة الزمنية ن ثم أوجد المسافة التى قطعها كل منهما

٩ ـ قذف جسيم رأسياً إلى أعلى من قمة برج إرتفاعه ٣٤.٣ متر بسرعة إبتدائية مقدارها ٢٩.٤ م / ث أوجد الزمن الذى يستغرقه الجسم حتى يصل إلى سطح الأرض ، مقدار سرعته عندما يصل إلى سطح الأرض ، كذا الزمن الذى يستغرقه حتى يصل إلى نقطة القذف مرة أخرى

١٠ ـ سقطت كرة من إرتفاع ١٦.٩ متراً عن سطح الأرض ثم أرتدت إلى إرتفاع ٢.٥ م و كان الزمن الكلى $\frac{١}{١٤}$ ٦ ث أوجد سرعتها لحظة وصولها سطح الأرض و سرعة إرتدادها عن سطح الأرض

تفاضل الدوال المتجهة

عندما يتغير متجه من لحظة إلى لحظة أخرى سواء بتغير معياره أو إتجاهه أو كليهما معاً فإن هذا المتجه يكون دالة فى الزمن و بالتالى يكون كل من متجه الموضع و متجه الإزاحة و متجه السرعة و متجه العجلة دوال فى الزمن ن ، و إذا كان $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة موجب فى إتجاه حركة جسيم فى خط مستقيم فإن :

* $\overrightarrow{ع} = \frac{ء\overrightarrow{ر}}{ء ن} = \frac{ء\overrightarrow{ف}}{ء ن}$ * $\overrightarrow{حـ} = \frac{ء\overrightarrow{ع}}{ء ن}$

أمثـلة :

١ – إذا كان متجه الموضع لجسم متحرك هو $\overrightarrow{ر} = (٧ ن^{٣} - ٢١ ن + ٢٠) \overrightarrow{ى}$ أوجد :
متجهات الإزاحة و السرعة و العجلة و أحسب مقدار الإزاحة و العجلة عند ن = ١

الحل

$\overrightarrow{ر_{.}} = ٢٠ \overrightarrow{ى}$ " عندما : ن = ٠ "

∵ $\overrightarrow{ف} = \overrightarrow{ر} - \overrightarrow{ر_{.}} = (٧ ن^{٣} - ٢١ ن) \overrightarrow{ى}$

، $\overrightarrow{ع} = \frac{ء\overrightarrow{ف}}{ء ن} = (٢١ ن^{٢} - ٢١) \overrightarrow{ى}$ ، $\overrightarrow{حـ} = \frac{ء\overrightarrow{ع}}{ء ن} = ٤٢ ن \overrightarrow{ى}$

عند ن = ١ : ف = ٧ × ١ – ٢١ = – ١٤ ، حـ = ٤٢ × ١ = ٤٢

٢ – إذا كان متجه الموضع لجسم متحرك هو $\overrightarrow{ر} = (٤.٩ ن^{٢} - ١٩.٦ ن + ١٥) \overrightarrow{ى}$ أوجد :
متجهات الإزاحة و السرعة و العجلة و أحسب الزمن الذى تنعدم عنده السرعة ثم عين فترات التسارع و التقصير لحركة الجسم

الحل

$\overrightarrow{ر_{.}} = ١٥ \overrightarrow{ى}$ " عندما : ن = ٠ "

∵ $\overrightarrow{ف} = \overrightarrow{ر} - \overrightarrow{ر_{.}} = (٤.٩ ن^{٢} - ١٩.٦ ن) \overrightarrow{ى}$

، $\overrightarrow{ع} = \frac{ء\overrightarrow{ف}}{ء ن} = (٩.٨ ن - ١٩.٦) \overrightarrow{ى}$ ، $\overrightarrow{حـ} = \frac{ء\overrightarrow{ع}}{ء ن} = ٩.٨ \overrightarrow{ى}$

عندما ع = ٠ فإن : ٩.٨ ن – ١٩.٦ = ٠ ∴ ن = ٢

الحركة تكون متسارعة عندما : ع حـ > ٠

أى عندما : ٩.٨ (٩.٨ ن – ١٩.٦) > ٠ أى عندما : ن > ٢

الحركة تكون تقصيرية عندما : ع حـ < ٠

أى عندما : ٩.٨ (٩.٨ ن – ١٩.٦) < ٠ أى عندما : ن < ٢

٣– إذا كان متجه الإزاحة لجسم متحرك هو $\overrightarrow{ف} = ٤ \overrightarrow{س} + (٨ ن - ن^{٢}) \overrightarrow{ص}$ أوجد :
متجهى السرعة و العجلة ثم بين متى تكون الحركة متسارعة و متى تكون تقصيرية

الحل

، $\overrightarrow{ع} = \frac{ء\overrightarrow{ف}}{ء ن} = (٨ - ٢ ن) \overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{حـ} = \frac{ء\overrightarrow{ع}}{ء ن} = - ٢ \overrightarrow{ص}$

الحركة تكون متسارعة عندما : ع حـ > ٠

أى عندما : – ٢ (٨ – ٢ ن) > ٠ أى عندما : ن > ٤

الحركة تكون تقصيرية عندما : ع حـ < ٠

أى عندما : – ٢ (٨ – ٢ ن) < ٠ أى عندما : ن < ٤

٤ – عين متجه السرعة و العجلة ثم بين هل الحركة منتظمة أو منتظمة التغير أو متغيرة فيما يأتى :

(١) $\overleftarrow{ر}$ = (٣ ن – ١) $\overleftarrow{ى}$ (٢) $\overleftarrow{ر}$ = (٢ ن^{٢} + ٣ ن – ٤) $\overleftarrow{ى}$

(٣) $\overleftarrow{ر}$ = (ن^{٣} – ٢ ن^{٢} + ٥) $\overleftarrow{ى}$

الحلـــــــــــــ

(١) $\overleftarrow{ع}$ = ٣ ن $\overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{حـ}$ = ٠ ∴ الحركة منتظمة

(٢) $\overleftarrow{ع}$ = (٤ ن + ٣) $\overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{حـ}$ = ٤ $\overleftarrow{ى}$ ∴ الحركة منتظمة التغير

(٣) $\overleftarrow{ع}$ = (٣ ن^{٢} – ٤ ن) $\overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{حـ}$ = (٦ ن – ٤) $\overleftarrow{ى}$ ∴ الحركة متغيرة

تمـــــــــارين

١ – يتحرك جسم فى خط مستقيم بحيث كان متجه الموضع له هو $\overleftarrow{ر}$ = (ن^{٣} – ٢ ن^{٢} – ٤ ن + ١١) $\overleftarrow{ى}$
أوجد متجهات الإزاحة و السرعة و العجلة و أحسب مقدار المسافة عندما تنعدم السرعة

٢ – يتحرك جسم فى خط مستقيم بحيث كان متجه الموضع له هو $\overleftarrow{ر}$ = (٣ ن^{٢} – ٥ ن + ٧) $\overleftarrow{ى}$ أوجد
الموضع الإبتدائى له ، الإزاحة خلال ثانيتين إبتداء من ن = ٠ ، السرعة الإبتدائية

٣ – إذا كان متجه موضع جسيم يعطى كدالة فى الزمن من العلاقة $\overleftarrow{ر}$ = (٢ ن^{٣} – ٣ ن^{٢}) $\overleftarrow{ى}$ أوجد
متجهة السرعة و العجلة ثم بين متى تكون الحركة متسارعة و متى تكون تقصيرية

٤ – إذا كان متجه الموضع لنقطة مادية تتحرك فى مستوى هو $\overleftarrow{ر}$ = ٣ $\overleftarrow{س}$ + (ن^{٣} – ٥ ن^{٢}) $\overleftarrow{ص}$
حيث $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ متجها وحدة متعامدين أثبت أن الحركة تكون متسارعة عند ن = ١ ،
تقصيرية عند ن = ٣

٥ – جسيمان م ، ب يتحركان فى خطين متوازيين فإذا كانت الإزاحة للجسيم م تتعين بالقانون :
ف = (ن^{٢} + ٢ن) $\overleftarrow{ى}$ ، للجسيم ب بالقانون : ف = (٣ ن – ن^{٢}) $\overleftarrow{ى}$ أوجد السرعة
الإبتدائية للجسيم م بالنسبة للجسيم ب عند نفس اللحظة

٦ – عين متجه السرعة و العجلة ثم بين هل الحركة منتظمة أو منتظمة التغير أو متغيرة فيما يأتى :

(١) $\overleftarrow{ر}$ = (٧ ن – ٣) $\overleftarrow{ى}$ (٢) $\overleftarrow{ر}$ = (ن^{٢} + ٢ ن – ١) $\overleftarrow{ى}$

(٣) $\overleftarrow{ر}$ = (ن^{٣} + ن^{٢} + ٥) $\overleftarrow{ى}$ (٤) $\overleftarrow{ر}$ = (٣ – ٢ ن^{٢}) $\overleftarrow{ى}$

٧ – يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث : ف = ٥ ن – $\frac{٢٠ ن}{ن + ١}$ (حيث : ف سم ، ن ثانية)

أوجد السرعة الإبتدائية للجسيم ثم أوجد كلاً من : ف ، حـ عندما ع = ١٠ سم / ث

٨ – بدأت نقطة مادية حركتها من نقطة " و " على خط مستقيم بحيث كان القياس الجبرى للإزاحة يتعين
بالسنتيمتر من القانون : ف = ن^{٢} (٣ – ن) حيث ن بالثوانى اثبت أن النقطة المادية تبدأ فى العودة
إلى " و " بعد مضى ثانيتين و تصلها بسرعة ٩ سم / ث

كميــة الحركة

الكتلة :

كتلة جسم هى كمية قياسية موجبة تتناسب طردياً مع وزن الجسم بشرط أن تقاس كل الأوزان فى مكان واحد على سطح الكرة الأرضية

وحدات قياس الكتلة :

الطن = ١٠٠٠ كيلو جرام ، الكيلو جرام = ١٠٠٠ جرام ، الجرام = ١٠٠٠ ملليجرام

تعريف كمية الحركة :

كمية الحركة لجسيم فى لحظة ما هى المتجه الناتج عن ضرب كتلة الجسيم فى متجه سرعته عند هذه اللحظة

أى : $\overleftarrow{م} = ك \overleftarrow{ع}$

حيث : ك كتلة الجسيم ، $\overleftarrow{ع}$ متجه سرعته عند لحظة ما ، $\overleftarrow{م}$ متجه كمية حركته عند هذه اللحظة

القياس الجبرى لمتجه كمية الحركة :

القياس الجبرى لمتجه كمية الحركة = الكتلة × القياس الجبرى لمتجه السرعة " م = ك ع "

التغير فى كمية الحركة :

إذا كان : $\overleftarrow{م_١}$ هو متجه كمية حركة جسيم عند اللحظة ن$_١$ ، $\overleftarrow{م_٢}$ هو متجه كمية حركة جسيم عند اللحظة ن$_٢$

فإن : التغير فى كمية حركة الجسيم بين هاتين اللحظتين = $\overleftarrow{م_١} - \overleftarrow{م_٢}$

و يكون مقدار هذا التغير فى كمية الحركة = $\| \overleftarrow{م_١} - \overleftarrow{م_٢} \|$

وحدات قياس كمية الحركة :

وحدة قياس كمية الحركة = وحدة قياس كتلة × وحدة قياس مقدار سرعة

مثل : كجم ٠ متر / ث ، كجم ٠ متر / ث ، جم ٠ سم / ث

أمثــلة :

١ – إذا كان متجه الموضع لجسم متحرك هو $\overleftarrow{ر} = (ن^٣ - ٣ ن + ١) \overleftarrow{ى}$ أوجد متجه كمية حركة الجسم عند ن = ٢ إذا كانت كتلته ٣ كجم

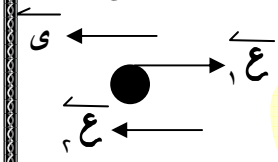
الحل

$\overleftarrow{ع} = (٣ ن^٢ - ٣) \overleftarrow{ى}$ عند ن = ٢

$\therefore \overleftarrow{م} = ٣ (٣ ن^٢ - ٣) \overleftarrow{ى}$

$\overleftarrow{م} = ٢٧ \overleftarrow{ى}$

٢ – كرة كتلتها ٢٠٠ جرام تتحرك أفقياً بسرعة ٤٠ سم / ث إصطدمت بحائط رأسى و كان مقدار التغير فى كمية حركتها ١٢٠٠٠ جم ٠ سم / ث أوجد سرعة إرتداد الكرة



الحل

نعتبر $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى إتجاه حركة إرتداد الكرة

، $\overleftarrow{ع_١} = - ٤٠ \overleftarrow{ى}$ متجه السرعة قبل التصادم ، $\overleftarrow{ع_١} = \overleftarrow{ع_٢ ى}$ متجه السرعة بعد التصادم

$\therefore ١٢٠٠٠ = ٢٠٠ [ع_٢ - (- ٤٠)]$ $\therefore ع_٢ = ٢٠$ سم / ث

٣ – سقطت كرة من المطاط كتلتها ٢٠٠ جرام من إرتفاع ٩٠ سم عن سطح الأرض فإصطدمت و إرتدت إلى إرتفاع ٤٠ سم أحسب مقدار التغير فى كمية الحركة نتيجة التصادم بالأرض

الحل

نعتبر $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة إتجاهه لأسفل ، $\overleftarrow{ع_١}$ متجه السرعة قبل التصادم مباشرة و إتجاهه لأسفل

، $\overleftarrow{ع_٢}$ متجه السرعة بعد التصادم مباشرة و إتجاهه لأعلى

قبل التصادم مباشرة : $\because ع_١^٢ = ع_٠^٢ + ٢ ء ف = ٠ + ٢ \times ٩٨٠ \times ٩٠$ $\therefore ع_١ = ٤٢٠$ سم / ث

بعد التصادم مباشرة : ∵ ع١٢ = ع٠٢ – ٢ ء ف

∴ ٠ = ع١٢ + ٢ × ٩٨٠ × ٤٠ ∴ ع١ = ٢٨٠ سم / ث

∴ مقدار التغير فى كمية الحركة = ٢٠٠ [٢٨٠ – (– ٤٢٠)] = ١٤٠٠٠ جم ٠ سم / ث = ١.٤ كجم ٠ م/ ث

٤ – أطلق مدفع قذيفة كتلتها ١ كجم بسرعة ٣٠٠ م/ ث نحو دبابة تتحرك نحو المدفع بسرعة ١٥ م/ ث أوجد مقدار كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة

الحلـــــــــــ

نفرض $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة فى إتجاه حركة القذيفة

∴ متجه سرعة القذيفة = ٣٠٠ $\overrightarrow{ى}$ ، متجه سرعة الدبابة = – ١٥ $\overrightarrow{ى}$

∴ سرعة القذيفة بالنسبة للدبابة = [٣٠٠ – (– ١٥)] $\overrightarrow{ى}$ = ٣١٥ $\overrightarrow{ى}$

∴ مقدار كمية حركة القذيفة بالنسبة للدبابة = ١ × ٣١٥ = ٣١٥ كجم ٠ م/ ث

تمـــــــــارين

١ – جسم كتلته نصف كيلو جرام يتحرك فى خط مستقيم و يتعين متجه الإزاحة بالقانون $\overrightarrow{ف}$ = (ن٣ – ٢ ن) $\overrightarrow{ى}$ أوجد مقدار التغير فى كية حركته فى الفترة من ن = ١ ث إلى ن = ٤ ث حيث الإزاحة مقاسة بالمتر

٢ – جسم كتلته ٢٠ جم يتحرك فى مستوى و يتعين متجه الموضع بالقانون :

$\overrightarrow{ر}$ = ٥ $\overrightarrow{س}$ – (ن٢ – ن + ١) $\overrightarrow{ص}$ حيث : $\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{ص}$ متجها وحدة متعامدين أوجد مقدار التغير فى كمية حركته بعد ٣ ثوانى من بداية الحركة

٣ – جسم كتلته ٥ جم يتحرك فى خط مستقيم بتقصير منتظم ٤ سم / ث٢ و فى لحظة معينة كانت سرعته ١٢ سم / ث أوجد سرعته بعد ثانيتين ثم أوجد مقدار التغير فى كمية الحركة

٤ – كرة كتلتها ١٥ جم تتحرك فى خط مستقيم أفقى و كانت سرعتها ٦٠ سم / ث عند إصطدامها بمضرب رأسى فإرتدت بسرعة ٢٠ سم / ث أوجد التغير فى كمية حركتها نتيجة التصادم

٥ – كرة كتلتها ٥٠٠ جم سقطت من إرتفاع ٤٠ سم عن سطح الأرض فإصطدمت بالأرض ة إرتدت إلى إرتفاع ١٠ سم أوجد التغير فى كمية الحركة نتيجة التصادم

٦ – تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة قدرها ١٢٠ كم / س هبت عاصفة رملية فى الإتجاه المضاد لحركة السيارة بسرعة قدرها ٥٠ كم / س فإذا علم أن كتلة حبة الرمل ١٠ ملليجرام أوجد كمية حركة حفنة من الرمل بها ٣٢٤ حبة بالنسبة للسيارة

٧ – يتحرك جسيم كتلته ك جم بسرعة منتظمة قدرها ١٠ م / ث و تعطى كتلته فى أى لحظة زمنية ن من العلاقة ك = (أ ن + ب) جم حيث أ ، ب ثابتان ، إذا علم أن مقدار كمية حركته بعد مضى ثانية واحدة يساوى ٧٠٠٠ جم ٠ سم / ث ، و مقدار معدل التغير فى كمية حركته فى أى لحظة = ٢٠٠ جم ٠ سم/ ث أوجد الثابتين أ ، ب

٨ – مدفع يطلق ٣٠٠ رصاصة فى الدقيقة فإذا كانت كتلة الرصاصة الواحدة ½ كيلو جرام و سرعة الرصاصة عند فوهة المدفع ٢٠٠ م / ث أحسب كمية الحركة المتولدة فى الثانية

٩ – أطلقت قذيفة كتلتها ١٢٠ جم بسرعة ٣٩٠ م / ث على هدف خشبى ساكن كتلته ٣ كجم فإستقرت فيه و تحركت المجموعة بعد ذلك بسرعة ما فإذا كانت كمية الحركة لا تتغير نتيجة التصادم أوجد سرعة المجموعة بعد التصادم

قوانين نيوتن

القانون الأول :

يظل كل جسم على حالته من السكون أو حركة منتظمة ما لم يؤثر عليه مؤثر خارجى يغير من حالته

ملاحظات :

١ ـ الأجسام قاصرة بذاتها عن إحداث تغير فى حالتها من سكون أو حركة منتظمة " القصور الذاتى "

٢ ـ القوة التى تسبب تغيير حالة الجسم من السكون أو الحركة المنتظمة هى محصلة القوى التى تؤثر على الجسم

٣ ـ فى حالتى السكون و الحركة المنتظمة ينعدم المجموع الجبرى لمركبات القوى فى كل من إتجاهين متعامدين

٤ ـ إذا تحرك الجسم بأقصى سرعة له فإنه يتحرك حركة منتظمة

٥ ـ قوة المحرك " لسيارة أو قطار مثلاً " تكون دائماً فى نفس إتجاه حركة الجسم

٦ ـ مقاومة السطح الذى يتحرك عليه جسم تكون دائماً موازية للسطح فى عكس إتجاه حركة الجسم

٧ ـ إذا إنعدمت محصلة القوى المؤثرة على جسم فى لحظة ما أثناء حركته فإنه يتحرك إبتداء من هذه اللحظة حركة منتظمة حتى تؤثر عليه محصلة جديدة للقوى تغير من حركته المنتظمة

القانون الثانى :

معدل التغير فى كمية حركة جسم بالنسبة للزمن يتناسب مع القوة المحدثة له و يكون فى إتجاهها

الصورة المتجه :

$$\frac{\text{ء}}{\text{ن}} (\text{ك ع}) = \overleftarrow{\text{ق}}$$

إذا كانت : ك ثابتة فإن : $\text{ك } \overleftarrow{\text{حـ}} = \overleftarrow{\text{ق}}$

الصورة الجبرية : ك حـ = ق

وحدات قياس القوة :

* **وحدات مطلقة :** كجم ٠ م / ث^{٢} = نيوتن أو جم ٠ سم / ث^{٢} = داين

حيث : نيوتن = ١٠^{٥} داين

* **وحدات تثاقلية :** كجم × ٩.٨ م / ث^{٢} = ث كجم = ٩.٨ نيوتن

أو جم × ٩٨٠ سم / ث^{٢} = ث جم = ٩٨٠ داين

العلاقة بين الكتلة و الوزن :

الجسم الذى كتلته ك يكون وزنه " و " = { ك وحدة تثاقلية ; ك × ء وحدة مطلقة }

حيث : ء = ٩.٨ م / ث^{٢} = ٩٨٠ سم / ث^{٢}

ملاحظات :

١ ـ القوة ق هى محصلة القوى التى تؤثر على الجسم و تسمى القوة المسببة للعجلة

٢ ـ إذا انعدمت محصلة القوى فإما أن تكون ك ثابتة و بالتالى تكون ع ثابتة و بالتالى يتحرك الجسم حركة منتظمة " القانون الأول " ، و إما أن تكون ك غير ثابتة و بالتالى يتحرك الجسم فى خط مستقيم بحيث تكون كمية حركته ثابتة طوال الحركة

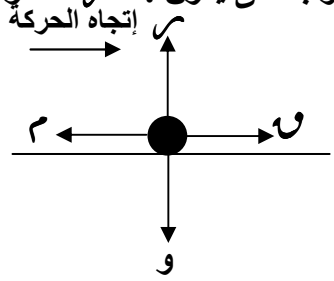
٣ ـ إذا كانت ك متغيرة يلزم إستخدام الصورة المتجه للقانون الثانى لنيوتن

القانون الثالث :

لكل فعل رد فعل مساو له فى المقدار و مضاد له فى الإتجاه

فإذا وضع جسم وزنه " و " على سطح أفقى فإن الجسم يؤثر على السطح بقوة وزنه" و " رأسية لأسفل

كما أن السطح يؤثر على الجسم بقوة تسمى رد الفعل ر راسية لأعلى و بالتالى يكون : ر = و



حركة الأجسام و معادلات الحركة :

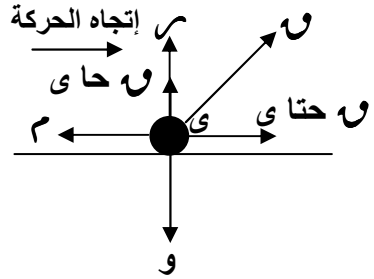
١ – على مستوى أفقى بقوة أفقية :

(أ) فى حالة السكون أو الحركة المنتظمة :

ق = م ، ر = و

(ب) فى حالة الحركة بعجلة منتظمة :

ك حـ = ق – م ، ر = و



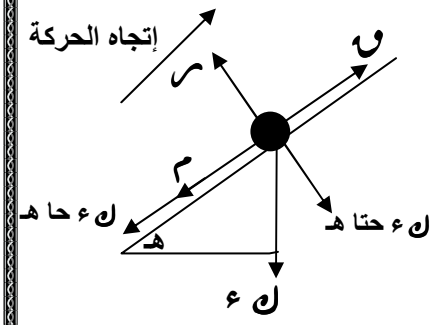
٢ – على مستوى أفقى بقوة تميل عليه بزاوية قياسها " ى " :

(أ) فى حالة السكون أو الحركة المنتظمة :

ق حتا ى = م ، ر + ق حا ى = و

(ب) فى حالة الحركة بعجلة منتظمة :

ك حـ = ق – م ، ر = و



٣ – على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها " هـ "

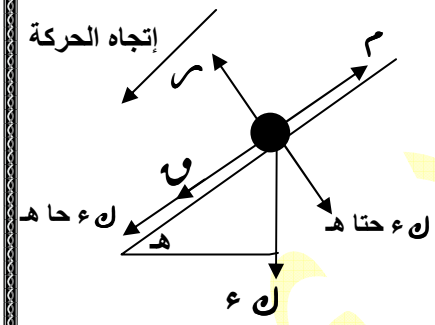
بقوة موازية لخط أكبر ميل للمستوى لأعلى :

(أ) فى حالة السكون أو الحركة المنتظمة :

ق = م + ك ء حا هـ ، ر = ك ء حتا هـ

(ب) فى حالة الحركة بعجلة منتظمة :

ك حـ = ق – م – ك ء حا هـ ، ر = ك ء حتا هـ



٤ – على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها " هـ "

بقوة موازية لخط أكبر ميل للمستوى لأسفل :

(أ) فى حالة السكون أو الحركة المنتظمة :

ق = م – ك ء حا هـ ، ر = ك ء حتا هـ

(ب) فى حالة الحركة بعجلة منتظمة :

ك حـ = ق – م + ك ء حا هـ ، ر = ك ء حتا هـ

ملاحظات :

* **إذا كانت ق > ك ء حا هـ كانت الحركة إلى أعلى المستوى بعجلة منتظمة**
* **إذا كانت ق < ك ء حا هـ كانت الحركة إلى أسفل المستوى بعجلة منتظمة**
* **إذا كانت ق = ك ء حا هـ كانت الحركة بسرعة منتظمة**
* **إذا لم يلاقى الجسم مقاومة فإن : م = ٠**
* **إذا كانت ق مائلة بزاوية قياسها " ى " (مع ملاحظة إتجاهها) على المستوى تحلل إلى قوتين هما :**

ق حتا ى فى إتجاه المستوى ، ق حا ى فى الإتجاه العمودى على المستوى

* **إذا كانت ق أفقية (مع ملاحظة إتجاهها) تحلل إلى قوتين هما :**

ق حتا هـ فى إتجاه المستوى ، ق حا هـ فى الإتجاه العمودى على المستوى

حالة خاصة :

إذا أنعدمت ق و تحك الجسم تحت تأثير وزنه فقط فإن :

* حـ = ـ ء حا هـ فى حالة الحركة إلى أعلى المستوى
* حـ = ء حا هـ فى حالة الحركة إلى أسفل المستوى

٥ ـ الحركة الرأسية :

(١) تحت تأثير وزنه :

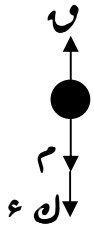
(أ) بسرعة منتظمة : ك ء = م

(ب) بعجلة منتظمة : ك حـ = ك ء ـ م

(٢) بتأثير قوة ق لأعلى و الجسم يتحرك لأعلى :

(أ) بسرعة منتظمة : ق = ك ء + م

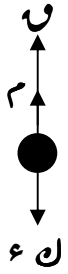
(ب) بعجلة منتظمة : ك حـ = ق ـ ك ء ـ م



(٣) بتأثير قوة ق لأعلى و الجسم يتحرك لأسفل :

(أ) بسرعة منتظمة : ق = ك ء + م

(ب) بعجلة منتظمة : ك حـ = ك ء ـ ق ـ م



٦ ـ حركة المصاعد :

" جسم كتلته ك موضوع على أرض مصعد أو معلق فى سقف مصعد بواسطة خيط "

(١) المصعد ساكن أو يتحرك بسرعة منتظمة :

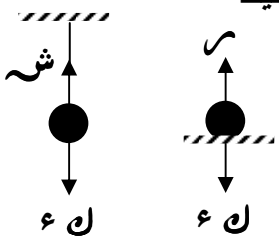
ر = ك ء أو ش = ك ء

(٢) المصعد صاعد بعجلة منتظمة :

ر = ك (ء + حـ) أو ش = ك (ء + حـ)

(٣) المصعد هابط بعجلة منتظمة :

ر = ك (ء ـ حـ) أو ش = ك (ء ـ حـ)



ملاحظات :

* الوزن الحقيقى للجسم = ك ء ، الوزن الظاهرى للجسم = ش
* إذا كان المصعد ساكن أو يتحرك بسرعة منتظمة فإن : ك ء = ش
* إذا كان المصعد صاعد بعجلة منتظمة فإن : ك ء > ش
* إذا كان المصعد هابط بعجلة منتظمة فإن : ك ء < ش

أمثـلة :

١ ـ يتحرك جسم فى خط مستقيم تحت تأثير القوتين $\overrightarrow{ق_1} = -٨\overrightarrow{س} + ٥\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_2} = ٤\overrightarrow{س} - \overrightarrow{ص}$ أوجد القوة الإضافية التى لو أثرت على الجسم فإنه يتحرك بسرعة منتظمة و إذا كانت مقادير القوى مقدرة بالنيوتن فأوجد مقدار و إتجاه هذه القوة

الحل

∵ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة ∴ مجموع القوى المؤثرة = $\overrightarrow{٠}$

نفرض أن القوة الإضافية هى : $\overrightarrow{ق}$

∴ $\overrightarrow{ق} - ٨\overrightarrow{س} + ٥\overrightarrow{ص} + ٤\overrightarrow{س} - \overrightarrow{ص} = \overrightarrow{٠}$

∴ $\overrightarrow{ق} = ٤\overrightarrow{س} - ٤\overrightarrow{ص}$ ∴ $\|\overrightarrow{ق}\| = \sqrt{١٦ + ١٦} = ١٦\sqrt{٢}$

، ظا هـ $= \frac{١٦}{-١٦}$ ∴ هـ $= ١٣٥^\circ$

∴ $\overrightarrow{ق} = (١٦\sqrt{٢} ، ١٣٥^\circ)$

٢ – جسيم كتلته ثابتة ك جم يتحرك تحت تأثير قوتين $\overrightarrow{ق_١} = ٥\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص}$، $\overrightarrow{ق_٢} = \frac{٣}{٤}٦\overrightarrow{س} - \overrightarrow{ص}$
فإذا كانت الإزاحة تتعين بالقانون : $\overrightarrow{ف} = \frac{١}{٢}$ ك $ن^٢ \overrightarrow{س} - ن^٢ \overrightarrow{ص}$ ، ف مقدرة بالسنتيمتر و الزمن الثانية و معيار القوة بالداين أوجد قيمة ك

الحل

$\overrightarrow{ق} = \overrightarrow{ق_١} + \overrightarrow{ق_٢} = ٣\overrightarrow{س} + \frac{١٥}{٤}\overrightarrow{ص}$ ، ∵ $\overrightarrow{ف} = \frac{١}{٢}$ ك $ن^٢ \overrightarrow{س} - ن^٢ \overrightarrow{ص}$

∴ $\overrightarrow{ع} = ٥ن\overrightarrow{س} - ٢ن\overrightarrow{ص}$ ∴ $\overrightarrow{جـ} = ٥\overrightarrow{س} - ٢\overrightarrow{ص}$

∵ الكتلة ثابتة ∴ $\overrightarrow{ق} = ك \times \overrightarrow{جـ}$

∴ $\frac{١٥}{٤}\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص} = ك \times (٥\overrightarrow{س} - ٢\overrightarrow{ص})$

∴ $\frac{٣}{٤}(٥\overrightarrow{س} - ٢\overrightarrow{ص}) = ك \times (٥\overrightarrow{س} - ٢\overrightarrow{ص})$ ∴ ك = ١.٥ جم

٣ – جسم متغير الكتلة و كتلته ك = ٣ ن + ٢ كجم يتحرك فى خط مستقيم و يتعين متجه الموضع بالعلاقة $\overrightarrow{ر} = (ن^٢ + ١)\overrightarrow{ى}$ حيث $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة مواز لخط الحركة فإذا كان معيار متجه الموضع مقاس بالمتر ، الزمن بالثوانى أوجد متجه مقدار القوة عند نهاية الثانية الخامسة

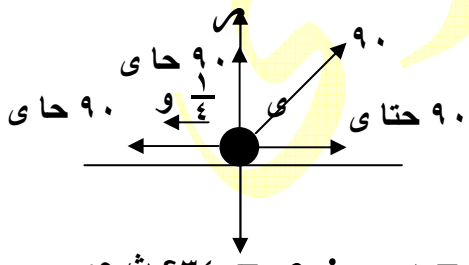
الحل

∵ $\overrightarrow{ر} = (ن^٢ + ١)\overrightarrow{ى}$ ∴ $\overrightarrow{ع} = ٢ن\overrightarrow{ى}$

∵ $\overrightarrow{ق} = ك\frac{ع}{ن} = (٦ن^٢ + ٤ن)\overrightarrow{ى} = (١٢ن + ٤)\overrightarrow{ى}$ ،

∴ $\|\overrightarrow{ق}\| = ١٢ن + ٤$ ، عند ن = ٥ فإن : ق = ٦٤ نيوتن

٤ – جسم موضوع على مستوى أفقى أثرت فيه قوة مقدارها ٩٠ ث جم فى إتجاه يميل على الأفقى إلى أعلى بزاوية ظلها $\frac{٣}{٤}$ فحركته بسرعة منتظمة أوجد وزن الجسم و رد الفعل العمودى على المستوى إذا علم المقاومة الكلية لحركة الجسم تعادل $\frac{١}{٤}$ وزن الجسم



الحل

∵ السرعة منتظمة

∴ ٩٠ حتا ى – $\frac{١}{٤}$ و = ٠ ∴ و = $\frac{٤}{٥} \times ٩٠ = \frac{١}{٤}$ و

∴ و " وزن الجسم " = ٢٨٨ ث جم

، ر + ٩٠ حا ى – و = ٠ ∴ ر + $\frac{٣}{٥} \times ٩٠ - ٢٨٨ = ٠$ ∴ ر = و = ٢٣٤ ث جم

٥ – رجل مربوط إلى مظلة نجاة يهبط هو و المظلة رأسياً إلى أسفل و كانت مقاومة الهواء تتناسب طردياً مع مربع السرعة و أن أقصى سرعة للهبوط بلغت ١٢ كم / س فما سرعة هبوط الرجل و المظلة عندما تكون مقاومة الهواء $\frac{٩}{١٦}$ من وزن الرجل و المظلة معاً

الحل

عند أقصى سرعة " السرعة منتظمة "

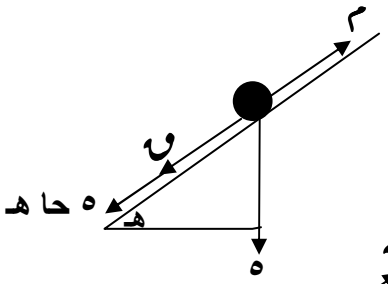
∴ م١ = و ، ع١ = ١٢ كم / س ، م٢ = $\frac{٩}{١٦}$ و

∵ ، م ∝ ع٢ ∴ $\frac{م_١}{م_٢} = \frac{ع_١^٢}{ع_٢^٢}$

∴ ع٢٢ = $\frac{\frac{٩}{١٦} و \times ١٤٤}{و}$ ∴ ع٢ = ٩ كم / س

٦ ـ سيارة كتلتها ٢ طن حملت بحجارة كتلتها ٣ طن و هبطت منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيب قياسها $\frac{١}{١٠٠٠}$ بأقصى سرعة و كانت قوة محركها ٩٠ ث كجم أوجد المقاومة لكل طن من الكتلة و إذا أفرغت السيارة حمولتها و عادت لأعلى المنحدر بأقصى سرعة أوجد قوة المحرك علماً بأن المقاومة لكل طن من الكتلة ثابتة

الحل



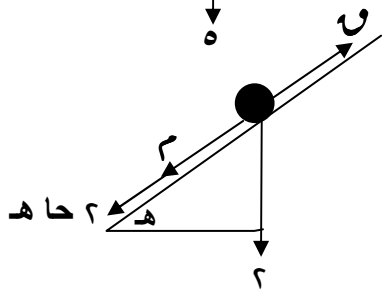
∵ السيارة هابطة بأقصى سرعة

∴ ق = م ـ و حا ى

∴ ٩٠ = م ـ (٣ + ٢) × ١٠٠٠ × $\frac{١}{١٠٠٠}$

∴ م = ١٤٠ ث كجم

∴ المقاومة لكل طن = ١٤٠ ÷ ٥ = ٢٨ ث كجم لكل طن من الكتلة



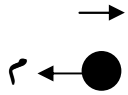
∵ السيارة صاعدة بأقصى سرعة

∴ ق = م + و حا ى

∴ ق = ١٤٠ + ٢ × ١٠٠٠ × $\frac{١}{١٠٠٠}$ = ١٦٠ ث كجم

٧ ـ أطلقت رصاصة كتلتها ٢٥ جم بسرعة ٢٠٠ م / ث على حاجز خشبى ثابت فغاصت فيه ٥ سم قبل أن تسكن أوجد مقدار مقاومة الخشب بالنيوتن

الحل



∵ ع٢ = ع٢ + ٢ حـ ف ∴ ٠ = (٢٠٠)٢ + ٢ حـ × ٠.٠٥

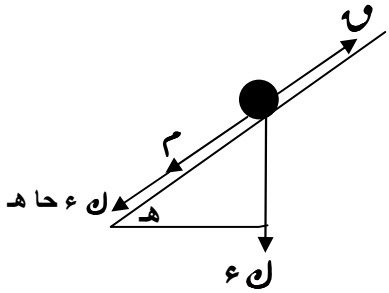
∴ حـ = ـ ٤ × ١٠٥ م / ث٢

، ∵ ك حـ = ـ م ∴ ٢٥ ٠.٠ × ـ ٤ × ١٠٥ = ـ م

∴ م = ١٠٠٠٠ نيوتن

٨ ـ سيارة كتلتها ٢ طن تهبط من السكون مسافة ٤٩ متر فى ١٠ ثوانى على منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيب قياسها $\frac{١}{٢٠}$ ضد مقاومات ٥٠ ث كجم لكل طن من الكتلة أوجد قوة محركها بثقل الكجم

الحل



∵ ف = ع٠ ن + $\frac{١}{٢}$ حـ ن٢

∴ ٤٩ = ٠ ـ $\frac{١}{٢}$ حـ × ١٠٠ ∴ حـ = ٠.٩٨ م / ث٢

∵ السيارة هابطة

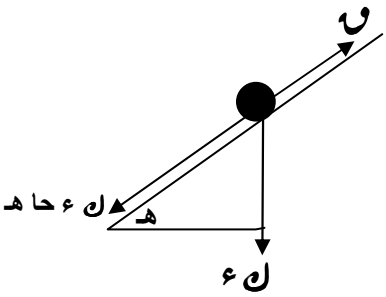
∴ ك حـ = ق ـ م + ك ء حا هـ

∴ ٢ × ١٠٠٠ × ٠.٩٨ = ق ـ ٥٠ × ٢ × ٩.٨ + ٢ × ١٠٠٠ × ٩.٨ × ½

∴ ق = ١٩٦٠ نيوتن = ١٩٦٠ ÷ ٩.٨ = ٢٠٠ ث كجم

٩ ـ جسم كتلته ٥ كجم موضوع على مستو أملس فأنزلق تحت تأثير وزنه فقط مسافة ٣٩.٢ متر خلال ٤ ثوانى من البداية أوجد قياس زاوية ميل المستوى و إذا أثرت قوة على الجسم فى إتجاه خط أكبر ميل لهذا المستوى إلى أعلى فجعلت الجسم يتحرك لأعلى بعجلة منتظمة مقدارها ٩٨ سم / ث٢ أوجد مقدار هذه القوة

الحل



∵ ف = ع. ن + ½ حـ ن٢

∴ ٣٩.٢ = ٠ + ½ حـ × ١٦ ∴ حـ = ٤.٩ م / ث٢

∵ الجسم ينزلق تحت تأثير وزنه فقط

∴ حـ = ء حا هـ

∴ ٤.٩ = ٩.٨ حا هـ

∴ حا هـ = ½ ∴ هـ = ٣٠°

عندما يتحرك الجسم لأعلى :

ك حـ = ق ـ ك ء حا هـ

∴ ٥ × ٠.٩٨ = ق ـ ٥ × ٩.٨ × ½

∴ ق = ٥ × ٠.٩٨ × ٦ نيوتن

= (٥ × ٠.٩٨ × ٦) ÷ ٩.٨ = ٣ ث كجم

١٠ ـ علق جسم كتلته ٤٩٠ جم فى خطاف ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل الميزان القراءة ٤٧٠ ث جم فهل المصعد صاعد أم هابط و ما مقدار عجلة الحركة و سرعته بعد ٥ ث

الحل

و = ٤٩٠ ث جم ، ر = ٤٧٠ ث جم ∵ ر < و ∴ المصعد هابط

∴ ر = ك (ء ـ حـ) ∴ ٤٧٠ × ٩٨٠ = ٤٩٠ × (٩٨٠ ـ حـ)

∴ حـ = ٤٠ سم / ث٢

∵ ع = ع. + حـ ن ∴ ع = ٠ + ٤٠ × ٥ = ٢٠٠ سم / ث

١١ ـ مصعد بقاعدته ميزان ضغط وقف طفل على الميزان فسجل القراءة ٣٠ ث كجم عندما كان المصعد صاعداً بعجلة حـ م / ث٢ و سجل الميزان القراءة ١٥ ث كجم عندما كان المصعد صاعداً بتقصير منتظم ¾ حـ م / ث٢ أوجد كتلة الطفل و مقدار حـ

الحل

∵ المصعد صاعد ∴ ر = ك (ء + حـ) ٣٠ × ٩.٨ = ك (٩.٨ + حـ) " ١ "

∵ المصعد صاعد بتقصير منتظم " هابط "

∴ ر = ك (ء ـ حـ) ٣٠ × ٩.٨ = ك (٩.٨ ـ ¾ حـ) " ٢ "

بحل المعادلتين ينتج : حـ = ٢.٤٥ م / ث٢ ، ك = ٢٤ كجم

تمـــــــــارين

١ ـ يتحرك جسم فى خط مستقيم تحت تأثير القوتين $\overrightarrow{ق_١} = ٣\overrightarrow{س} - \overrightarrow{ص}$، $\overrightarrow{ق_٢} = ٧\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص}$ أوجد القوة الإضافية التى لو أثرت على الجسم فإنه يتحرك بسرعة منتظمة و إذا كانت مقادير القوى مقدرة بالنيوتن فأوجد مقدار و إتجاه هذه القوة

٢ ـ يتحرك جسم كتلته الوحدة تحت تأثير القوة $\overrightarrow{ق} = ٢\overrightarrow{س} - ٣\overrightarrow{ص}$ و كان متجه سرعته $\overrightarrow{ع} = أ ن\overrightarrow{س} + ب ن\overrightarrow{ص}$ أوجد قيمة كل من أ ، ب

٣ ـ جسم متغير الكتلة و كتلته ك = ٥ ن + ٣ كجم يتحرك فى خط مستقيم و يتعين متجه الموضع بالعلاقة $\overrightarrow{ر} = (٣ن^٢ - ١)\overrightarrow{ى}$ حيث $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة مواز لخط الحركة فإذا كان معيار متجه الموضع مقاس بالمتر ، الزمن بالثوانى أوجد متجه مقدار القوة عند نهاية الثانية الرابعة

٤ ـ كرة معدنية كتلتها ١٠٠ جم تتحرك بسرعة ثابتة ١٠٠ م / ث وسط غبار يلتصق بسطحها بمعدل ثابت يساوى ٠.٦ جم فى الثانية أوجد كتلة الكرة و القوة المؤثرة عليها عند أى لحظة

٥ ـ يتحرك جسم تحت تأثير قوتين متعامدتين مقدارهما ٢√٣ ، ٢ نيوتن أوجد مقدار و إتجاه القوة الثالثة التى تجعل الجسم يتحرك حركة منتظمة

٦ ـ يتحرك جسم تحت تأثير قوى مستوية مقاديرها ٦ ، ٤ ، ٦ و قياس الزاوية بين خط عمل القوة الثانية و كل من خطى عمل القوتين الأولى و الثالثة ٦٠ ْ أثبت أن الجسم يتحرك حركة غير منتظمة ثم أوجد مقدار و إتجاه القوة الرابعة التى تجعل الجسم يتحرك حركة منتظمة

٧ ـ وزن جندى مظلات و معداته ١٠٠ ث كجم فإذا كانت مقاومة الهواء تتناسب مع مربع سرعته و بلغت أقصى سرعة له ١٠ كم / ـس أوجد المقاومة عندما تكون سرعته ٨ كم / ـس

٨ ـ قطار كتلته ١١٢ طن تجره قاطرة بقوة ثابتة ٥.٦ طن فإذا كانت المقاومات الكلية لحركته تتناسب مع مربع سرعته و كانت المقاومة ٨ ث كجم لكل طن من الكتلة عندما كانت السرعة ٤٥ كم / ـس أحسب أقصى سرعة للقطار

٩ ـ سيارة كتلتها ٥ طن تصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيب قياسها ٠.٠١ و عندما كانت حركتها منتظمة كانت مقاومة الطريق تعادل ٠.٠٥ من وزن السيارة أوجد قوة المحرك عندئذ

١٠ ـ سيارة كتلتها ٢ طن تهبط بسرعة منتظمة منحدراً يميل على الأفقى بزاوية ظلها $\frac{٧}{٢٤}$ فإذا كانت قوة الفرامل تعادل $\frac{٩}{٢٥}$ وزن طن أوجد مقاومة الطريق بثقل كجم

١١ ـ قطار كتلته ١٠٠ طن يتحرك بسرعة منتظمة على منحدر ضد مقاومات تعادل ١٦ ث كجم لكل طن من الكتلة فإذا كانت قوة المحركات تساوى ٢١٠٠ ث كجم عندما كان القطار صاعداً على المنحدر و تساوى ١١٠٠ ث كجم عندما كان القطار هابطاً على المنحدر أوجد قياس زاوية ميل المنحدر على الأفقى

١٢ ـ سحب جسم بسرعة ثابتة إلى أعلى مستوى يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٤}$ بواسطة قوة شد تعادل ١٨ ث كجم و تميل على المستوى إلى أعلى بزاوية ظلها $\frac{٣}{٤}$ فإذا كانت مقاومة إحتكاك المستوى تعادل $\frac{١}{٥}$ وزن الجسم أوجد وزن الجسم

١٣ ـ مستوى أملس طوله نصف متر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٥}$ وضع عند قمة المستوى و ترك لينزلق فى إتجاه أكبر ميل أوجد سرعة الجسم عندما يصل إلى نهاية المستوى

١٤ ـ ترك جسم كتلته ٦٠٠ جم ليهبط تحت تأثير وزنه على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٤٥ ْ أوجد مقدار عجلة الجسم و إذا أثرت على الجسم قوة تعمل فى المستوى الرأسى المار بخط أكبر ميل و تميل على المستوى بزاوية قياسها ٤٥ ْ إلى أعلى فأستمر فى هبوطه بعجلة تساوى $\frac{١}{٥}$ العجلة السابقة أوجد مقدار القوة بثقل الجرام

١٥ ـ مستوى مائل طوله ٢ متر و إرتفاعه نصف متر ينتهى بمستوى أفقى نحرك جسم من السكون من قمة المستوى المائل فى إتجاه خط أكبر ميل ضد مقاومات تعادل ٠.٠٥ من وزن الجسم أوجد سرعة الجسم عند نهاية المستوى المائل و إذا كانت سرعة الجسم لا تتغير بإنتقاله إلى المستوى الأفقى و يلاقى على

الأفقى مقاومة تعادل ٠.١ من وزنه أوجد أقصى سرعة يتحركها على الأفقى حتى يسكن

١٦ – جسم ينزلق من قمة مستوى مائل يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° ينتهى بمستوى أفقى فإذا كانت سرعة الجسم لا تتغير بإنتقاله إلى المستوى الأفقى و أن الجسم يلاقى مقاومة على المستوى المائل تعادل ¼ وزنه وعلى الأفقى تعادل نصف وزنه أثبت أن أقصى مسافة يتحركها الجسم على المستوى الأفقى تعادل

نصف طول المستوى المائل

١٧ – أطلقت رصاصة كتلتها ١٤ جم على هدف ثابت فى إتجاه أفقى بسرعة ٤٩٠ م / ث فأخترقته و خرجت منه بسرعة ٢٨٠ م / ث فإذا كان سمك الهدف ٥ سم أوجد المقاومة الثابتة التى لاقتها الرصاصة

١٨ – أثرت قوة أفقية ٢٥٠ ث كجم على جسم ساكن كتلته ٥٥ كجم موضوع على مستوى أفقى فتحرك ضد مقاومات ١٦٢٥ نيوتن أحسب كمية حركة الجسم بعد ٨ ث من تأثير القوة

١٩ – جسم كتلته ٢٠ جم سقط من إرتفاع ١٠ سم نحو أرض رخوة فغاص فيها بعجلة منتظمة مسافة ٢ سم حتى سكن أوجد مقاومة الأرض لحركة الجسم علماً بأن سرعة الجسم لم تتغير بإرتطامه بالأرض

٢٠ – طائرة هيلكوبتر كتلتها ٣ طن تتحرك رأسياً لأسفل بعجلة منتظمة ضد مقاومات ٤٠٠ ث كجم فإذا كانت قوة رفع الطائرة ١٧٢٥ ث كجم أوجد عجلة الحركة

٢١ – قاطرة كتلتها ١٥٠ طن و قوة آلاتها ٤٥ ث طن تجر عدداً من العربات كتلة كل منها ١٤ طن تتحرك بأقصى سرعة أعلى شريط ميله يساوى ¼ ضد مقاومات تعادل ٤٠ ث كجم لكل طن من الكتلة أوجد : عدد العربات ، و مقدار الشد فى سلسلة التوصيل التى تصل القاطرة بباقى القطار ، و مقدار الشد فى سلسلة التوصيل التى تصل العربة الأخيرة بباقى القطار

٢٢ – قاطرة كتلتها ١٥٠ طن و قوة آلاتها ٦٠ ث طن تجر عدداً من العربات كتلة كل منها ١٨ طن تتحرك صاعدة بها على شريط يميل على الأفقى بزاوية جيب قياسها ¼ ضد مقاومات تعادل ٣٠ ث كجم لكل طن من الكتلة أوجد عدد العربات إذا كانت عجلة الحركة ١٩.٦ سم / ث^{٢}

٢٣ – أوجد قوة ضغط رجل كتلته ٧٠ كجم يقف على أرض مصعد يتحرك بعجلة منتظمة قدرها ٢.٨ م / ث^{٢} و هو صاعد ثم و هو هابط

٢٤ – وضع صندوق كتلته ٧٠ كجم على أرض مصعد كتلته ٤٩٠ كجم تحرك رأسياً لأسفل بعجلة منتظمة ١٤٠سم / ث^{٢} أوجد الضغط على أرض المصعد و كذا الشد فى حبل المصعد

٢٥ – علق جسم فى ميزان زنبركى مثبت فى سقف مصعد فسجل القراءة ٣٧.٥ ث كجم عندما كان المصعد صاعداً بعجلة حـ م / ث^{٢} ، و سجل الميزان القراءة ٣٠ ث كجم عندما كان المصعد هابطاً بعجلة ٢ م / ث^{٢} أوجد كتلة الجسم و العجلة حـ

٢٦ – وضع جسم فى كفة ميزان زنبركى معلق داخل منطاد وعندما كان المنطاد ساكناً سجل الميزان ٧٠٠ ث جم و عندما تحرك المنطاد رأسياً سجل الميزان ٦٣٠ ث جم أوجد مقدار و إتجاه عجلة المنطاد

٢٧ – بدأ مصعد حركته من السكون ، و أثناء حركته وزن جسم بداخله بميزان زنبركى فكانت قراءة الميزان ٣.٥٧ ث كجم و عندما وضع الجسم فى إحدى كفتى ميزان معتاد تعادل مع صنج كتلتها ٣.٤ كجم عين إتجاه حركة المصعد و ما هى سرعته بعد ٥ ثوانى من بدء الحركة

" الميزان المعتاد يعين كتل الأجسام أى كتلة الجسم = كتلة الصنج "

الدفع و التصادم

الدفع :

دفع قوة ثابتة $\overrightarrow{ق}$ تؤثر على جسم ثابت الكتلة لفترة زمنية $ن$ هو متجه حاصل ضرب القوة فى زمن تأثيرها

أى أن : $\overrightarrow{د} = \overrightarrow{ق} \times ن$

القياس الجبرى للدفع فى حالة الحركة المستقيمة :

$د = ق \times ن$

وحدات قياس مقدار الدفع :

وحدة قياس مقدار الدفع = وحدة قياس مقدار القوة × وحدة قياس الزمن

مثل : نيوتن ٠ ث أو داين ٠ ث أو ث كجم ٠ ث أو ث جم ٠ ث

أيضاً : وحدة قياس مقدار الدفع = وحدة قياس الكتلة × وحدة قياس السرعة

مثل : كجم ٠ م / ث^{٢} أو جم ٠ سم / ث^{٢}

القوى الدفعية :

هى قوة كبيرة جداً تؤثر فى الجسم فترة زمنية متناهية فى الصغر فتحدث تغيراً محسوساً فى كمية الحركة بحيث يكون مقدار دفعها محدوداً و لا يساوى الصفر

العلاقة بين الدفع و التغير فى كمية الحركة :

إذا أثرت قوة ثابتة مقدارها $ق$ على جسم كتلته $ك$ لفترة متناهية فى الصغر فإن :

التغير فى كمية حركة الجسم = دفع القوة

أى أن : $د = ك (ع' - ع)$

أمثلة :

١ – أثرت القوة $\overrightarrow{ق} = ٣ \overrightarrow{س} + ٤ \overrightarrow{ص}$ على جسم لمدة $ن$ ثانية أوجد دفع القوة ثم أوجد معيار الدفع فى ثانيتين علماً بأن معيار القوة مقاساً بالنيوتن

الحل

$\overrightarrow{د} = \overrightarrow{ق} \times ن = (٣ \overrightarrow{س} + ٤ \overrightarrow{ص}) = ٣ ن \overrightarrow{س} + ٤ ن \overrightarrow{ص}$

$\| \overrightarrow{د} \| = \sqrt{٩ ن^{٢} + ١٦ ن^{٢}} = ٥ ن$ نيوتن ٠ ث

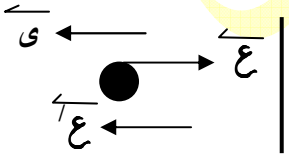
٢ – سيارة كتلتها ٣ طن تتحرك بعجلة منتظمة مقدارها ١٤٠ سم / ث^{٢} ضد مقاومات تعادل ١٠ ث كجم عن كل طن من الكتلة أود قوة المحرك و دفع المحرك فى زمن قدره ١٠ ثوان

الحل

∵ $ك حـ = ق - م$ ∴ $٣ \times ١٠٠٠ \times ١.٤ = ق - ١٠ \times ٣ \times ٩.٨$

∴ $ق = ٤٤٩٤$ نيوتن ، $د = ٤٤٩٤ \times ١٠ = ٤٤٩٤٠$ نيوتن ٠ ث

٣ – كرة كتلتها ٧٠٠ جم تتحرك أفقياً فى خط مستقيم بسرعة ٢٠٠ سم / ث عندما أصطدمت بحائط رأسى فأرتدت بسرعة ٨٠ سم / ث أوجد القياس الجبرى لدفع الحائط على الكرة



الحل

بفرض $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة فى إتجاه حركة إرتداد الكرة

∵ $د = ك (ع' - ع)$

∴ $د = ٧٠٠ \times [٨٠ - (- ٢٠٠)] = ١٩٦٠٠٠$ جم ٠ سم / ث

التصادم :

التصادم المباشر للكرات الملساء :

إذا تصادمت كرتان ملساوتان فإن مجموع كميتى حركتهما لا تتغير نتيجة التصادم

أى أن : مجموع كميتى حركتهما بعد التصادم = مجموع كميتى حركتهما قبل التصادم

* إذا كان $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة يوازى خط المركزين للكرتين لحظة التصادم ، كان : $ع_١ ، ع_٢ ، ع_١' ، ع_٢'$

هى القياسات الجبرية لسرعتى الكرتين قبل و بعد التصادم مباشرة فإن :

$$ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = ك_١ ع_١' + ك_٢ ع_٢'$$

ملاحظات :

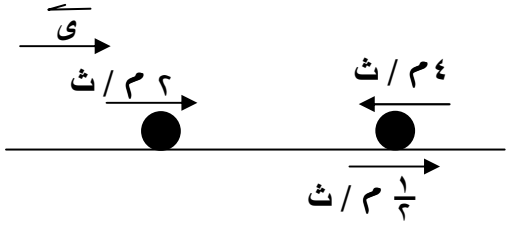
* يجب تحديد إشارة القياس الجبرى لكل السرعات قبل و بعد التصادم حسب إتجاه متجه الوحدة
* يجب أن تكون الكتل و السرعات للكرات من نفس الوحدة

أمثـــلة :

١ – كرتان كتلتاهما ٣٠٠ جم ، ٥٠٠ جم تتحركان فى خط مستقيم و فى إتجاهين متضادين بسرعتين مقدارهما ٤ م / ث ، ٢ م / ث عندما أصطدمت الكرتان و إرتدت الكرة الأولى بسرعة $\frac{١}{٢}$ م / ث

أوجد سرعة الكرة الثانية بعد التصادم مباشرة و مقدار دفع إحدى الكرتين على الأخرى لحظة التصادم

الحل



∵ $ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = ك_١ ع_١' + ك_٢ ع_٢'$

∴ $٣٠٠ \times -٤ + ٥٠٠ \times ٢ = ٣٠٠ \times \frac{١}{٢} + ٥٠٠ \times ع_٢'$

∴ $ع_٢' = -٠.٧$ م / ث

مقدار دفع إحدى الكرتين على الأخرى = التغير فى كمية حركة إحدى الكرتين

، $د = ك_١ (ع_١' - ع_١) = ٣٠٠ \times [\frac{١}{٢} - (-٤)] = ٤.٥$ جم ٠ م / ث

$= ٣٠٠ \times ٤٥٠$ جم ٠ سم / ث $= ١٣٥٠٠٠$ جم ٠ سم / ث

٢ – جسمان كتلتاهما ٢٠ جم ، ٥٠ جم يتحركان فى خط مستقيم واحد على مستوى أفقى فى إتجاهين متضادين أصطدمتا عندما كانت سرعتاهما ١٠ سم / ث ، ٢٥ سم / ث على الترتيب و كونتا جسماً واحداً توقف عن الحركة بعد أن قطع مسافة ٣٠ سم تحت تأثير مقاومة ثابتة أوجد هذه المقاومة بالداين

الحل

∵ $ك_١ ع_١ + ك_٢ ع_٢ = (ك_١ + ك_٢) ع$ بإعتبار إتجاه الحركة الموجب هو إتجاه الجسم الثانى

∴ $٢٠ \times -١٠ + ٥٠ \times ٢٥ = ٧٠ ع$ ∴ ع " سرعة الجسم "= ١٥٠ سم / ث

∵ $ع^٢ = ع_٠^٢ + ٢ حـ ف$ ∴ $٠ = (١٥)^٢ + ٢ حـ \times ٣٥$

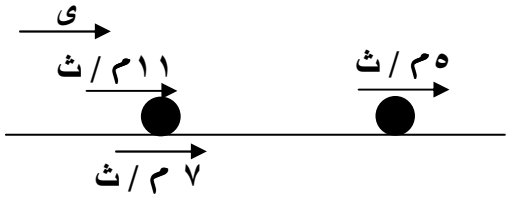
∴ $حـ = -\frac{٤٥}{١٤}$ سم / ث^٢

∵ $ك حـ = -م$

∴ $٧٠ \times -\frac{٤٥}{١٤} = -م$

∴ $م = ٢٢٥$ داين

٣ ـ كرة ملساء كتلتها ١٥ كجم تتحرك فى خط مستقيم بسرعة ١١ م / ث لحقت بكرة أخرى كتلتها ٢٤ كجم تتحرك فى نفس الإتجاه بسرعة ٥ م / ث فأصطدمت بها و أصبحت سرعة الأولى ٧ م / ث فى نفس الإتجاه أوجد سرعة الكرة الثانية بعد التصادم مباشرة و مقدار دفع الأولى على الثانية و إذا كان زمن التصادم ٠.١ ث أوجد رد الفعل الدفعى



الحل

∵ ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = ك١ ع١/ + ك٢ ع٢/

∴ ١٥ × ١١ + ٢٤ × ٥ = ١٥ × ٧ + ٢٤ ع٢/

∴ ع٢/ = ٧.٥ م / ث ، د = ٢٤ × (٧.٥ ـ ٥) = ٦٠ نيوتن ٠ م

رد الفعل الدفعى = د ÷ ر = ٦٠ ÷ ٠.١ = ٦٠٠ نيوتن

٤ ـ تسقط مطرقة من كتلتها ٢١٠ كجم من إرتفاع ٩٠ سم على عمود من أعمدة الأساس كتلته ١٤٠ كجم فتدفعه فى الأرض مسافة ١٨ سم فإذا تحركا معاً كجسم واحد أحسب مقاومة الأرض بثقل كجم

الحل

سرعة المطرقة قبل التصادم مباشرة

∵ ع٢ = ع٠٢ + ٢ حـ ف = ٠ + ٢ × ٩.٨ × ٠.٩ = ١٧.٦٤ ∴ ع = ٤.٢ م / ث

السرعة المشتركة بعد التصادم :

∵ ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = (ك١ + ك٢) ع ∴ ٢١٠ × ٤.٢ + ١٤٠ × ٠ = (٢١٠ + ١٤٠) ع

∴ ع = ٢.٥٢ م / ث

∵ ع٢ = ع٠٢ + ٢ حـ ف ∴ ٠ = (٢.٥٢)٢ + ٢ حـ × ٠.١٨ ∴ حـ = ـ ١٧.٦٤ م / ث٢

معادلة حركة المجموعة : ك حـ = ك ء ـ م

∴ ٣٥٠ × ـ ١٧.٦٤ = ٣٥٠ × ٩.٨ ـ م ∴ م = (٣٥٠ × ٢٧.٤٤) ÷ ٩.٨ = ٩٨٠ ث كجم

٥ ـ كرتان كتلتاهما ٣٠٠ جم ، ٢٠٠ جم تتحركان فى خط مستقيم واحد هو خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها ٠.١ ، الأولى بسرعة ٤٠ سم / ث عندما صطدمت الثانية و هى تصعد بسرعة ٦٠ سم / ث فإذا كانت أقصى مسافة أرتدها الأولى قبل أن تسكن لحظياً هى ٦٤ سم أوجد سرعة كل كرة بعد التصادم و دفع الكرة الأولى على الكرة الثانية

الحل

عندما ترتد الكرة الأولى على المستوى " تصعد " تكون العجلة :

حـ = ـ ء حا هـ = ـ ٩٨٠ × ٠.١ = ـ ٩٨ سم / ث٢

∵ ع٢ = ع٠٢ + ٢ حـ ف ∴ ٠ = ع٠٢ + ٢ × ـ ٩٨ × ٦٤

∴ ع = ١١٢ سم / ث وهى سرعة الكرة الأولى بعد التصادم " ترتد إلى أعلى المستوى "

∵ ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = ك١ ع١/ + ك٢ ع٢/

∴ ٣٠٠ × ـ ٤٠ + ٢٠٠ × ٦٠ = ٣٠٠ × ١١٢ + ٢٠٠ ع٢/

∴ ع٢/ = ـ ١٦٨ سم / ث و هى سرعة الكرة الثانية بعد التصادم " ترتد إلى أعلى المستوى "

دفع الكرة الأولى على الكرة الثانية = التغير فى كمية حركة الكرة الثانية

، د = ك٢ (ع٢/ ـ ع٢) = ٢٠٠ × (ـ ١٦٨ ـ ٦٠) = ـ ٤٥٦٠٠ داين ٠ سم

تمـــــــــارين

١ ـ أثرت القوى $\overrightarrow{ق_1} = ٢\overrightarrow{م} + \overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_2} = ٣\overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ب} - \overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_3} = ٦\overrightarrow{م} - \overrightarrow{ص} - \overrightarrow{س}$ على جسم لمدة نصف ثانية و كان متجه دفعها على الجسم يعطى من العلاقة $\overrightarrow{د} = ٢\overrightarrow{س} + \frac{٣}{٢}\overrightarrow{ص}$ أوجد قيمة كل من $\overrightarrow{م}$ ، ب

٢ ـ جسم ساكن كتلته ٧٠٠ جم أثرت عليه قوة ثابتة خلال ٠.٠٤ ث فكان دفع القوة ١٧.٦٤ نيوتن ٠ ث أوجد مقدار هذه القوة بثقل الكجم و السرعة التى أكتسبها

٣ ـ حجر أملس كتلته نصف كجم يسقط رأسياً من السكون و بعد ثانيتين أصطدم بسطح سائل و غاص فيه بسرعة منتظمة ٥.٤ م / ث فى ١.٥ ث أوجد الدفع الناتج عن تصادم الحجر مع سطح السائل و إذا كان زمن التصادم $\frac{١}{٣}$ من الثانية أوجد مقدار القوة الدفعية

٤ ـ جسم كتلته ٣٠٠ جم قذف رأسياً لأعلى بسرعة ٨٤٠ سم / ث من نقطة تقع أسفل سقف حجرة بمقدار ١١ سم فأصطدم بالسقف و أرتد إلى أرض الحجرة بعد نصف ثانية من الإرتداد أوجد دفع السقف للجسم علماً بأن إرتفاع السقف ٢٧٢.٥ سم و إذا كان زمن التلامس ٠.١ ث أوجد القوة الدفعية

٥ ـ سقطت كرة من المطاط كتلتها ٧٠٠ جم من إرتفاع ٨.١ متر عن سطح الأرض فأصطدمت بسطح الأرض و ارتدت إلى إرتفاع ٣.٦ متر أوجد مقدار دفع الأرض للكرة

٦ ـ وضعت كرة كتلتها ٣٥٠ جم عند قمة مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٣}$ و تركت تتحرك إبتداء من السكون فى إتجاه خط أكبر ميل و بعد أن تحركت مسافة ٢ متر صدمت حاجزاً مثبتاً فى وضع عمودى على المستوى و أرتدت مسافة ٥٠ سم قبل أن تسكن لحظياً أوجد دفع الحاجز على الكرة

٧ ـ كرة كتلتها ٥٠ جم تتحرك بسرعة ١٢ م / ث على خط مستقيم أفقى صدمت كرة ساكنة كتلتها ٢٠ جم فأصبحت سرعة الكرة الأولى بعد التصادم مباشرة ٨ م / ث فى إتجاه حركتها أوجد مقدار سرعة الكرة الكرة الثانية بعد التصادم مباشرة و الدفع على الكرة الأولى

٨ ـ كرتان كتلتاهما ٧٠ ، ٣٥ جم تتحركان على خط مستقيم أفقى و فى إتجاهين متضادين الأولى بسرعة ٢٨ سم / ث و الثانية بسرعة ١٤ سم / ث أصطدمتا و أرتدت الثانية بسرعة ٢١ سم / ث أوجد مقدار و إتجاه الكرة الأولى بعد التصادم مباشرة و إذا كان زمن التلامس ٠.١ ث أوجد القوة الدفعية بينهما

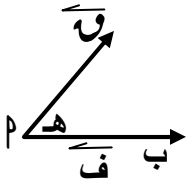
٩ ـ كرة كتلتها ٢.١ كجم تتحرك فى خط مستقيم أفقى بسرعة ٢٠ م / ث أصطدمت بكرة أخرى ساكنة و كونا جسماً واحداً بعد التصادم و كانت السرعة المشتركة لهما ١٤ م / ث أوجد كتلة الكرة الثانية و مقدار المقاومة الثابتة المؤثرة على الجسم بعد التصادم إذا توقف عن الحركة بعد أن قطع مسافة ٤٤.١ متر

١٠ ـ تسقط مطرقة من الحديد كتلتها ٢.١ طن من إرتفاع ١٦٠ سم على عمود من أعمدة الأساس كتلته ٣٥٠ كجم فدكته فى الأرض مسافة ١٢ سم فإذا تحركت المطرقة و العمود كجسم واحد بعد التصادم أوجد سرعتهما المشتركة ثم أوجد مقاومة الأرض للعمود بفرض أنها ثابتة

١١ ـ وضعت كرتان على مستوى أفقى البعد بينهما ١٥٠ سم تحركت الأولى من السكون بعجلة منتظمة ١٠ سم / ث^{٢} حيث كتلتها ٣٠ جم و فى نفس اللحظة تحركت الكرة الثانية بسرعة منتظمة ٣٥ سم / ث فى نفس إتجاه الكرة الأولى حيث كتلتها ٢٠ جم أثبت أن الكرتين تتصادمان و إذا كونت جسماً واحداً أوجد سرعته بعد التصادم مباشرة

١٢ ـ كرتان كتلتاهما ٧٠٠ جم ، ١٠٠ جم فى خط مستقيم أفقى واحد و فى نفس الإتجاه الأولى الأمامية بسرعة ٦٠ سم / ث و الثانية بسرعة ٥٠ سم / ث أصطدمت الأولى بحاجز ثابت عمودى و أرتدت لتصطدم الكرة الثانية و ترتد مرة أخرى بسرعة ٤٠ سم / ث عين سرعة الكرة الثانية بعد التصادم علماً بأن دفع الحاجز للكرة الأولى ١٠٠ ث جم ٠ ث

الشغـــل



تعريف :

الشغل المبذول بواسطة قوة ثابتة فى تحريك جسم من موضع إبتدائى إلى موضع نهائى يقدر بحاصل الضرب القياسى لمتجه القوة فى متجه الإزاحة بين هذين الموضعين

أى أن : شـ = ق ⊙ ف = ق ف حتا هـ

ملاحظات :

- إذا كانت : هـ حادة كان الشغل موجباً
- إذا كانت : هـ منفرجة كان الشغل سالباً " شغل مبذول من المقاومة "
- إذا كانت : هـ قائمة كان الشغل = صفراً
- إذا تحرك جسم من موضع ثم عاد إلى نفس الموضع فإن الشغل = صفر
- إذا حدثت للجسم إزاحتين متتاليتين تحت تأثير قوة ما فإن : شـ = شـ$_{١}$ + شـ$_{٢}$
- إذا كانت متجه القوة يوازى متجه الإزاحة و فى إتجاهها فإن : شـ = ق ف
- إذا تحرك جسم وزنه " و " على مستوى يميل على الأفقى بزاوية قياسها ى فإن :

* الشغل المبذول من وزن الجسم = + و حا ى ف " إذا كان الجسم يتحرك لأسفل "

* الشغل المبذول من وزن الجسم = – و حا ى ف " إذا كان الجسم يتحرك لأعلى "

وحدات قياس الشغل :

وحدة قياس الشغل = وحدة قياس قوة × وحدة قياس مسافة

الوحدات المطلقة : داين ٠ سم " الإرج " أو نيوتن ٠ متر " الجول " الجول = ١٠^{٧} إرج

الوحدات التثاقلية : ث كجم ٠ متر = ٩.٨ جول أو ث جم ٠ سم = ٩٨٠ إرج

أمثـــلة :

١ – يتحرك جسم تحت تأثير القوة ق = ٢ س + ٣ ص فى خط مستقيم من النقطة (٢ ، ٠) إلى النقطة (٠ ، ٣) أحسب الشغل المبذول من القوة

الحل

ف = (٠ ، ٣) – (٢ ، ٠) = – ٢ س + ٣ ص

∴ شـ = (٢ س + ٣ ص) ⊙ (– ٢ س + ٣ ص) = – ٤ + ٩ = ٥ وحدة شغل

٢ – سيارة كتلتها ٢ طن تتحرك على طريق أفقى بعجلة مقدارها ٢ م / ث^{٢} ضد مقاومات تعادل ٢٠ ث كجم لكل طن من الكتلة أوجد الشغل المبذول من محركها إذا كانت السرعة ٦٠ م / ث إبتداء من السكون

الحل

∵ ك حـ = ق – م

∴ ٢ × ١٠٠٠ × ٢ = ق – ٢٠ × ٢ × ٩.٨

∴ ق = ٤٣٩٢ نيوتن

∵ ع^{٢} = ع$_{٠}^{٢}$ + ٢ حـ ف ،

∴ ٣٦٠٠ = ٠ + ٢ × ٢٠ ف

∴ ف = ٩٠ م

∴ شـ = ق ف = ٤٣٩٢ × ٩٠ = ٣٩٥٢٨٠ جول

٣ ـ سيارة كتلتها ٥ طن تصعد منحدراً يميل على الأفقى بزاوية جيبها ٠.٠٢ بسرعة منتظمة فإذا كانت قوة محركها ٣٠٠ ث كجم و تحركت مسافة ٤٠٠ متر أوجد الشغل المبذول من : المحرك ، الجاذبية ، ضد المقاومة

الحل

الشغل المبذول من قوة المحرك = ق ف = ٣٠٠ × ٤٠٠ = ١٢ × ١٠^٤ ث كجم ٠ م

الشغل المبذول من قوة الجاذبية " الوزن " = ـ و حا ى ف

= ـ ٥ × ١٠٠٠ × ٠.٠٢ × ٤٠٠ = ـ ٤ × ١٠^٤ ث كجم ٠ م

∵ السرعة منتظمة و السيارة تصعد المنحدر

∴ ق = م + ك ء حا ى

∴ م = ق ـ ك ء حا ى = ٣٠٠ ـ ٥ × ١٠٠٠ × ٠.٠٢ = ٢٠٠ ث كجم

∴ الشغل المبذول ضد المقاومة = ٢٠٠ × ٤٠٠ = ٨ × ١٠^٤ ث كجم ٠ م

٤ ـ جسم كتلته ٥ كجم أثرت عليه قوة فحركته من السكون بعجلة منتظمة مقدارها ٠.٤ م / ث^٢ أوجد المسافة التى تستطيع فيها هذه القوة أن تبذل شغلاً = ١٨٠٠ ث كجم ٠ م

الحل

ق = ك حـ = ٥ × ٠.٤ = ٢١ نيوتن

∵ شـ = ق ف

∴ ١٨٠٠ × ٩.٨ = ٢١ × ف ∴ ف = ٨٤٠ م

٥ ـ سيارة تتحرك على طريق أفقى حركة منتظمة بسرعة ٩ كم / س أوجد الشغل المبذول بواسطة مقاومة الطريق خلال دقيقة واحدة إذا علم أن مقدار قوة جر السيارة = ١٤٧ نيوتن

الحل

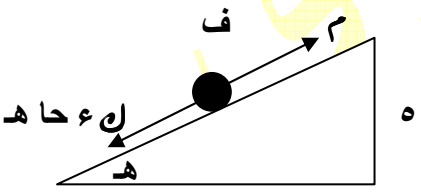
∵ الحركة منتظمة ∴ ق = م = ١٤٧ نيوتن

، ف = ع × ز = ٩ × ٥/١٨ × ٦٠ = ١٥٠ م

∴ شـم = ـ ـــــــــ = ـ ٢٢٥٠ ث كجم ٠ م
٩.٨

٦ ـ وضع جسم كتلته ٢٠ جم عند قمة مستوى مائل إرتفاعه ٥ متر فهبط من السكون فى إتجاه خط أكبر ميل حتى وصل إلى قاعدة المستوى بسرعة ٨ م / ث أحسب الشغل المبذول من قوة المقاومة

الحل



نفرض أن طول المستوى = ف متر

و قياس زاوية ميله = هـ

∵ ع^٢ = ع.^٢ + ٢ حـ ف ∴ ٦٤ = ٠ + ٢ حـ ف

∴ حـ ف = ٣٢

، ∵ ك حـ = ك ء حا هـ ـ م بالضرب × ف

∴ ٠.٠٢ حـ ف = ٠.٠٢ × ٩.٨ × ٥/ف × ف ـ م ف

∴ ٠.٦٤ = ٠.٩٨ ـ م ف

∴ م ف " الشغل المبذول من المقاومة " = ٠.٩٨ ـ ٠.٦٤ = ٠.٣٤ جول

تمـــــــــارين

١ ـ أثرت القوى $\overrightarrow{ق_١} = ٢\overrightarrow{س} - ٣\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_٢} = ٥\overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص}$ على يتحرك فى خط مستقيم من النقطة أ = (٢ ، ١) إلى النقطة ب = (٣ ، ٠) أحسب الشغل المحصل

٢ ـ يتحرك جسم تحت تأثير القوة $\overrightarrow{ق} = ٣\overrightarrow{س} + ٤\overrightarrow{ص}$ و كان متجه موضعه يعطى من العلاقة :

$\overrightarrow{ر} = (ن^٢ + ٢)\overrightarrow{س} + ٢ن^٢\overrightarrow{ص}$ أوجد الشغل المبذول من القوة فى ١٠ ثوانى

٣ ـ إنتقل جسم من النقطة (ـ ١ ، ٢) إلى النقطة (ـ ٣ ، ٥) تحت تأثير القوة $\overrightarrow{ق} = أ\overrightarrow{س} + ٥\overrightarrow{ص}$ أوجد قيمة أ إذا كان الشغل المبذول من هذه القوة يساوى ١١ وحدة شغل

٤ ـ إذا كانت $\overrightarrow{ف} = ٢ن^٢\overrightarrow{س} + (ن^٢ + ٣ن)\overrightarrow{ص}$ هى إزاحة جسم بواسطة القوة :

$\overrightarrow{ق} = ٢\overrightarrow{س} + أ\overrightarrow{ص}$ و علم أن الشغل المبذول خلال ثانيتين من بدء الإزاحة = ٥٨ إرج و معيار القوة بالداين و الزمن بالثانية عين قيمة أ

٥ ـ عامل بناء كتلته ٧٠ كجم يحمل على كتفه كمية من الطوب صاعداً سلم إرتفاع قمته عن سطح الأرض ١٢ م فإذا بذل شغلاً قدره ١١٧٦٠ جول حتى وصل إلى قمة السلم أوجد كتلة الطوب الذى يحمله

٦ ـ سيارة كتلتها ٣ طن تصعد منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها ٠.١ ضد مقاومات ٤٠ ث كجم لكل طن من الكتلة و بسرعة منتظمة أوجد الشغل المبذول فى صعود السيارة ٢٠ م على المنحدر لكل من :

وزن السيارة ، مقاومة الطريق ، قوة المحرك ، محصلة القوى المؤثرة عليها

٧ ـ سيدة تدفع أمامها عربة بها طفل من السكون على طريق أفقى بقوة قدرها ٢ ث كجم و تميل على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠° ضد مقاومات ٠.٩٥ ث كجم فإذا كانت كتلة العربة و الطفل ١٨ كجم أوجد الشغل المبذول خلال دقيقة لكل من : وزن العربة و الطفل ، قوة السيدة ، مقاومة الطريق ، القوة المحدثة للحركة

٨ ـ قطار كتلته ٦٢٥ طن يصعد منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها ٠.٠٢ و بسرعة منتظمة فإذا بذلت آلاته شغلاً قدره ٣ × ١٠^٧ ث كجم ٠ م حتى وصل إلى قمة المنحدر و كان الشغل المبذول ضد المقاومة ٥ × ١٠^٦ ث كجم ٠ م أوجد طول المنحدر و مقدار القوة و الشغل المبذول من الجاذبية و المقاومة لكل طن من الكتلة

٩ ـ جسم كتلته ١٤ كجم أثرت عليه قوة حركته من السكون مسافة ١٢ م فى خط عمل هذه القوة بعجلة منتظمة قدرها ٣.٥ م / ث^٢ أحسب الشغل المبذول بواسطة القوة بثقل الكجم

١٠ ـ إذا علم أن وزن أحد رجال المطافئ يساوى ٦٥ كجم أحسب المسافة التى يمكن أن يصعدها هذا الرجل على سلم رأسى عندما يبذل شغلاً مساوياً للشغل المبذول بواسطة وزنه و قدره ٧٦٤٤ جول

١١ ـ عربة كتلتها ١.٥ طن تتحرك على طريق مستقيم أفقى أستخدمت فرامله عندما كانت متحركة بسرعة ٦٣ كم / سـ فوقفت بعد أن قطعت مسافة ٥. ١٢ م أوجد مقدار مقاومة الفرامل بفرض أنها ثابتة و كذلك الشغل المبذول بواسطتها خلال هذه المسافة مقدرة بثقل الكجم

١٢ ـ قذف جسم كتلته ٤٠٠ جم رأسياً إلى أعلى بسرعة مقدارها ٧٠ م / ث أوجد الشغل المبذول بواسطة وزن هذا الجسم من بدء الحركة حتى وصوله إلى أقصى إرتفاع له و كذا خلال ٢٠ ثانية من بدء الحركة

١٣ ـ مستوى مائل أملس إرتفاعه ١٥٠ سم وضع جسم كتلته ٤٠ كجم عند قمته فإنزلق فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى حتى وصل إلى قاعدة المستوى أوجد الشغل المبذول من وزن الجسم خلال هذه المسافة

١٤ ـ سيارة كتلتها ١.٥ طن تتحرك فى إتجاه خط أكبر ميل إلى أعلى منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٣٠}$ و كان مقدار قوة محرك السيارة ١٣٠ ث كجم و مقاومة المستوى ٢٠ ث كجم لكل طن من كتلتها و الشغل المبذول من محصلة القوى المؤثرة على السيارة خلال قطعها مسافة ما = ٧٥٠٠ ث كجم ٠ م أحسب هذه المسافة ثم أوجد الشغل المبذول خلالها من قوة المحرك ، قوة المقاومة ، وزن السيارة

أحمد الشنتوري a_shantory٢٠٠٧@yahoo.com

القـــــدرة

تعريف :

القدرة هى المعدل الزمنى لبذل الشغل أو هى الشغل المبذول فى وحدة الزمن

أى أن : القدرة = $\frac{\text{ء ش}}{\text{ء ز}}$ و بالتالى : القدرة = ق × ع

ملاحظات :

* عندما يتحرك جسم بسرعة منتظمة أو بأقصى سرعة له فإن القدرة تكون ثابتة أى أن :
القدرة = ق × السرعة المنتظمة " أقصى سرعة له " التى يتحرك بها
* عندما يتحرك جسم بسرعة متغيرة فإن القدرة تكون متغيرة أى أن :
القدرة عند أى لحظة = ق × السرعة عند هذه اللحظة
* عندما تتحرك آلة على خط مستقيم فإن أقصى قدرة لها " قدرة الآلة " تكون عندما تتحرك بأقصى سرعة و هى السرعة المنتظمة و عندها يكون : قوة الآلة = المقاومات الكلية

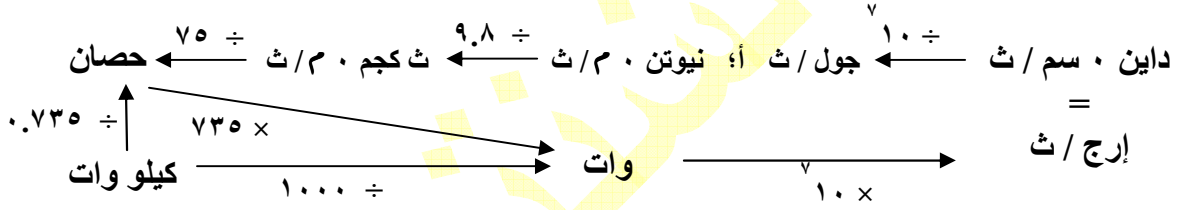
وحدات قياس القدرة :

وحدة قياس القدرة = وحدة قياس الشغل ÷ وحدة قياس الزمن أو
وحدة قياس القدرة = وحدة قياس مقدار القوة × وحدة قياس مقدار السرعة

* **الوحدات المطلقة :** إرج / ث = داين ٠ سم / ث أو جول / ث = نيوتن ٠ م / ث
* **الوحدات التثاقلية :** ث كجم ٠ م / ث
* **الوحدات العملية :** الحصان أو الوات أو الكيلو وات

حيث : ث كجم ٠ م / ث = ٩.٨ جول / ث ، الوات = جول / ث = ١٠^٧ إرج / ث
الحصان = ٧٥ ث كجم ٠ م / ث = ٧٣٥ وات = ٠.٧٣٥ كيلووات

العلاقة بين وحدات قياس القدرة :



أمثـــلة :

١ – سيارة كتلتها ١٢٠٠ كجم تسير على طريق أفقى بسرعة منتظمة ٩٠ كم / س ضد مقاومات تعادل ٠.٠٥ من وزن السيارة أوجد بالحصان قدرة محرك السيارة

الحـــــــــل

∵ السرعة منتظمة ∴ ق = م = ٠.٠٥ × ١٢٠٠ = ٦٠ ث كجم

∴ قدرة محرك السيارة = ق × ع = ٦٠ × ٩٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٥٠٠ ث كجم ٠ م / ث

= ١٥٠٠ ÷ ٧٥ = ٢٠ حصان

٢ – قاطرة تجر قطاراً كتلته هو القاطرة ١٠٠ طن ضد مقاومات تعادل ١٢ ث كجم لكل طن من الكتلة فإذا كانت أقصى قدرة للقاطرة هى ٨٠٠ حصان أوجد أقصى سرعة للقطار بالـ كم / س

الحـــــــــل

عند أقصى سرعة : ق = م = ١٢ × ١٠٠ ث كجم

∵ القدرة = ق × ع

∴ ٨٠٠ × ٧٥ = ١٢ × ١٠٠ × ع

∴ ع = ٥٠ م / ث = ٥٠ × $\frac{١٨}{٥}$ = ١٨٠ كم / س

٣ ـ أثرت قوة ثابتة $\vec{ق} = ٦\vec{س} + ٨\vec{ص}$ على جسم كتلته ٢ كجم و كان متجه إزاحة النقطة يعطى من العلاقة $ف = أ ر^{٢}\vec{س} + ب(ر - ر^{٢})\vec{ص}$ حيث القوة مقاسة بالنيوتن و الإزاحة بالمتر
أوجد قيمة كل من أ ، ب ثم أحسب القدرة عندما $ر = ٢$ ث

الحل

$\vec{ع} = \frac{ء\vec{ف}}{ء ر} = ٢أ ر\vec{س} + ب(١ - ٢ر)\vec{ص}$ ، $\vec{حـ} = \frac{ء\vec{ع}}{ء ر} = ٢أ\vec{س} - ٢ب\vec{ص}$

∵ $\vec{ق} = ك\vec{حـ}$ ∴ $٦\vec{س} + ٨\vec{ص} = ٢(٢أ\vec{س} - ٢ب\vec{ص})$

∴ أ = ١.٥ ، ب = - ٢

∴ $ش = \vec{ق} \odot ف = [٦\vec{س} + ٨\vec{ص}] \odot [١.٥ ر^{٢}\vec{س} - ٢(ر - ر^{٢})\vec{ص}]$

$= ٢٥ ر^{٢} - ١٦ ر$

∴ القدرة $= \frac{ء ش}{ء ر} = ٥٠ ر - ١٦$ ، عندما $ر = ٢$ ث ∴ القدرة = ٨٤ وات

٤ ـ تطير طائرة فى مسار أفقى تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعتها و كان مقدار المقاومة ٦٠٠ ث كجم عندما كانت سرعة الطائرة ٢٠٠ كم / س و كانت أقصى سرعة للطائرة هى ٣٠٠ كم / س
أوجد قدرة محركات الطائرة بالحصان

الحل

م $\hat{\infty}$ ع^{٢} ∴ $\frac{م_{١}}{م_{٢}} = \frac{ع_{١}^{٢}}{ع_{٢}^{٢}}$ ∴ $\frac{م_{١}}{٦٠٠} = \frac{(٢٠٠)^{٢}}{(٣٠٠)^{٢}}$

∴ $م_{١} = ١٣٥٠$ ث كجم عند أقصى سرعة $\vec{ق} = م$

∴ القدرة $= \frac{١٣٥٠ \times ٣٠٠}{٧٥} \times \frac{٥}{١٨} = ١٥٠٠$ حصان

٥ ـ قاطرة كتلتها ٦٠ طن تجر على مستوى أفقى و فى خط مستقيم قطاراً كتلته ٢٤٠ طن بسرعة ثابتة مقدارها ١٥ متر / ث و يمكنها أن تجر قطاراً كتلته ١٤٠ طن بنفس السرعة أعلى مستوى يميل على الأفقى بزاوية جيبها ٠.٠١ و فى إتجاه خط أكبر ميل أوجد بثقل الكجم مقدار المقاومة لكل طن بفرض أنها متساوية فى الحالتين ثم أوجد بالحصان قدرة القاطرة

الحل

بفرض أن المقاومة لكل طن = م ث كجم

∵ السرعة ثابتة " منتظمة " على الأفقى : ∴ $\vec{ق} = ٣٠٠ م$ (١)

و على المائل السرعة ثابتة أيضاً :

∴ $\vec{ق} = ٢٠٠ م + ك ء حا هـ = ٢٠٠ م + ٢٠٠ \times ١٠٠٠ \times ٠.٠١$

$= ٢٠٠ م + ٢٠٠٠$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج : م = ٢٠ ث كجم لكل طن

∴ $\vec{ق} = ٣٠٠ \times ٢٠ = ٦٠٠٠$ ث كجم

∴ القدرة $= (٦٠٠٠ \times ١٥) \div ٧٥ = ١٢٠٠$ حصان

تمـــــــــارين

١ ـ أثرت قوة ثابتة $\overrightarrow{ق}$ على جسيم و كان متجه إزاحته يعطى من كدالة فى الزمن العلاقة :
$\overrightarrow{ف} = ٤ (ن^{٢} + ٣ ن + ٢) \overrightarrow{س} - ٣ ن^{٢} \overrightarrow{ص}$ حيث معيار هذه القوة بالداين ، ف بالسم ، الزمن بالثانية و كان الشغل المبذول من هذه القوة خلال الثلاث ثوانى الأولى من الحركة = ٤٧٨٠ إرج و قدرة هذه القوة بعد ثانيتين من بدء تأثيرها = ١٥٢٠ إرج / ث أوجد معيار هذه القوة

٢ ـ قطار كتلته ٩٠ طن يتحرك على شريط أفقى بسرعة منتظمة ٦٠ كم / سـ ضد مقاومات ١٢ ث كجم لكل طن من الكتلة أحسب قدرة آلاته بالحصان

٣ ـ قطار كتلته ١٥٠ طن و قدرة آلاته ٤٨٠ حصان يتحرك أفقياً ضد مقاومات ١٢ ث كجم لكل طن من الكتلة أحسب أقصى سرعة له

٤ ـ يتحرك قطار كتلته ١٥٠ طن و قدرة آلاته ٣٩٢ كيلووات على شريط أفقى ضد مقاومات قدرها ٠.٠٢ من وزن القطار أوجد أقصى سرعة له

٥ ـ تتحرك سيارة كتلتها ٢ طن و قدرة آلاتها ٢٠ حصان على طريق أفقى يتناسب فيه مقاومة الطريق طردياً مع مقدار سرعة السيارة فإذا كانت أقصى سرعة للسيارة ٩٠ كم / سـ أوجد المقاومة لكل طن من الكتلة عندما تتحرك السيارة بسرعة ١٨ كم / سـ

٦ ـ بدأت سيارة كتلتها ٢٠ طن و قوة آلاتها نصف وزن طن فى التحرك من السكون فى خط مستقيم على أرض أفقية و كانت المقاومة لحركتها ٢٠ ث كجم لكل طن من الكتلة أوجد سرعتها بعد ٢٥٠ ث و قدرة آلاتها بالحصان عند هذه اللحظة

٧ ـ تتحرك شاحنة كتلتها ٢ طن و قدرة محركها ٢٠ حصان على طريق أفقى بأقصى سرعة ٨٠ كم / سـ أوجد مقاومة الطريق و إذا حملت بشحنة وزنها ٤٧٥ ث كجم ثم تحركت صاعدة على منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيب قياسها $\frac{١}{١٥}$ فما هى أقصى سرعة لها علماً بأن مقاومة المنحدر ضعف مقاومة الطريق الأفقى

٨ ـ سيارة نقل كتلتها ٣ طن حملت بحجارة كتلتها ٧ طن من قمة منجم أعلى منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيب قياسها ٠.٠١ و تحركت أسفل المنحدر بأقصى سرعة لها ٢٧ كم / سـ أوجد قدرة محركها علماً بأن المقاومة ٣٠ ث كجم لكل طن من الكتلة و إذا أفرغت حمولتها فأوجد أقصى سرعة تصعد بها أعلى المنحدر علماً بأن المقاومة ثابتة لكل طن

٩ ـ تسير سيارة كتلتها ٢.٧ طن على طريق أفقى بسرعة ثابتة قدرها ١٨ كم / سـ و عندما وصلت إلى منحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها ٠.٠٥ أوقف المحرك فتحركت السيارة إلى أسفل المنحدر بنفس سرعتها السابقة فى إتجاه خط أكبر ميل فإذا كانت النسبة بين مقدار مقاومة المنحدر لحركة السيارة إلى مقدار مقاومة الطريق الأفقى لها = ٣ : ٥ و كانت هاتين المقاومتين ثابتتين أوجد قدرة محرك السيارة التى يعمل بها على الطريق الأفقى بالحصان

١٠ ـ قطار كتلته ك طن يتحرك فى إتجاه خط أكبر ميل لمستو يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{٥}{١٣}$ صاعداً بأقصى سرعة له و قدرها ٣٦ كم / سـ ضد مقاومات قدرها ١٦ ث كجم لكل طن من الكتلة و بعد أن وصل القطار إلى قمة المستوى فصلت منه العربة الأخيرة و كتلتها ١٥ طن حيث هبط القطار على نفس المستوى بأقصى سرعة و قدرها ١٢ كم / سـ فإذا كانت المقاومة لكل طن ثابتة أوجد ك و قدرة محرك القطار

١١ ـ سيارة كتلتها ٤ طن و قدرة محركها ٣٢ حصان تصعد فى إتجاه خط أكبر ميل لمنحدر يميل على الأفقى بزاوية جيبها $\frac{١}{٤٠}$ بسرعة قصوى مقدارها ١٥ م / ث أوجد مقدار مقاومة المنحدر لحركة السيارة ثم أوجد مقدار أقصى سرعة تهبط بها السيارة على نفس المنحدر إذا علم أن مقدار المقاومات تتناسب مع مقدار هذه السرعات

الطـــــاقة

الطاقة هى مصدر شغل مبذول

* **طاقة الحركة " ط " :**

طاقة حركة جسيم هى نصف حاصل ضرب كتلته فى مربع سرعته

فإذا كانت كتلة الجسيم ك و معيار سرعته ع فإن : ط = ½ ك ع^{٢}

أيضاً : ط = ½ ك ($\overleftarrow{ع}$ ⊙ $\overleftarrow{ع}$)

و حدات قياس طاقة الحركة :

وحدة قياس طاقة الحركة هى نفس وحدة قياس الشغل " جول أو أرج "

ملاحظة :

معدل التغير الزمنى لطاقة حركة جسم = قدرة القوة المؤثرة عليه أى أن : $\frac{\text{ء ط}}{\text{ء ن}}$ = ق ع " القدرة "

* **مبدأ الشغل و طاقة الحركة :**

التغير فى طاقة جسيم عند إنتقاله من موضع إبتدائى إلى موضع نهائى يساوى الشغل المبذول بواسطة القوة المؤثرة عليه خلال الإزاحة بين هذين الموضعين

أى أن : ط – ط. = ش

حيث : ط. ، ط هما طاقتا الحركة عند الموضعين الإبتدائى و النهائى على الترتيب

، ش الشغل المبذول من محصلة القوى المؤثرة على الجسيم خلال الإزاحة بين الموضعين

نتائج و ملاحظات :

* يمكن التعبير عن مبدأ الشغل و الطاقة كالآتى : ½ ك (ع^{٢} – ع.^{٢}) = ق ف
* يراعى أن تكون الوحدات كالآتى :

ك " كجم " ، ع ، ع. " م / ث " ، ق " نيوتن " ، ف " متر "

ك " جم " ، ع ، ع. " سم / ث " ، ق " داين " ، ف " سم "

* إذا تحرك جسيم من وضع ثم عاد إلى نفس الموضع فإن طاقة حركته النهائية = طاقة حركته الإبتدائية

* **طاقة الوضع " ص " :**

طاقة الوضع لجسيم عند لحظة زمنية ما هى الشغل المبذول من القوة المؤثرة على الجسيم لو أنها حركته من الموضع الذى يحتله عند هذه اللحظة الزمنية إلى موضع آخر ثابت على الخط المستقيم الذى تحدث عليه الحركة و الذى يسمى نقطة الصفر لطاقة الوضع

أى أن : إذا كانت " و " نقطة الصفر لطاقة الوضع فإن :

ص م = ق م ⊙ $\overleftarrow{م و}$

م و

نتائج و ملاحظات :

* طاقة الوضع عند القطة " و " = صفر
* التغير فى طاقة الوضع لجسيم = – الشغل المبذول بواسطة القوة خلال الحركة

أى أن : ص – ص. = – ش

* مجموع طاقتى الحركة و الوضع يظل ثابتاً أثناء الحركة

أى أن : ط + ص = ط. + ص.

* طاقة الوضع لجسيم كتلته ك على إرتفاع ل من سطح الأرض = ك ء ل

" حيث : نقطة الصفر لطاقة الوضع تقع على سطح الأرض "

* طاقة الوضع لجسيم كتلته ك يتحرك على خط أكبر ميل لمستو أملس عندما يكون على إرتفاع ل من سطح الأرض = ك ء ل
* وحدات طاقة الوضع هى نفس وحدات الشغل و طاقة الحركة

أمثـلة :

١ ـ دراجة كتلتها ٨٠ كجم و طاقة حركتها ٥٠ ث كجم ٠ م أوجد مقدار سرعتها

الحل

∵ ط = ½ ك ع^{٢} ∴ ٥٠ × ٩.٨ = ½ × ٨٠ ع^{٢} ∴ ع = ٣.٥ م / ث

٢ ـ إذا كانت طاقة حركة جسم ٣٧٠ جم و سرعته $\overleftarrow{ع_{١}}$ = ٣٠ $\overleftarrow{س}$ + ٨٠ $\overleftarrow{ص}$ عند لحظة معينة تساوى طاقة حركة جسم آخر سرعته $\overleftarrow{ع_{٢}}$ = ٩ $\overleftarrow{س}$ + ١٧ $\overleftarrow{ص}$ عند نفس اللحظة أوجد كتلة الجسم الثانى علماً بأن

معيار السرعة يقاس بالمتر / ث

الحل

ع$_{١}^{٢}$ = ٩٠٠ + ٦٤٠٠ = ٧٣٠٠ ∴ ط$_{١}$ = ½ × ٠.٣٧ × ٧٣٠٠ (١)

، ع$_{٢}^{٢}$ = ٨١ + ٢٨٩ = ٣٧٠ ∴ ط$_{٢}$ = ½ × ك × ٣٧٠ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج : ك = ٧.٣ كجم

٣ ـ جسم متغير الكتلة يتحرك فى خط مستقيم و يتعين متجه الإزاحة بالعلاقة $\overleftarrow{ف}$ = (٥ ن + ٣) $\overleftarrow{ى}$ فإذا كانت ك = ½ ن + ٣ جم أحسب قدرة القوة المؤثرة على الجسم

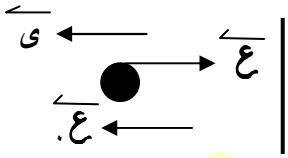
الحل

$\overleftarrow{ع}$ = $\frac{ء \overleftarrow{ف}}{ء ن}$ = ٥ $\overleftarrow{ى}$ ∴ ط = ½ ك ع^{٢} = ½ (½ ن + ٣) × ٢٥

∴ القدرة = $\frac{ء ط}{ء ن}$ = $\frac{٢٥}{٤}$ × ½ = ¼ ٦ وحدة قدرة

٤ ـ جسم كتلته ٧٥ جم يتحرك افقياً بسرعة ٤٠ سم / ث أصطدم بحائط رأسى فتغيرت كمية حركته نتيجة للتصادم بمقدار ٤٨٠٠ جم ٠ سم / ث أحسب التغير فى طاقة حركته نتيجة التصادم

الحل



∵ التغير فى كمية الحركة = ك (ع ـ ع.)

∴ ٤٨٠٠ = ٧٥ × [ع ـ (ـ ٤٠)] ∴ ع = ٢٤ سم / ث

∴ ط$_{١}$ = ½ × ٧٥ × ١٦٠٠ = ٦٠٠٠٠ إرج

، ط$_{٢}$ = ½ × ٧٥ × ٥٧٦ = ٢١٦٠٠ إرج

∴ التغير فى طاقة الحركة = ط$_{٢}$ ـ ط$_{١}$ = ٢١٦٠٠ ـ ٦٠٠٠٠ = ـ ٣٨٤٠٠ إرج

٥ ـ سيارة كتلتها ٢ طن تعطل محركها عندما كانت سرعتها ٧ م / ث فتحركت ضد مقاومات مقدارها ٢٠ ث كجم حتى سكنت أوجد طاقة الحركة السيارة التى فقدتها ثم أوجد المسافة التى تحركتها حتى سكنت

الحل

التغير فى طاقة الحركة = ½ ك (ع^{٢} ـ ع.^{٢}) = ½ × ٢ × ١٠٠٠ × (٠ ـ ٤٩) = ـ ٤٩٠٠٠ جول

∴ طاقة الحركة المفقودة = ٤٩٠٠٠ جول

∵ ط ـ ط. = ـ م ف ∴ ـ ٤٩٠٠٠ = ـ ٢٠ × ٩.٨ ف

∴ ف = ٢٥٠ متراً

٦ ـ كرتان ملساوتان كتلتاهما ١٠٠ ، ٢٠٠ جم تتحركان فى خط مستقيم فى إتجاهين متضادين تصادمتا عندما كانت سرعاتهما ٨ م / ث ، ١٢ م / ث على الترتيب أحسب طاقة الحركة المفقودة نتيجة التصادم إذا أرتدت الكرة الأولى عقب التصادم بسرعة ٢ م / ث

الحل

∵ ك١ ع١ + ك٢ ع٢ = ك١ ع١/ + ك٢ ع٢/

∴ ٠.١ × ٨ ـ ٠.٢ × ١٢ = ٠.١ × ٢ + ٠.٢ ع٢/

∴ ع٢/ = ـ ٧ م / ث و هى سرعة الكرة الثانية بعد التصادم

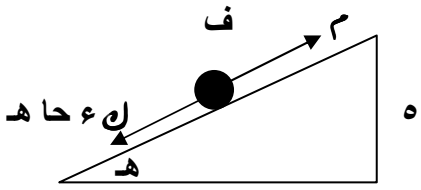
طاقة الحركة المفقودة = طاقة الحركة قبل التصادم ـ طاقة الحركة بعد التصادم

= [½ × ٠.١ × ٦٤ + ½ × ٠.٢ × ١٤٤] ـ [½ × ٠.١ × ٤ + ½ × ٠.٢ × ٤٩]

= ١٧.٦ ـ ٥.١ = ١٢.٥ جول

٧ ـ وضع جسم كتلته ٢٠ جم عند قمة مستوى مائل إرتفاعه ٥ متر فهبط من السكون فى إتجاه خط أكبر ميل حتى وصل إلى قاعدة المستوى بسرعة ٨ م / ث أحسب الشغل المبذول من قوة المقاومة

الحل



نفرض أن طول المستوى = ف متر

التغير فى طاقة الحركة = الشغل المبذول من محصلة القوى

∴ ط ـ ط. = ك ء ف ـ م ف

∴ ½ × ٠.٠٢ × ٦٤ ـ ٠ = ٠.٠٢ × ٩.٨ × ٥ ـ م ف

∴ م ف = ٠.٩٨ ـ ٠.٦٤ = ٠.٣٤ جول " تم حل هذا المثال بطريقة أخرى سابقاً "

٨ـ أنطلقت رصاصة كتلتها ٢٠ جم من بندقية طول ماسورتها متر واحد فإذا كانت قوة ضغط الغاز ١٦٠٠ نيوتن أوجد سرعة خروج الرصاصة و إذا أخترقت الرصاصة حاجز سمكه ١٥ سم و خرجت منه بسرعة ١٠٠ م / ث أوجد مقاومة الحاجز للرصاصة بالنيوتن

الحل

∵ ط ـ ط. = شـ ∴ ط ـ ط. = ق ف

∴ ½ × ٠.٠٢ × ع٢ ـ ٠ = ١٦٠٠ × ١ ∴ ع = ٤٠٠ م / ث

، ط ـ ط. = ـ م ف

∴ ½ × ٠.٠٢ × ١٠٠٠٠ ـ ½ × ٠.٠٢ × ١٦٠٠٠٠ = ـ م × ٠.١٥

∴ م = ١٠٠٠٠ نيوتن

٩ـ رفع جسم كتلته ٤ كجم من إرتفاع ٦٠ متراً إلى إرتفاع ١٠٠ متر عن سطح الأرض أوجد التغير فى طاقة وضعه

الحل

التغير فى طاقة الوضع = صـ ـ صـ.

= ٤ × ٩.٨ × ١٠٠ ـ ٤ × ٩.٨ × ٦٠

= ١٥٦٨ جول

١٠- أثرت القوة $\vec{ق} = ٨\vec{س} - ١٢\vec{ص}$ على جسيم فحركته من نقطة م (٣ ، – ٢) إلى النقطة ب (٧ ، ١) أحسب التغير فى كل من طاقة الحركة و طاقة الوضع أثناء الحركة

الحل

$\vec{ف} = (٧ ، ١) - (٣ ، -٢) = ٤\vec{س} + ٣\vec{ص}$

$ش = \vec{ق} \odot \vec{ف} = ٢٠ - ٣٦ = -١٦$ جول

∴ التغير فى طاقة الحركة = – ١٦ جول ، التغير فى طاقة الوضع = ١٦ جول

١١- مستوى مائل أملس قاعدته على سطح الأرض قذف جسم كتلته ٤٠٠ جم من أسفل نقطة للمستوى و بسرعة ١٤ م / ث لأعلى أوجد طاقة الوضع للجسم عندما تصبح سرعته ٣.٥ م / ث ثم أوجد إرتفاع الجسم عن سطح الأرض عندئذ

الحل

∵ ط – ط. = ص – ص.

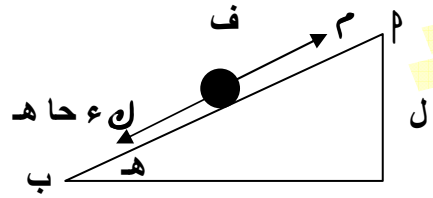
∴ $\frac{١}{٢} \times ٠.٤ \times (٣.٥)^{٢} - \frac{١}{٢} \times ٠.٤ \times (١٤)^{٢} = ٠ - ص$

∴ ص = ٣٦.٧٥ جول

∵ ص = ل ء ف ∴ ٣٦.٧٥ = ٠.٤ × ٩.٨ ف ∴ ف = ٩.٣٧٥ متر

١٢- مستوى مائل خشن قذف عليه من قاعدته جسم إلى أعلى فى إتجاه خط أكبر ميل فسكن بعد أن أكتسب طاقة وضع قدرها ٤٤١ ث كجم و عندما عاد الجسم إلى قاعدة المستوى كانت طاقة حركته تساوى ٣٥٧ ث كجم ٠ م أوجد طاقة حركة الجسم عند قذفه و إذا كان أقصى إرتفاع للجسم عن المستوى الأفقى المار بقاعدة المستوى هو ٢١٠ سم و كانت مقاومة الحركة ١٢ ث كجم أوجد ميل المستوى ، السرعة التى قذف بها

الحل



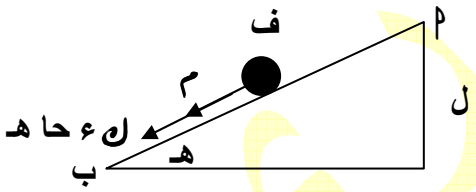
عند الهبوط " الجسم يسكن عند م "

ط ب – ط م = – ل ء حا هـ ف – م ف

ط ب – ٠ = ص م – ش م

∴ ش م = ص م – ط ب

= ٤٤١ – ٣٥٧ = ٨٤ ث كجم ٠ م



عند الهبوط :

ط م – ط ب = – – ل ء حا هـ ف – م ف

٠ – ط ب = – – ل ء حا هـ ف – م ف

∴ ط ب = ص م + ش م = ٤٤١ + ٨٤ = ٥٢٥ ث كجم ٠ م

∵ ش م = م ف ∴ ٨٤ × ٩.٨ = ١٢ × ٩.٨ ف

∴ ف = ٧ متر ∴ حا هـ = $\frac{٢.١}{٧}$ = ٠.٣

∵ ط م = ل ء ل ∴ ٤٤١ × ٩.٨ = ل × ٩.٨ × ٢.١

∴ ل = ٢١٠ كجم

∵ ط ب = $\frac{١}{٢}$ ل ع^{٢} ∴ ٥٢٥ × ٩.٨ = $\frac{١}{٢}$ × ٢١٠ ع^{٢}

∴ ع = ٧ م / ث و هى السرعة التى قذف بها

تمـــــــــارين

١ ـ جسم متغير الكتلة يتحرك فى خط مستقيم و يتعين متجه الموضع بالعلاقة $\overrightarrow{ر} = (٦ ن + ٧) \overrightarrow{ى}$ فإذا كانت ك = $\frac{٣}{٢}$ ن + ٥ جم أحسب قدرة القوة المؤثرة على الجسم

٢ ـ جسم كتلته ١٨ جم أحسب طاقة حركته عندما تكون سرعته هى : $\overrightarrow{ع} = ٧٥ \overrightarrow{س} + ٤٠ \overrightarrow{ص}$ و إذا كانت طاقة حركة هذا الجسم تساوى ضعف طاقة حركة جسم آخر كتلته ٢٨.٩ كجم أحسب مقدار سرعة الجسم الآخر علماً بأن معيار السرعة بالمتر / ث

٣ ـ يتحرك جسم فى خط مستقيم و متجه إزاحته $\overrightarrow{ف} = (ن^٢ + ٢ ن) \overrightarrow{س} + ٢ ن \overrightarrow{ص}$ " بالمتر ، ن بالثانية " أوجد كتلة الجسم إذا علم أن طاقة حركته عند ن = ١ هى ٤.٩ جول

٤ ـ يتحرك جسم ثابت الكتلة فى خط مستقيم فإذا كان مقدار كمية حركته فى لحظة ما = ١١٢ كجم ٠ م / ث و طاقة حركته عند نفس اللحظة = ٨٠ ث كجم ٠ م اوجد كتلة الجسم و مقدار سرعته عندئذ

٥ ـ أطلق مدفع مثبت قذيفة كتلتها ٥ كجم بسرعة مقدارها ٢٨٠ م / ث فى الإتجاه الأفقى نحو دبابة متحركة فى نفس الخط المستقيم بسرعة ٧٢ كم / س فأصابها أحسب طاقة حركة القذيفة بالنسبة للدبابة إذا كانت الدبابة تتحرك فى نفس إتجاه القذيفة

٦ ـ قذف جسم كتلته ٢٥٠ جم فى إتجاه خط أكبر ميل لمستو أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° إلى أعلى و بعد مرور ثانيتين وجد أن طاقة حركته = ١.٢٢٥ ث كجم ٠ م أوجد مقدار السرعة التى قذف بها و مقدار ما فقده من طاقة خلال هذه المدة

٧ ـ سقطت كرة كتلتها ٣٢٠ جم من إرتفاع ٨.١ متر عن سطح أرض أفقية فأصطدمت بسطحها ثم أرتدت رأسياً إلى أعلى مسافة ٣.٦ متر قبل أن تسكن أحسب طاقة حركة الكرة لحظة وصولها إلى سطح الأرض و كذلك لحظة مغادرتها لسطح الأرض و من ثم أحسب التغير فى طاقة حركتها نتيجة التصادم

٨ ـ كرة كتلتها ١٠ كجم تتحرك فى خط مستقيم أفقى بسرعة ٥ م / ث صدمت كرة أخرى كتلتها ٢٠ كجم تتحرك فى نفس الخط المستقيم و فى إتجاه مضاد لإتجاه الكرة الأولى بسرعة ٧ م / ث فإذا تحركت الكرتان كجسم واحد أوجد مقدار السرعة المشتركة لهما بعد التصادم و طاقة الحركة المفقودة نتيجة التصادم

٩ ـ تتحرك كرة كتلتها ٦ جم فى خط مستقيم بسرعة منتظمة قدرها ١٠ سم / ث و بعد ثانيتين من مرورها بموضع معين تحركت كرة أخرى كتلتها ٥ جم من هذا الموضع فى نفس إتجاه الكرة الأولى بسرعة إبتدائية ١ سم / ث و عجلة منتظمة ١ سم / ث^٢ أثبت أن الكرتان تصطدمان و إذا كونت الكرتان بعد التصادم جسماً واحداً عين مقدار سرعته بعد التصادم مباشرة و أوجد طاقة الحركة المفقودة نتيجة التصادم

١٠ ـ أطلقت قذيفة كتلتها ٢ كجم بسرعة ٢١٠ م / ث على هدف مكون من طبقتين الأولى سمكها ٤ سم و الثانية سمكها ٦ سم فأخترقت الأولى و أسترات فى الثانية فإذا كانت مقاومة الأولى ٥٠ ث طن و مقاومة الثانية ١٢٥ ث طن أوجد المسافة التى غاصتها الرصاصة فى الطبقة الثانية

١١ ـ وضع جسم كتلته ٥٠٠ جم عند قمة مستوى مائل ترتفع عن قاعدته ١.٥ متر فهبط على المستوى من السكون حتى وصل إلى قاعدة المستوى بسرعة ١ م / ث أوجد الشغل الذى بذلته المقاومة بفرض أنها ثابتة

١٢ ـ يهبط جسم من السكون على خط أكبر ميل لمستو أملس مائل طوله ٢٥ متر و إرتفاعه ١٠ أمتار فإذا بدأ الجسم من أعلى نقطة فى المستوى أوجد سرعته عندما يصل إلى قاعدة المستوى

١٣ ـ يهبط جسم من السكون على خط أكبر ميل لمستو أملس مائل طوله ١٦ متر و إرتفاعه ٥ أمتار فإذا بدأ الجسم من أعلى نقطة فى المستوى أوجد طاقة حركته عندما يصل إلى قاعدة المستوى إذا علم أن كتلته ٨٠ كجم و مقدار مقاومة حركته ١٢.٥ ث كجم

١٤ ـ دراجة تتحرك على طريق أفقى مستقيم من السكون بعجلة منتظمة و بعد أن قطع بها الراكب مسافة ٣٢٠ متراً مستخدماً ساقيه فى تحريكها أصبحت طاقة حركة الدراجة و الراكب معاً ١٦٠٠ ث كجم ٠ م و عندئذ أوقف الراكب حركة ساقيه فأصبحت طاقة حركتهما ١١٥٠ ث كجم ٠ م بعد قطع مسافة ١٥٠ متراً أخرى أحسب مقدار القوة المحركة للدراجة و مقدار المقاومة لها بفرض ثبوت كل منهما

١٥ ـ جسم موضوع عند قمة مستو مائل يصنع زاوية قياسها ٣٠° مع الأفقى فإذا كان طول المستوى ١٨ متر و ترك الجسم لينزلق فى إتجاه خط أكبر ميل للمستوى و أصبحت طاقة حركته عند قاعدة المستوى ٤.٤١ ث كجم ٠ م و أستمر الجسم بعد ذلك فى الحركة على مستوى أفقى تحت تأثير نفس مقاومة المستوى المائل ثم سكن بعد أن قطع مسافة ٥٠ سم على المستوى الأفقى فإذا علم أن الجسم فقد $\frac{3}{4}$ طاقة حركته عند إنتقاله من المستوى المائل إلى المستوى الأفقى أحسب مقدار المقاومة و كتلة الجسم

١٦ ـ سقط جسم كتلته ٥٠ كجم من إرتفاع ٤٠ متر عن سطح أرض رخوة فغاص فيها مسافة ٨٠ سم حتى سكن أوجد مقاومة الأرض لحركته بفرض أنها ثابتة بوحدة ث كجم

١٧ ـ سقط جسم كتلته ٢٥٠ جم من إرتفاع ٢٠ متر أوجد بالجول طاقة وضعه بعد أن يقطع ٨ أمتار

١٨ ـ هبط جسم كتلته ٢ كجم مسافة ٥٠ سم على خط أكبر ميل لمستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية جيبها ٠.٢ أحسب التغير فى طاقة وضعه

١٩ ـ أثرت القوة $\overrightarrow{ق} = ٧\overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ص}$ على جسم فحركته من موضع لآخر فى ثانيتين و كان متجه الموضع يتعين من العلاقة $\overrightarrow{ر} = (٢ن^{٢} + ٣)\overrightarrow{س} + (٣ن^{٢} + ١)\overrightarrow{ص}$ أحسب التغير فى طاقة الوضع حيث معيار $\overrightarrow{ق}$ بالنيوتن ، معيار $\overrightarrow{ر}$ بالمتر و الزمن بالثانية

٢٠ ـ قذف جسم كتلته ٢ كجم رأسياً لأعلى بسرعة ٤٩ م / ث و بعد فترة زمنية أصبحت طاقة حركته ٨٨.٢ ث كجم ٠ م أوجد طاقة وضعه عندئذ و الزمن اللازم لذلك

٢١ ـ ولد كتلته ٤٥ كجم يصعد من الطابق الثالث إلى الطابق العاشر مستخدماً مصعد كهربائى أحسب طاقة الوضع المكتسبة إذا علم أن إرتفاع الطابق يساوى ٣ أمتار

٢٢ ـ رجل كتلته ٧٠ كجم يصعد على مستوى مائل فى إتجاه خط أكبر ميل بسرعة منتظمة ٠.٩ كم / س مبتدءاً من قاعدة المستوى ليصل إلى قمة المستوى بعد دقيقتين فإذا كانت طاقة وضعه عند قمة المستوى ١٠٥٠ ث كجم ٠ م أوجد قياس زاوية ميل المستوى

٢٣ ـ جسم كتلته ٥ كجم قذف بسرعة ٥.٦ م / ث إلى أعلى مستوى مائل خشن إلى إرتفاع ١٠٠ سم أوجد الشغل المبذول ضد المقاومة ثم أوجد طاقة حركة الجسم عندما يعود إلى نقطة القذف و من ذلك أوجد سرعة الجسم عند تلك النقطة إذا كانت المسافة التى قطعها على المستوى ١٥٠ سم أوجد مقدار قوة المقاومة

٢٤ ـ ترك صندوق ينزلق من قمة مستوى مائل على خط أكبر ميل طوله ٢٠٠ متر و يميل على الأفقى بزاوية جيبها ٠.١ و ينتهى بمستوى أفقى عند قاعدته فإذا كان الصندوق يفقد نصف سرعته عند إنتقاله من المستوى المائل إلى المستوى الأفقى و مقدار المقاومة على كل من المستويين ثابتة و تساوى $\frac{1}{4}$ من وزن الصندوق أوجد المسافة التى يتحركها الصندوق على المستوى الأفقى قبل أن يسكن

٢٥ ـ بندول بسيط يتكون من خيط طوله ١٨٠ سم و يحمل فى طرفه جسم كتلته ٤٠٠ جم الزاوية بين وضع البندول عند بداية المسار و وضعه عند منتصف المسار ٦٠° أوجد طاقة الوضع المفقودة نتيجة إنتقال الجسم من بداية المسار إلى منتصفه ثم أوجد سرعة الجسم عند منتصف المسار