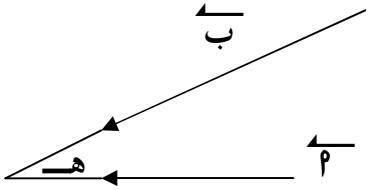
الضرب القياسى والضرب الإتجاهى

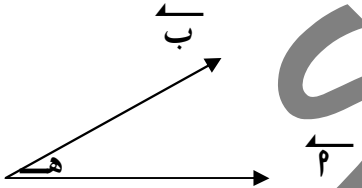
أولاً الضرب القياسى

تعريف :

اذا كان $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ متجهين غير صفريين فإن حاصل الضرب القياسى لهذين المتجهين يعرف كالآتى

$\overleftarrow{أ} \odot \overleftarrow{ب}$ = أ ب جتا هـ حيث هـ = قياس الزاوية بين المتجهين عندما يرسمان خارجين (من)أو داخلين (فى)نقطة واحدة



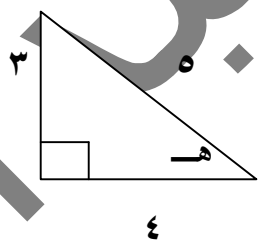


مثال :

اذا كان $||\overleftarrow{أ}||$ = ٥ ، $||\overleftarrow{ب}||$ = ٨ حيث $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ متجهان يحصران بينهما زاوية جيبها $\frac{3}{5}$

فاوجد $\overleftarrow{أ} \odot \overleftarrow{ب}$

الحل



جاهـ = $\frac{3}{5}$ ∴ جتاهـ = $\frac{4}{5}$

$\overleftarrow{أ} \odot \overleftarrow{ب}$ = ٥ × ٨ × $\frac{4}{5}$ = ٣٢

تعريف : اذا كان $\overleftarrow{أ}$ = $أ_1 \overleftarrow{س}$ + $أ_2 \overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ب}$ = $ب_1 \overleftarrow{س}$ + $ب_2 \overleftarrow{ص}$ فإن

$\overleftarrow{أ} \odot \overleftarrow{ب}$ = $أ_1 ب_1$ + $أ_2 ب_2$

مثال : اذا كان $\overleftarrow{أ}$ = ٣$\overleftarrow{س}$ ـ ٤ $\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ب}$ = ٢ $\overleftarrow{س}$ + $\overleftarrow{ص}$ فاوجد $\overleftarrow{أ} \odot \overleftarrow{ب}$

الحل:

$\overleftarrow{أ} \odot \overleftarrow{ب}$ = ٦ ـ ٤ = ٢

غازى عبد الله

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ملاحظات هامة:

١ - $\overleftarrow{أ} \odot \overleftarrow{ب} = \overleftarrow{ب} \odot \overleftarrow{أ}$

٢ - $\overleftarrow{أ} \odot \overleftarrow{ب} = ٠$ اذا كان

أولاً: $\overleftarrow{أ} = \overleftarrow{٠}$ أو $\overleftarrow{ب} = \overleftarrow{٠}$ أو $\overleftarrow{أ} = \overleftarrow{ب} = \overleftarrow{٠}$

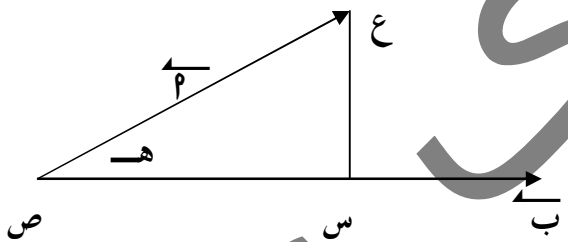
ثانياً: $\overleftarrow{أ} \perp \overleftarrow{ب}$

٣ - اذا كان $\overleftarrow{أ} \neq \overleftarrow{٠}$] $\overleftarrow{ب}$ فإن

أولاً: $\overleftarrow{أ} \odot \overleftarrow{ب} = -١$ ثانياً: $\overleftarrow{أ} = ك \overleftarrow{ب}$ حيث ك ثابت

٤ - المسقط الجبرى للمتجه $\overleftarrow{أ}$ (المركبة الجبرية) فى اتجاه المتجه $\overleftarrow{ب}$ $= ||\overleftarrow{أ}|| \text{ جتاهـ} = \dfrac{\overleftarrow{أ} \odot \overleftarrow{ب}}{||\overleftarrow{ب}||}$

$= س ص$



٥ - مركبة $\overleftarrow{أ}$ فى اتجاه $\overleftarrow{ب} = \dfrac{\overleftarrow{أ} \odot \overleftarrow{ب}}{||\overleftarrow{ب}||^{٢}} \overleftarrow{ب}$

مثال: اذا كان $\overleftarrow{أ} = ٢ \overleftarrow{س} - ٣ \overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ب} = ٣ \overleftarrow{س} + ٤ \overleftarrow{ص}$ فاوجد المركبة الجبرية للمتجه $\overleftarrow{أ}$ فى اتجاه المتجه $\overleftarrow{ب}$

الحل

المركبة الجبرية للمتجه $\overleftarrow{أ}$ فى اتجاه المتجه $\overleftarrow{ب} = \dfrac{٦ - ١٢}{[٩ + ١٦]^{\frac{١}{٢}}} \overleftarrow{ب} = -\dfrac{٦}{٥} \overleftarrow{ب}$

مثال: أ ب ج د مستطيل فيه أ ب = ٣٠سم ، ب ج = ٤٠ سم ٠ أوجد

أولاً: $\overleftarrow{أ ب} \odot \overleftarrow{أ د}$ ثانياً: $\overleftarrow{أ ب} \odot \overleftarrow{أ ج}$ ثالثاً: $\overleftarrow{أ ب} \odot \overleftarrow{ب د}$

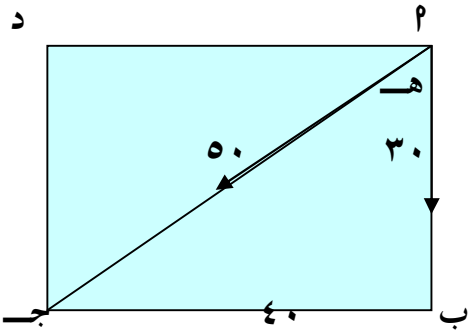
رابعاً: المسقط الجبرى للمتجه $\overleftarrow{أ ب}$ فى اتجاه المتجه $\overleftarrow{أ ج}$

خامساً: $\overleftarrow{أ ب} \odot \overleftarrow{د ج}$ سادساً: $\overleftarrow{أ د} \odot \overleftarrow{ج ب}$

غازي عبدالله

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الحل :

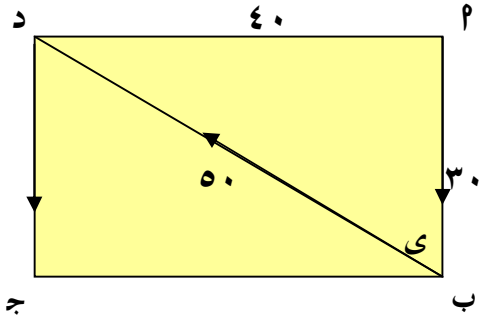


أولاً: $\overleftarrow{أ ب} \odot \overleftarrow{أ د} = 0$ (متعامدان)

ثانياً: $\overleftarrow{أ ب} \odot \overleftarrow{أ جـ} = أ ب \times أ جـ$ جتا هـ

$= ٣٠ \times ٥٠ \times \frac{\#}{٥} = ٩٠٠$

ثالثاً: $\overleftarrow{أ ب} \odot \overleftarrow{ب د} = -$ أ ب × ب د × جتا ى



$= - ٣٠ \times ٥٠ \times \frac{\#}{٥} = - ٩٠٠$

رابعاً: المسقط الجبرى للمتجه $\overleftarrow{أ ب}$ فى اتجاه المتجه $\overleftarrow{أ جـ} = || \overleftarrow{أ ب} ||$ × جتا هـ = ٣٠ × $\frac{\#}{٥}$ = ١٨

خامساً: $\overleftarrow{أ ب} \odot \overleftarrow{د جـ} = ١$ (متوازيان وفى اتجاه واحد)

سادساً: $\overleftarrow{أ د} \odot \overleftarrow{جـ ب} = - ١$ (متوازيان وفى اتجاهين متضادين)

تمارين

١ - اذا كان $\overleftarrow{أ} = ٤ \overleftarrow{س} - ٣ \overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ب} = \overleftarrow{س} + \overleftarrow{ص}$ فاوجد

أولاً: المسقط الجبرى للمتجه $\overleftarrow{أ}$ فى اتجاه $\overleftarrow{ب}$ ثانياً: مركبة $\overleftarrow{أ}$ فى اتجاه $\overleftarrow{ب}$

الجواب [١/ [٢| ، $\frac{١}{٢} \overleftarrow{س} + \frac{١}{٢} \overleftarrow{ص}$]

٢ - اذا كان هـ قياس الزاوية بين $\overleftarrow{أ}$ ، $\overleftarrow{ب}$ عند رسمهما خارجين من نقطة واحدة حيث ظا هـ = $\frac{٥}{١٢}$

، $|| \overleftarrow{أ} || = ١٢$ ، $|| \overleftarrow{ب} || = ١٣$ فاوجد $\overleftarrow{أ} \odot \overleftarrow{ب}$

الجواب [١٤٤]

٣ - أ ب جـ د مربع طول ضلعه ١٢سم ٠ أوجد كلاً من

أولاً: $\overleftarrow{أ ب} \odot \overleftarrow{ب جـ}$ ثانياً: $\overleftarrow{أ ب} \odot \overleftarrow{جـ أ}$ ثالثاً: $\overleftarrow{أ د} \odot \overleftarrow{ب جـ}$

رابعاً: المسقط الجبرى للمتجه $\overleftarrow{جـ د}$ فى اتجاه $\overleftarrow{جـ أ}$

خامساً:المسقط الجبرى للمتجه $\overleftarrow{أ د}$ فى اتجاه المتجه $\overleftarrow{جـ أ}$

الجواب [٠ ، - ١٤٤ ، ١٤٤ ، ٦ [٢| ، - ٦ [٢|]

غازى عبدالله

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com