الفصل الخامس :

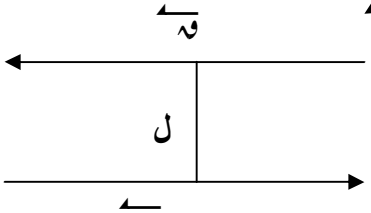
الإزدواج

تعريف الإزدواج:

هو مجموعة مكونة من قوتين لهما الخواص الآتية:

١- متساويتان فى المقدار	٢- متضادتان فى الإتجاه	٣ - لا يجمعهما خط عمل واحد

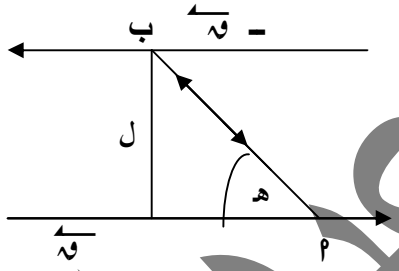
- ذراع الإزدواج : (ل)
هو البعد العمودى بين خطى عمل القوتين



- عزم الإزدواج :
- هو مجموع عزمى قوتى الإزدواج بالنسبة لأى نقطة اختيارية
- هو متجه ثابت لا يعتمد على النقطة التى ينسب اليها العزم

ويساوى عزم احدى القوتين بالنسبة لأى نقطة على خط عمل القوة الأخرى

$\overleftarrow{ج} = \overleftarrow{ب أ} \times \overleftarrow{ق} = \overleftarrow{أ ب} \times (-\overleftarrow{ق})$

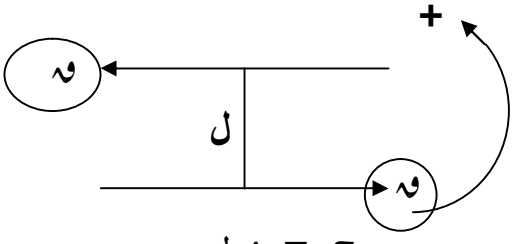


$||\overleftarrow{ج}|| = ق \times أ ب \times جا هـ = ق ل$

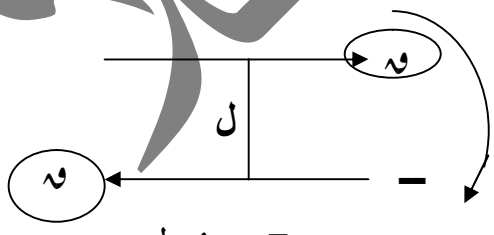
القياس الجبرى لعزم الإزدواج [عزم الإزدواج]:

يكون القياس الجبرى لعزم الإزدواج موجباً اذا كان كل من قوتيه تعملان على الدوران ضد اتجاه حركة عقارب الساعة

ويكون سالباً اذا كان كل من قوتيه تعملان على الدوران مع اتجاه حركة عقارب الساعة



ج = ق ل



ج = - ق ل

الإزدواج المحصل : هو مجموع أى عدد من الإزدواجات المستوية

فإذا أثر فى جسم الإزدواجات $\overleftarrow{ج_1}$ ، $\overleftarrow{ج_2}$ ، $\overleftarrow{ج_3}$ ، ٠٠٠٠ $\overleftarrow{ج_ن}$ فإن الإزدواج المحصل

يساوى $[\overleftarrow{ج_1} + \overleftarrow{ج_2} + \overleftarrow{ج_3} + ٠٠٠٠ + \overleftarrow{ج_ن}]$

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

قواعد هامة:

ý اذا كان $\overleftarrow{ج_1}$ ، $\overleftarrow{ج_2}$ عزمى ازدواجين مستويين فإن

١ - الإزدواجين متكافئان اذا كان $\overleftarrow{ج_1} = \overleftarrow{ج_2}$ أو $ج_1 = ج_2$

٢ - الإزدواجين متزنان اذا كان $\overleftarrow{ج_1} = -\overleftarrow{ج_2}$ أو $ج_1 = -ج_2$

ملحوظة :

١ - الإزدواج لايتزن الا مع ازدواج آخر

٢ - الإزدواج لايكافىء إلا ازدواج آخر

قاعدة :

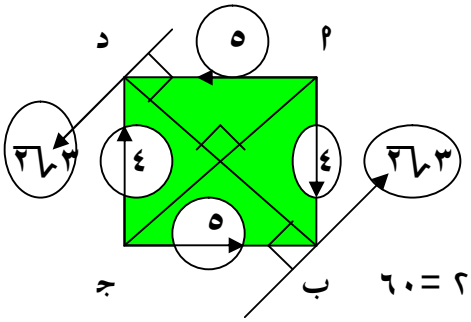
اذا أثرت ثلاث قوى مستوية فى جسم متماسك ومثلها تمثيلاً تاماً [بمقياس رسم م] أضلاع مثلث مأخوذه فى ترتيب دورى واحد فإن مجموعة القوى تكافئ ازدواجاً معيار عزمه يساوى

٢ × مساحة المثلث / م	حيث م =	طول المتجه الممثل للقوة / معيار القوة

تعمم هذه القاعدة لأى مضلع مقفل

أمثلة محلولة:

١ - ﺃ ب جـ د مربع طول ضلعه ١٠سم ، أثرت قوى مقاديرها ٤ ، ٥ ، ٤ ، ٥ نيوتن فى $\overleftarrow{ﺃ ب}$ ، $\overleftarrow{ب جـ}$ ، $\overleftarrow{جـ د}$ ، $\overleftarrow{د ﺃ}$ على الترتيب ، كما أثرت فى النقطتين ب ، د قوتان مقدارهما ٣ [٢] ، ٣ [٢] نيوتن فى اتجاهى $\overleftarrow{ب ﺃ}$ ، $\overleftarrow{ﺃ جـ}$ اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً واوجد معيار عزمهثم اوجد مقدار واتجاه قوتين تؤثران فى ﺃ ، جـ وتوازيان $\overleftrightarrow{ب د}$ حتى تتزن مع المجموعة



ب د = $\sqrt{(|١٠|)^2 + (|٢|)^2 + 2(|١٠|)(|٢|)}$ = ١٠ [٢] سم

القوتان (٤ ، ٤) تكونان ازدواجاً عزمه $ج_1 = -٤ \times ١٠ = -٤٠$

القوتان (٥ ، ٥) تكونان ازدواجً عزمه $ج_2 = ٥ \times ١٠ = ٥٠$

القوتان (٣ [٢] ، ٣ [٢]) تكونان ازدواجاً عزمه $ج_3 = ٣ [٢] \times ١٠ [٢] = ٦٠$

∴ المجموعة تكافئ ازدواجاً عزمه $ج = -٤٠ + ٥٠ + ٦٠ = ٧٠$ نيوتن ٠سم ومعياره = ٧٠

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

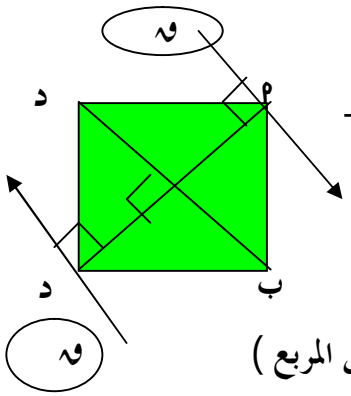
ثانياً: ∵ الإزدواج لايتزن الا مع ازدواج آخر

∴ القوتان عند ﻫ ، جـ تكونان ازدواجاً عزمه جـ

جـ = ــ ج = ٧٠ [عكس عزم المجموعة]

أى تعملان على الدوران مع حركة عقارب الساعة

كما بالشكل



∵ القوتان توازيان $\overleftrightarrow{ب د}$ ، ∵ ﻫ جـ ⊥ ب د (من خواص المربع)

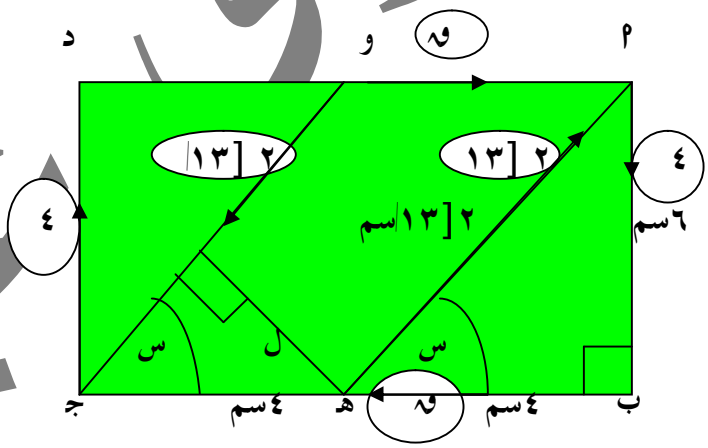
∴ القوتان عموديتان على ﻫ جـ

∵ ﻫ جـ = ب د = ١٠√٢ سم

∴ ﻫ × ١٠√٢ = ٧٠ ∴ ﻫ = ٥√٢ نيوتن

---

٢ - ﻫ ب جـ د مستطيل فيه ﻫ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم ، النقطتان هـ ، و منتصفا ب جـ ، ﻫ د على الترتيب أثرت قوى مقاديرها ٤، ﻫ، ٢√١٣ ، ٤، ﻫ ، ٢√١٣ نيوتن فى $\overleftarrow{ﻫ ب}$ ، $\overleftarrow{ب جـ}$ ، $\overleftarrow{هـ ﻫ}$ ، $\overleftarrow{جـ د}$ ، $\overleftarrow{د ﻫ}$ ،و $\overleftarrow{جـ}$ على الترتيب ، احسب ﻫ لكى تكافئ المجموعة ازدواجاً معيارعزمه ٢٠نيوتن ٠سم ويعمل على الدوران فى الإتجاه ﻫ ب جـ د



ﻫ هـ = [(٤)(٢) + (٦)(٢)] = ٢√١٣

ل = هـ جـ جا س = ٤ × $\frac{\text{ﻫ ب}}{\text{ﻫ هـ}}$ = ٤ × $\frac{٦}{٢\sqrt{١٣}}$ = $\frac{١٢}{\sqrt{١٣}}$

القوتان (٤ ، ٤) تكونان ازدواجاً عزمه جـ١ = ــ ٤ × ٨ = ــ ٣٢

القوتان (ﻫ، ﻫ) تكونان ازدواجاً عزمه جـ٢ = ــ ﻫ × ٦ = ــ ٦ ﻫ

القوتان (٢√١٣ ، ٢√١٣) تكونان ازدواجاً عزمه جـ٣ = ٢√١٣ × ل = ٢٤

∴ المجموعة تكافئ ازدواجاً عزمه جـ = ــ٣٢ ــ ٦ ﻫ + ٢٤ = ــ ٦ ﻫــ ٨

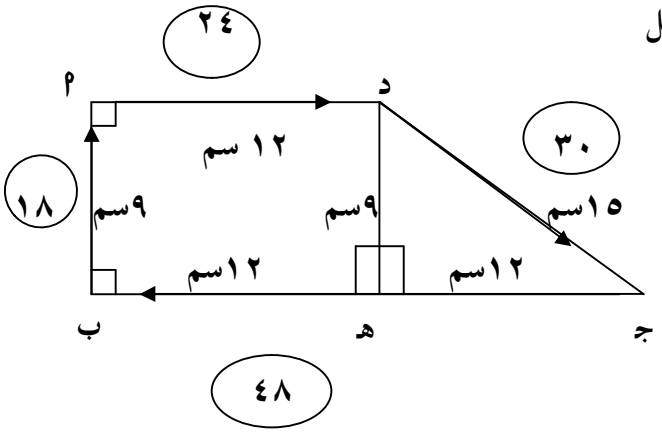
∵ المجموعة تكافئ ازدواجاً عزمه = ــ ٢٠ [لأنه يعمل على الدوران فى الإتجاه ﻫ ب جـ د]

∴ ــ ٦ ﻫــ ٨ = ــ ٢٠ ∴ ﻫ = ٢ نيوتن

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

٣- ﻫ ب ج د شبه منحرف فيه ﻫ د // ب ج ، ق (< ب) = ٩٠° ، ﻫ ب = ٩سم ، ب ج = ٢٤سم ، ﻫ د = ١٢سم أثرت قوى مقاديرها ٤٨، ١٨، ٢٤، ٣٠ نيوتن فى $\overleftarrow{ج ب}$ ، $\overleftarrow{ب ﻫ}$ ، $\overleftarrow{ﻫ د}$ ، $\overleftarrow{د ج}$ ، على الترتيب ٠ اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً واوجد معيار عزمه

الحل



نرسم د هـ ⊥ ب ج

من هندسة الشكل : الشكل ﻫ ب هـ د مستطيل ، ﻫ ب = د هـ = ٩سم ، ب هـ = د ﻫ = ١٢سم

فى المثلث د هـ ج : د ج = $\sqrt{١٤٤ + ٨١}$ = ١٥سم

∴ $\frac{ب ﻫ}{١٨} = \frac{ﻫ د}{٢٤} = \frac{د ج}{٣٠} = \frac{ج ب}{٤٨} = \frac{١}{٢}$

∴ القوى ممثلة تمثيلاً تاماً بأضلاع الشكل ﻫ د ج ب بمقياس رسم م = $\frac{١}{٩}$ وفى ترتيب دورى واحد

∴ المجموعة تكافئ ازدواج عزمه = ـــ $\frac{٢ \times \text{مساحة الشكل ﻫ د ج ب}}{م}$

= ـــ $\frac{٢ \times \frac{١}{٩} [١٢ + ٢٤] \times ٩}{\frac{١}{٩}}$

= ـــ ٦٤٨ نيوتن ٠ سم

ومعياره = ٦٤٨ نيوتن ٠ سم

٤- ﻫ ب ج د شكل رباعى فيه ﻫ ب = ٨ سم ، ب ج = ٦سم ، ج د = د ﻫ = ١٣سم ، ق (< ﻫ ب ج) = ٩٠°

أثرت قوى مقاديرها ٤ ، ٣ ، ٦,٥ ، ٦,٥ نيوتن فى $\overleftarrow{ﻫ ب}$ ، $\overleftarrow{ب ج}$ ، $\overleftarrow{ج د}$ ، $\overleftarrow{د ﻫ}$ على الترتيب ٠ اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً واوجد معيار عزمه ٠ ثم أوجد مقدار كل من القوتين اللتين تؤثران فى النقطتين ب ، د فى اتجاهى $\overleftarrow{ج ﻫ}$ ، $\overleftarrow{ﻫ ج}$ حتى تتزن المجموعة

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

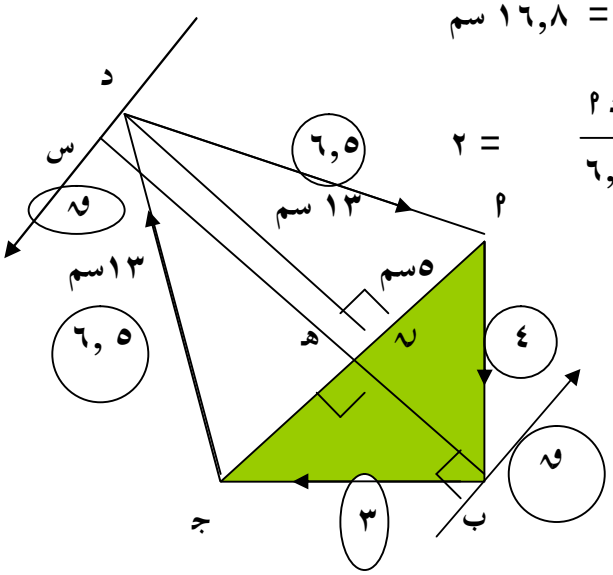
فى المثلث أ ب جـ

أ جـ = $\sqrt{(٦)^٢ + (٨)^٢}$ = ١٠ سم ، بـهـ = $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = ٤,٨ سم

فى المثلث أ د جـ :

أ د = جـ د ، د نـ ⊥ أ جـ ∴ أ نـ = جـ نـ = $\frac{١}{٢}$ أ جـ = ٥سم ، د نـ = $\sqrt{(٥)^٢ + (١٢)^٢}$ = ١٣سم

ب س = بـهـ + هـ س = بـهـ + د نـ = ٤,٨ + ١٢ = ١٦,٨ سم



$\frac{\text{أ ب}}{٤} = \frac{\text{ب جـ}}{٣} = \frac{\text{جـ د}}{٦,٥} = \frac{\text{د أ}}{٦,٥} = ٢$

∴ القوى ممثلة تمثيلاً تاماً بأضلاع الشكل أ ب جـ د

بمقياس رسم م = ٢ وفى ترتيب دورى واحد

∴ المجموعة تكافئ ازدواجاً عزمه = $\frac{\text{٢× مساحة الشكل أ ب جـ د}}{\text{م = ٢}}$

∴ مساحة الشكل أ ب جـ د = مساحة المثلث أ ب جـ + مساحة المثلث أ جـ د

= $\frac{١}{٢}$ × ٨×٦ + ٥ × ١٢ = ٨٤ سم٢

∴ عزم الإزدواج = ـــ ٨٤ نيوتن ٠سم

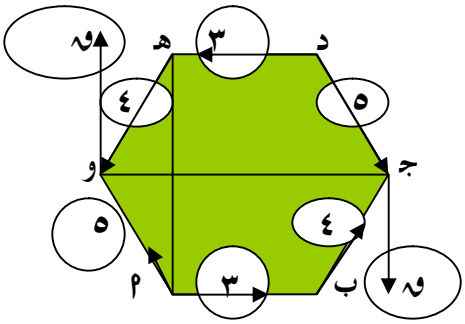
∵ الإزدواج لايتزن الا مع ازدواج ∴ القوتان عند ب ، د تكونان ازدواج عزمه = ٨٤ ومقدار كل منهما = ق

∴ ق × ب س = ٨٤ أى ق × ١٦,٨ = ٨٤ ∴ ق = ٥ نيوتن

٥- أ ب جـ د هـ و مسدس منتظم طول ضلعه ١٠سم ٠ أثرت قوى مقاديرها ٣، ٤ ، ٥ ، ٣ ، ٤ ، ٥ نيوتن فى

$\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{د جـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{د هـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{هـ و}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ و}}$ ٠ اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً واوجد القياس الجبرى لعزمه ٠ ثم أوجد مقدار واتجاه قوتين تؤثران فى جـ ، و عموديتين على جـ و حتى تتزن المجموعة

[البعد بين كل قوتين = طول وتر المسدس= ١٠ [٣ اسم]



المجموعة تكافئ ازدواجاً القياس الجبر ى لعزمه هو ج حيث

ج = ـــ٥× ١٠ [٣ | + ٣×١٠ [٣ | + ٤× ١٠ [٣ | = ٢٠ [٣ |

، القوتان عند جـ ، و تكونان ازدواج عزمة = ـــ ٢٠ [٣ |

ومقدار كل منهما = ق فى اتجاهى $\overleftarrow{\text{هـ أ}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ هـ}}$ كما بالشكل

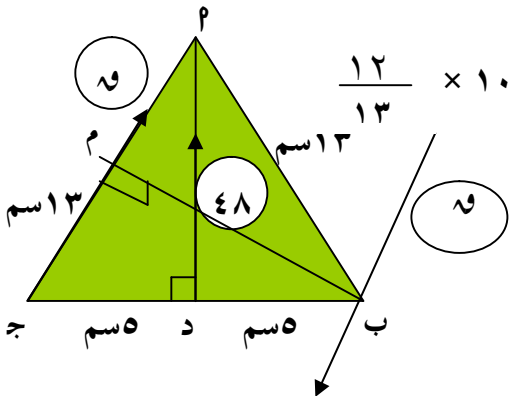
∵ ق × ٢٠ = ٢٠ [٣ | ∴ ق= [٣ | ث جم [حيث جـ و = طول قطر المسدس = ٢× طول الضلع =٢٠سم]

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

٦٤

٦- ﻫ ب جـ مثلث فيه ﻫ ب = ﻫ جـ = ١٣سم ، ب جـ = ١٠سم ، د منتصف ب جـ ٠ أثرت قوى مقاديرها ٥٢ ، ٢٠ ، ٤٨ ث جم فى $\overleftarrow{ﻫ ب}$ ، $\overleftarrow{ب د}$ ، $\overleftarrow{د ﻫ}$ على الترتيب ٠ اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً واوجد معيار عزمة ٠ ثم أوجد مقدار كل من القوتين اللتين تؤثر احداهما فى $\overleftarrow{جـ ﻫ}$ ، الأخرى تؤثر عند ب فى اتجاه $\overleftarrow{ﻫ جـ}$ وتكونان ازدواجاً يكافئ الإزدواج السابق

الحل



ﻫ د = [(١٣)٢ ـــــ (٥)٢]٢ = ١٢سم ، ب م = ب جـ جا جـ = ١٠ × $\frac{١٢}{١٣}$

$\frac{١٣}{٥٢}$ = $\frac{١٢}{٤٨}$ = $\frac{٥}{٢٠}$ = $\frac{١}{٤}$

∴ القوى ممثلة تمثيلاً تاماً باضلاع المثلث ﻫ ب جـ بمقياس رسم $\frac{١}{٤}$ ومأخوذه فى ترتيب دورى واحد

∴ المجموعة تكافئ ازدواج معيار عزمه = $\frac{\text{٢× مساحة المثلث ﻫ ب جـ}}{\text{مقياس الرسم}}$ = $\frac{٢ \times \frac{١}{٢} \times ٥ \times ١٢}{\frac{١}{٤}}$

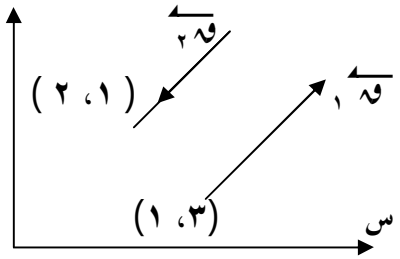
= ٢٤٠ ث جم ٠ سم

القوتان (ق٥ ، ق٥) تكونان ازدواجاً معيار عزمه = ٢٤٠

∴ ق٥ × ب م = ٢٤٠ ∴ ق٥ × $\frac{١٢٠}{١٣}$ = ٢٤٠ ∴ ق٥ = ٢٦ ث جم

٧- اذا كانت $\overleftarrow{ق_١}$ ، $\overleftarrow{ق_٢}$ قوتين ازدواج وكانت $\overleftarrow{ق_١}$ = ٣$\overleftarrow{س}$ + ٤$\overleftarrow{ص}$ وتؤثر فى النقطة ﻫ = (٣ ، ١) ، $\overleftarrow{ق_٢}$ تؤثر فى نقطة ب = (١ ، ٢) ٠ أوجد قيمة عزم هذا الإزدواج والبعد بين قوتيه

الحل



$\overleftarrow{ق_٢}$ = ـــ $\overleftarrow{ق_١}$ = ـــ ٣$\overleftarrow{س}$ ـــ ٤$\overleftarrow{ص}$

||$\overleftarrow{ق_٢}$|| = [٦|١|+|٩|] = ٥

$\overleftarrow{ج}$ = ب$\overleftarrow{ﻫ}$ × $\overleftarrow{ق_١}$ = (٢ ، ١) × (٣ ، ٤) = ١١ $\overleftarrow{ع}$

∵ ||$\overleftarrow{ج}$|| = ق٥ × ل

∴ ٥ × ل = ١١ ∴ ل = $\frac{١١}{٥}$ وحدة طول؛

٨- ﻫ ب قضيب منتظم طوله ٦٠سم ووزنه ١٨ نيوتن يمكنه الدوران بسهولة حول مسمار أفقى ثابت يمر بثقب صغير فى القضيب عند نقطة جـ من القضيب حيث ﻫ جـ = ١٥سم ٠ فاذا استند القضيب على نضد أفقى بطرفه ب وشد الطرف ﻫ بحبل أفقى حتى أصبح رد فعل النضد مساوياً وزن القضيب ٠أوجد الشد فى الحبل ورد فعل المسمار علماً بأن القضيب يتزن فى وضع يميل فيه على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠°

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

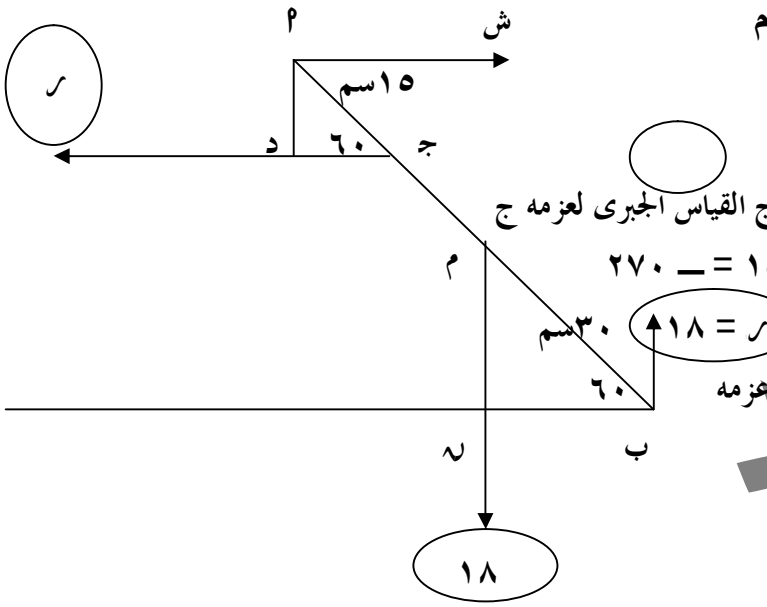
٦٥

الحل

ب م = ½ ا ب = ٣٠سم

ب ن = ½ ب م = ½ × ٣٠ = ١٥سم

ا د = ا جـ جا ٦٠ = ١٥ جا ٦٠



∴ القوتان (١٨ ، ١٨) تكونان ازدواج القياس الجبرى لعزمه ج

∴ ج = ـــ ١٨ × ب ن = ـــ١٨×١٥ = ـــ ٢٧٠

∵ المجموعة متزنة

∴ القوتان (ش ، ر) تكونان ازدواج عزمه

ج = ٢٧٠نيوتن . سم

ش × ا د = ٢٧٠

∴ ش × ١٥ جا ٦٠ = ٢٧٠

∴ ش = ر = ١٢ [٣ | نيوتن

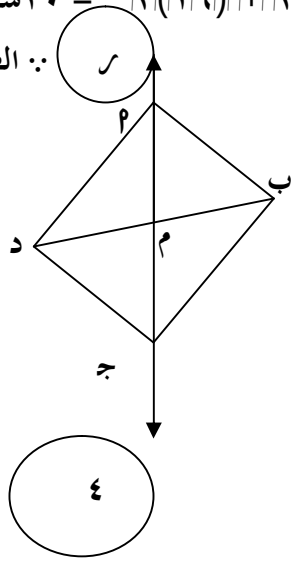
٩- ا ب جـ د صفيحة رقيقة على شكل مستطيل فيه ا ب = ١٢سم ، ب جـ = ١٦سم ووزنها ٤ ث جم ويؤثر فى مركز المستطيل م علقت الصفيحة تعليقاً حراً فلى مسمار صغير بالقرب من الرأس ا فاتزنت الصفيحة فى مستوى رأسى أوجد الضغط على المسمار م واذا أثر على الصفيحة ازدواج معيار عزمه ٢٠ [٢ | ث جم. سم واتجاهه عمودى على مستوى الصفيحة فاوجد زاوية ميل ا جـ | على الرأسى فى وضع التوازن

الحل

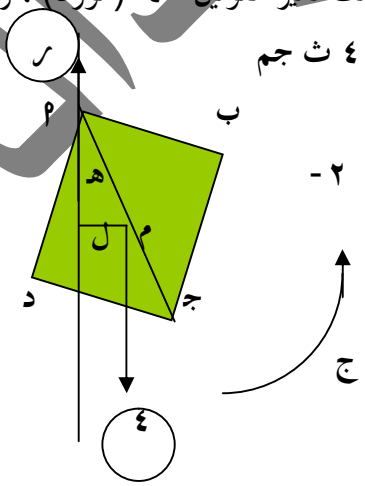
ا جـ = [(١٢|٢)|(١٢|٢)+|(١٦|٢)|(١٦|٢)| = ٢٠سم ، ا م = ١٠سم

∵ الصفيحة متزنة تحت تأثير القوتين ٤ (الوزن) ، رد فعل المسمار(ر)

∴ ر = ٤ ث جم



١-



٢-

ثانياً: فى حالة التأثير بازدواج تكون الصفيحة متزنة تحت تأثير الإزدواج المعلوم ، القوتين ٤ ، ر [شكل ٢]

∴ القوتين ٤ ، ر تكونان ازدواج معيار عزمه = ٢٠ [٢ | ، ر = ٤ ث جم

٤×ل = ٢٠ [٢ | ∴ ٤× ا م جا هـ = ٢٠ [٢ | ∴ جا هـ = ١ / ٢] ∴ هـ = ٤٥°

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تمارين عامة

١- ﻫ ب جـ د مستطيل فيه ﻫ ب = ٦سم ، ب جـ = ٤سم ، س ، ص منتصفا ﻫ بـ ، جـ دـ ٠ أثرت قوى مقاديرها ٢٠، ١٥ ، ٢٠، ١٥ ، ١٠ ، ١٠ ث جم فى ﻫ ب ، جـ ب ، جـ د ، ﻫ د ، د س ، ب ص على الترتيب ٠ اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً واوجد معيار عزمه الجواب [١٤ ث جم ٠ سم]

٢-ﻫ ب جـ د معين طول ضلعه ١٢سم ، ق(∠ ﻫ ب جـ) = ٦٠° ٠ أثرت قوى مقاديرها ٤، ٦ ، ٤ ، ٦ ث جم فى ﻫ ب ، ب جـ ، جـ د ، د ﻫ على الترتيب ٠ اثبت أن المجموعة تكافئازدواجاً واوجد معيار عزمة ٠ثم اوجد القوتين اللتين تؤثران فى ب ، د عموديتان على ب دـ بحيث تكافئ المجموعة السابقة الجواب [٦٠ [٣ ث جم٠سم ، ق = ٥ ث جم]

٣- ﻫ ب جـ د مستطيل فيه ﻫ ب = ٥٠سم ، ب جـ = ١٢٠سم ، أثرت قوى مقاديرها٢٥، ١٠، ٢٥ ، ١٠ ث جم فى ب ﻫ ، ب جـ ، د جـ ، د ﻫ على الترتيب ٠ أثبت أن هذه المجموعة تكافئ ازدواج واوجد عزمة ثم اوجد مقدار كلٍ من القوتين اللتين تؤثران فى ﻫ ،جـ عموديتان على ﻫ جـ حتى تتزن المجموعة الجواب[٢٥٠٠ث جم ٠سم ،ق=١٣/٢٥٠]

٤- ﻫ ب جـ د مستطيل فيه ﻫ ب = ٩سم ، ب جـ = ٢٤سم ، هـ ، و منتصفا ب جـ ، ﻫ دـ ٠ أثرت قوى مقاديرها ٢٧ ،٧٢، ٤٥، ٣٦ نيوتن فى ﻫ ب ، ب جـ ، جـ و ، و ﻫ على الترتيب ٠اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً واوجد معيار عزمه ثم اوجد القوتين اللتين تؤثران فى هـ ﻫ ، و جـ حتى تتزن المجموعة الجواب [٩٧٢ ، ١٣٥]

٥-ﻫ ب جـ مثلث فيه ﻫ ب = ﻫ جـ = ١٣سم ، ب جـ =٢٤سم ٠ أثرت قوى مقاديرها ٣٩ ، ٧٢ ، ٣٩ نيوتن فى ﻫ ب ، ب جـ ، جـ ﻫ على الترتيب ٠ اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً واوجد معيار عزمهثم اوجد القوتين اللتين تؤثران فى ب ، جـ عموديتين على ب جـ حتى تتزن المجموعة الجواب [٣٦٠ ، ١٥]

٦- ﻫ ب جـ د شبه منحرف فيه ﻫ دـ] ب جـ ،ق(∠ ﻫب جـ) = ٩٠° ،ﻫب = ٨سم ، ب جـ = ١٧سم ،ﻫ د = ١١سم أثرت قوى مقاديرها٢٢، ١٦ ، ٣٤ ، ٢٠ ث جم فى د ﻫ ، ﻫ ب ، ب جـ ، جـ د على الترتيب ٠ اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً واوجد معيار عزمهواوجد مقدار كلٍ من القوتين اللتين تؤثران فى ﻫ د ، جـ ب حتى تتزن المجموعة الجواب [٤٤٨ ث جم ٠سم ، ق = ٥٦ ث جم]

٧- ﻫ ب جـ دمتوازى أضلاع فيه ﻫ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم ، ق(∠ ﻫ) = ٦٠° ٠أثرت قوى مقاديرها ٦، ٩، ٦، ٩، نيوتن فى ﻫ ب ، جـ ب ، جـ د ، ﻫ د على الترتيب ٠أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً واوجد معيار عزمه الجواب [٣ [٣ نيوتن ٠سم]

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

٨- ﻫ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ﻫ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم ، د ∈ ب جـ حيث جـ د = ٢سم ٠ أثرت قوى
مقاديرها ٢، ١ ، ٥ ، ٥ [٢ | نيوتن فى $\overleftarrow{ﻫ ب}$ ، $\overleftarrow{ب جـ}$ ، $\overleftarrow{ﻫ جـ}$ ، $\overleftarrow{د ﻫ}$ على الترتيب ٠ اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً واوجد معيار عزمه الجواب [٦ نيوتن ٠ سم]

٩- صفيحة على شكل مثلث متساوى الأضلاع طول ارتفاعه ١٥ سم ، ووزنها ١٥٠ ث جم ٠ علقت من الرأس ﻫ تعليقاً حراً أثر على الصفيحة ازدواج معيار عزمه ٧٥٠ ث جم ٠سم عمودى على مستوى الصفيحة ٠اوجد ميل ﻫ ب على الرأسى فى حالة التوازن الجواب [٦٠° ، ﻫ جـ تنطبق على الرأسى]

١٠- ﻫ ب قضيب منتظم طوله ٥٠ سم ووزنه ٢٠ نيوتن يؤثر فى منتصفه ٠يتحرك فى مستوى رأسى حول مفصل ثابت عند طرفه ﻫ ٠ أثر على القضيب ازدواج معيار عزمه ٢٥٠ نيوتن ٠سم عمودى على مستوى القضيب اوجد مقدار رد فعل المفصل وزاوية ميل القضيب على الرأسى فى حالة التوازن [٢٠ نيوتن ، ٣٠° أو ١٥٠°]

١١- ﻫ ب جـ د متوازى أضلاع فيه ﻫ ب = ٤سم ، ب جـ = ٨سم ، ﻫ (∠ ب) = ٦٠° ، هـ منتصف ب جـ ، و منتصف ﻫ د ٠ أثرت قوى مقاديرها ١٢ ، ١٦ ، ﻫ، ك ، ١٦ ، ١٢ ث جم فى $\overleftarrow{ﻫ ب}$ ، $\overleftarrow{ب جـ}$ ، $\overleftarrow{هـ ﻫ}$ ،$\overleftarrow{و جـ}$ ، $\overleftarrow{ﻫ د}$ ، $\overleftarrow{جـ د}$ على الترتيب ٠أوجد قيمة ﻫ، ك حتى تتزن المجموعة [ﻫ = ك = ٨ ث جم]

١٢- ﻫ ب جـ د شبه منحرف فيه ﻫ د = ٣سم] ب جـ ،ﻫ (∠ ﻫ) = ٩٠° ،ﻫ ب = ٦سم ،ب جـ = ٩سم ، ﻫ د = ٣سم أثرت قوى مقاديرها ﻫ ، ك ، ر ، ٣٠ نيوتن فى $\overleftarrow{ﻫ د}$ ، $\overleftarrow{د جـ}$ ، $\overleftarrow{جـ ب}$ ، $\overleftarrow{ب ﻫ}$ على الترتيب فاذا كانت المجموعة تكافئ ازدواجاً معيار عزمه ٣٦٠ نيوتن ٠ سم فى الإ تجاه د جـ ب ﻫ فاوجد مقدار كلٍ من ﻫ ، ك ، ر
الجواب [١٥ ، ٣٠ [٢ | ، ٤٥ نيوتن]

١٣- ﻫ ب جـ صفيحة منتظمة على شكل مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ٣٠ [٣ | سم ووزنها ٥٠ ث جم ٠ علقت الصفيحة فى مسمار فى ثقب صغير بالقرب من الرأس ﻫ ٠ أثر على الصفيحة ازدواج عمودى على مستوى الصفيحة فاتزنت عندما كان ﻫ ب أفقياً ٠ أوجد معيار عزم الإزدواج الجواب [٧٥٠ [٣ | ث جم ٠ سم]

١٤- ﻫ ب جـ د صفيحة منتظمة مربعة الشكل طول ضلعها ٥٠ سم ووزنها ٣٠٠ ث جم علقت فى مسمار صغير بالقرب من الرأ س ﻫ بحيث كان مستواها رأسياً ٠ اثر عليها ازدواج معيار عزمة ٧٥٠٠ ث جم ٠سم عمودياً على مستويها ٠ أوجد ميل ﻫ جـ على الرأسى فى وضع التوازن الجواب [٤٥° أو ١٣٥°]

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

١٥- ﻫ ب ، جـ د وتران متوازيان فى دائرة م طول قطرها ٥٠ سم ، وفى جهتين مختلفتين من المركز م ، و كان ﻫ ب = ٤٠سم ، جـ د = ٣٠سم ٠أثرت القوتان ٣٥ ، ٣٥ نيوتن فى $\overleftarrow{ﻫ ب}$ ، $\overleftarrow{د جـ}$ ٠ أوجد عزم الإزدواج المكون من هاتين القوتين الجواب[١٢٢٥ نيوتن ٠ سم]

١٦- ﻫ ب جـ د مستطيل فيه ﻫ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨ سم ٠ أثرت قوى مقاديرها ٢٤ ،١٢ ، ٢٤ ، ١٢ نيوتن فى $\overleftarrow{ﻫ ب}$ ، $\overleftarrow{جـ ب}$ ، $\overleftarrow{جـ د}$ ، $\overleftarrow{ﻫ د}$ على الترتيب ٠ اثبت أن المجموعة تكافئ ازدواج واوجد معيار عزمه ثم اوجد مقدار كلٍ من القوتين اللتين تؤثران فى ب ، د وتوازيان ﻫ جـ حتى تتزن المجموعة [الجواب ١٢٠ نيوتن ٠سم ، ٩٦ نيوتن]

١٧- ﻫ ب جـ صفيحة منتظمة على شكل مثلث قائم الزاوية فى ب ووزنها ١٤ ث جم ، ﻫ ب = ١٢سم ، ﻫجـ = ١٧سم علقت فى مسمار صغير بالقرب من ﻫ بحيث كان مستواها رأسياً ٠أثر على الصفيحة ازدواج فاتزنت عندما كان ﻫ ب رأسياً ٠ اوجد رد فعل المسمار وعزم الإزدواج [الجواب : ١٤ ث جم ، ٧٠ ث جم ٠ سم]

غازى عبدالله

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com