امتحانات للصف الثالث الثانوى

التفاضل والتكامل

طبقا لمواصفات الورقة الامتحانية

٢٠٠٨

نماذج الامتحانات ١ النموذج الأول

أولا : أجب عن السؤال الآتى :

١ - (أ) أوجد : ∫ (جتا^{٢}س – جاس) . دس ، ∫ س^{٩} (١ - $\frac{١}{س}$)^{٩} . دس

(ب) إذا كانت (١ ، ٢) نقطة انقلاب لمنحنى الدالة د حيث د(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢}

أولا : عين كلا من الثابتين أ ، ب

ثانيا : عين القيم العظمى والصغرى المحلية لمنحنى الدالة .

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

٢ - (أ) إذا كانت د(س) = $\begin{cases} س^{٢} & ، \quad س \geq ٢ \\ أس + ٢ & ، \quad س < ٢ \end{cases}$

متصلة عند س = ٢ فأوجد قيمة أ ، ثم ابحث قابلية الاشتقاق عند س = ٢

(ب) إذا كان ميل المماس لمنحنى الدالة ص = د(س) عند أى نقطة عليه يساوى $\frac{١ - س}{٢ص - ٢}$ فأوجد معادلة هذا المنحنى إذا علم أنه يمر بالنقطة (١ ، ١) .

---

٣ - (أ) إذا كانت : د(س) = $\begin{cases} \frac{جا^{٢} ٢س}{٢س^{٢}} & ، \quad س > ٠ \\ جتا\frac{س}{٢} + ١ & ، \quad س < ٠ \end{cases}$

ابحث وجود $\lim_{س \to ٠}$ د(س)

(ب) أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة د حيث د(س) = س^{٣} – ١٢س + ١٠ فى الفترة [- ٣ ، ٦]

---

٤ - (أ) أوجد معادلة العمودى للمنحنى ص = س جتا٢س + جاس عند نقطة الأصل .

(ب) مكعب يتمدد بالحرارة فيزداد طول حرفه بمعدل ٠,٠١ سم / ث ، فإذا كان معدل تغير حجمه عند لحظة ما ٠,٧٥ سم^{٣}/ث . أوجد :

أولا : طول ضلع المكعب عند هذه اللحظة .

ثانيا : معدل تغير المساحة الكلية للمكعب عند هذه اللحظة .

٥ - (أ) إذا كان ص = $\sqrt{س} + \frac{١}{\sqrt{س}}$ حيث س > ٠ فاثبت أن :

$$٤ س^{٣} \left(\frac{ء ص}{ء س}\right)^{٢} = (س - ١)^{٢}$$

(ب) أ ب حـ ء مستطيل فيه أ ب = $٨\sqrt{٢}$ سم ، ب حـ = ٨ سم ، رسم $\overleftarrow{أ هـ}$ فقطع $\overline{حـ ء}$ فى و ، $\overleftarrow{ب حـ}$ فى هـ . أوجد قياس (∠ ب أ هـ) عندما يكون مجموع مساحتى سطحى المثلثين أ ء و ، و حـ هـ أصغر ما يمكن .

نماذج الامتحانات ٢ النموذج الثانى

أولا : أجب عن السؤال الآتى :

١ - (أ) أوجد : $\int$ جا(٢س - ٣) جتا(٢س - ٣) ء س ،

$$\int \frac{(س - ١)}{\sqrt[٣]{(س^{٢} - ٢س + ١)^{٢}}} \, ء س$$

(ب) أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة د حيث :

$$د(س) = \begin{cases} ٢س + ٣ & ، \quad س < ١ \\ س^{٢} + ٤ & ، \quad س \geq ١ \end{cases}$$ فى الفترة [- ٢ ، ٢]

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

٢ - (أ) إذا كانت الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} ٣س + ١ & ، \quad س \geq ١ \\ س^{٢} + أ & ، \quad س < ١ \end{cases}$

متصلة عند س = ١ فأوجد قيمة الثابت أ ثم ابحث قابلية اشتقاق الدالة عند س = ١ .

(ب) إذا كانت النقطة (٠ ، ١) تقع على المنحنى ص = د(س) وكان ميل المماس له عند أى نقطة عليه (س ، ص) يساوى ٣(س^{٢} - ٢س - ٨) فأوجد معادلة المنحنى ثم عين مناطق تحدبه إلى أعلى وإلى أسفل .

---

٣ - إذا علم أن د$''$(س) = ٦ (س - ١) عند كل نقطة من نقط منحنى الدالة ص = د(س) وكان المنحنى يمر بالنقطة (٣ ، ١) وله قيمة صغرى محلية عند س = ٢ فأوجد :

أولا : معادلة المنحنى مع رسم الشكل العام له .
ثانيا : معادلة العمودى عليه عند النقطة الواقعة عليه والتى عندها س = ٠

---

٤ - (أ) إذا كانت ٢ص^{٣} = ٣س^{٢} فاثبت أن :

$$ص \frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} + ٢ \left(\frac{د ص}{د س} \right)^{٢} = \frac{١}{ص}$$

(ب) مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه ل يراد قطع مستطيل منه بحيث يقع رأسان منه على قاعدة المثلث ويقع كل من الرأسين الباقيين على احد ساقى المثلث . أوجد بعدى المستطيل لتكون مساحة سطحه أكبر ما يمكن .

---

٥ - (أ) إذا كانت د(س) = $\begin{cases} \frac{جا ٨ س}{س} & ، \quad س > ٠ \\ ٧ + جتا ٥س & ، \quad س \leq ٠ \end{cases}$

فابحث وجود نهـــــا د(س)
س ← ٠

(ب) يرتفع بالون رأسيا بسرعة ثابتة مقدارها ١٥ متر / ث وعندما كان البالون على ارتفاع ٩٠ متر مرت تحته سيارة مباشرة وواصلت سيرها فى خط مستقيم بسرعة ثابتة مقدارها ٢٥ متر / ث . أوجد المعدل الذى تزداد به المسافة بين السيارة والبالون بعد ثانيتين من مرور السيارة تحت البالون .

نماذج الامتحانات ٣ النموذج الثالث

أولا : أجب عن السؤال الآتى :

١ - (أ) أوجد : $\int_{-٢}^{٥} (٤س^{٢} - ٤س + ١)^{٢}$ د س ،
$\int (جاس - جتاس)^{٢}$. د س

(ب) أوجد قيمتى الثابتين أ ، ب بحيث يكون للمنحنى ص = س^{٣} + أ س^{٢} + ب س نقطة انقلاب عند النقطة (٣ ، - ٩) .

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

٢ - (أ) إذا كانت الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} \frac{١}{٤}(س + ٣) & ، \quad س < ١ \\ \frac{٤}{٣س + ١} & ، \quad س > ١ \end{cases}$

فابحث وجود $\lim_{س \to ٠}$ د(س)

(ب) إذا كان المستقيم ٦س – ص = ٠ يمس المنحنى ص = ٣$س^{٢}$ + حـ فأوجد إحداثى نقطة التماس وكذلك قيمة حـ .

---

٣ - (أ) إذا كان س + ص = جاس + جتاص فاثبت أن :

$$(١ + جاص) \frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} + جتاص \left(\frac{د ص}{د س}\right)^{٢} + جاس = ٠$$

(ب) إذا كان ميل المماس لمنحنى يتعين بالعلاقة $\frac{د ص}{د س}$ = ٣$س^{٢}$ – ٢س .

أولا : أوجد معادلة هذا المنحنى علما بأنه يمر بالنقطة (١ ، ٠)

ثانيا : القيم العظمى والصغرى المحلية للمنحنى .

---

٤ - (أ) إذا كانت الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} س^{٢} + ١ & ، \quad س \geq ٢ \\ أ س + ١ & ، \quad س < ٢ \end{cases}$

متصلة عند س = ٢ فأوجد قيمة أ ، ثم ابحث قابلية اشتقاق الدالة عند س = ٢

(ب) يضخ الماء فى حوض فارغ طوله ١٢٠ سم بمعدل ٦٠ سم^{٣} / ث ، المقطع القائم للحوض على شكل مثلث متساوى الساقين رأسه إلى أسفل وارتفاعه يساوى ٣٠ سم وطول قاعدته ٣٠ سم . أوجد المعدل الذى يرتفع به الماء فى الحوض عندما يكون ارتفاع الماء ١٠ سم .

---

٥ - (أ) إذا كانت د(س) = $س^{٢} + \frac{أ}{س}$ فعين قيمة أ بحيث يكون لمنحنى الدالة د نقطة حرجة عند س = ٢ ، ثم اوجد القيم العظمى المطلقة والصغرى المطلقة فى الفترة [١ ، ٣] .

(ب) يراد صنع صندوقا من الخشب بغطاء وقاعدته مربعة وسعته ٢٧ متراً مكعباً أوجد أبعاد الصندوق لتكون مساحة الخشب المستخدم فى صناعته أقل ما يمكن

نماذج الامتحانات ٤ النموذج الرابع

أولا : أجب عن السؤال الآتى :

١ - (أ) أوجد : $\int \frac{٣س + ٩}{\sqrt{س + ٣}}$ د س ، $\int$ (قاس − ٢جتاس)^{٢} د س

(ب) إذا كان ص = س^{٢}(س − ٣) فأوجد القيم العظمى والصغرى المحلية ونقط الانقلاب إن وجدت .

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

٢ - (أ) إذا كانت د(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٣} - ٨}{س - ٢} & ، \ س < ٢ \\ ١٨ - ٣س & ، \ س > ٢ \end{cases}$

فابحث وجود $\lim_{س \to ٢}$ د(س)

(ب) أوجد معادلتى المماسين للمنحنى ص = س + $\frac{١}{س}$ اللذين يوازيان المستقيم

٣س + ص − ٥ = ٠

---

٣ - (أ) إذا كانت س^{٢} = ٢ع − ٣ ، ص = ٢ع^{٢} − ١ فاثبت أن :

س . $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ − ٣ $\frac{د ص}{د س}$ + ١٢س = ٠

(ب) إذا كان ميل العمودى للمنحنى ص = د(س) عند أى نقطة عليه (س ، ص) هو ٢ص قتا(− س) . أوجد معادلة المنحنى علماً بأنه يمر بالنقطة ($\frac{ط}{٢}$ ، ١)

٤ - (أ) إذا كانت د(س) = $\begin{cases} أ\ س^{٣} + ب\ س & ، \quad س \geq ١ \\ أ - س & ، \quad س < ١ \end{cases}$

قابلة للاشتقاق عند س = ١ فأوجد قيمتى أ ، ب .

(ب) وقف رجل على صخرة على شاطئ بحر ترتفع ٥ أمتار عن مستوى الماء ، بدأ الرجل فى جذب قارب بواسطة حبل مربوط فى خطافة بسرعة ٤ م/ث فبأى سرعة يقترب القارب من قاعدة الصخرة عندما يكون القارب على بعد ١٢ مترا منها .

---

٥ - (أ) إذا كانت الدالة د حيث : د(س) = $\begin{cases} ٦\ س^{٢} & ، \quad ٠ \leq س \leq ٢ \\ ١٢ + ٦ س & ، \quad ٢ < س \leq ١٠ \end{cases}$

أوجد : أولا : فترات التزايد والتناقص للدالة د .

ثانيا : القيم العظمى والصغرى المطلقة فى الفترة [٠ ، ١٠]

(ب) يراد صنع علبة من الصفيح بدون غطاء على شكل اسطوانة دائرية قائمة سعتها ٦٤ ط سم^{٣} . اوجد أبعاد العلبة لتكون مساحة الصفيح المستخدم أقل ما يمكن .

نماذج الامتحانات ٥ النموذج الخامس

أولا : أجب عن السؤال الآتى :

١ - (أ) أوجد : $\int \frac{٣}{س} \sqrt{٢ س^{٣} + ٥ س^{٢}}$ د س ، $\int \frac{جا^{٢} س - جتا^{٢} س}{جا س - جتا س}$ د س .

(ب) إذا كانت د(س) = (س + ١)^{٢} (س – ٢) فأوجد القيم العظمى والصغرى المحلية ونقط الانقلاب إن وجدت .

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

٢ - (أ) إذا كانت د(س) = ٥ – س|س – ١| فابحث وجود $\lim_{س \to ٠}$ د(س)

(ب) برهن على أن المنحنيين س ص = ٢ ، س^{٢} – ص^{٢} = ٣ يتقاطعان على التعامد وأوجد نقط التقاطع .

٣ - (أ) إذا كان جا ص + جتا ٢س = ٠ فاثبت أن :

$$\frac{د^{٢}\,ص}{د\,س^{٢}} - \left(\frac{د\,ص}{د\,س}\right)^{٢} \text{ظاص} = ٤ \text{ جتا}٢\text{س قاص}$$

(ب) منحنى ميل العمودى عند أى نقطة عليه (س ، ص) هو : $\frac{-١}{\sqrt{٢ + ٢ \text{ جتا}٢\text{س}}}$

فأوجد معادلته علما بأنه يمر بالنقطة $(\frac{ط}{٢} ، ٣)$.

---

٤ - (أ) إذا كانت الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} س^{٢} + أ & ، \quad س < ١ \\ -١ & ، \quad س = ١ \\ ب - أس & ، \quad س > ١ \end{cases}$

متصلة عند س = ١ فأوجد قيمتى أ ، ب ثم ابحث قابلية اشتقاق الدالة عند س = ١

(ب) تقع السفينة (أ) شرق الميناء (حـ) وعلى بعد ٢١ كيلومتر منه ، وتقع السفينة (ب) جنوب الميناء (حـ) وعلى بعد ٨٤ كيلومتر منه ، فإذا تحركت السفينة (أ) غربا بسرعة ٢٨ كم/س وفى نفس اللحظة تحركت السفينة (ب) شمالا بسرعة ٢١ كم/س . أوجد معدل تغير البعد بين السفينتين بعد ساعة ، وبين ما إذا كانت السفينتان تقتربان أم تبتعدان عندئذ .

---

٥ - (أ) عين القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة د فى [- ٢ ، ٢] حيث :

د(س) = $\begin{cases} ٢س + ٣ & ، \quad س < ١ \\ س^{٢} + ٤ & ، \quad س \leq ١ \end{cases}$

(ب) سلك طوله ٣٤ سم قطع إلى جزأين طول أحدهما س ، ثنى الجزء الأول على شكل مربع والثانى على شكل مستطيل طوله ضعف عرضه . اوجد قيمة س التى تجعل مجموع مساحتى سطحى الشكلين أصغر ما يمكن .

أولا : **أجب عن السؤال الآتى** :

١ - (أ) أوجد : $\int \frac{س - \frac{١}{٢}}{\sqrt{٢س - ١}}$ د س ، $\int \frac{جا^{٢} ٣س}{١ - جتا^{٢} ٣س}$ د س

(ب) ارسم الشكل العام لمنحنى الدالة :

د(س) = $س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س - ١$

ثانيا : **أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى** :

٢ - (أ) إذا كانت الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} \frac{جا ٢س}{س} & ، \quad س > ٠ \\ ٥ - ٣جتا س & ، \quad س < ٠ \end{cases}$

فابحث وجود نهـــــا د(س)
س ← ٠

(ب) أوجد معادلة كل من المماس والعمودى عليه للمنحنى س = ص قاس

عند س = $\frac{ط}{٢}$ الواقعة عليه .

---

٣ - (أ) إذا كان ص = $\frac{ع}{ع + ١}$ ، س = $\frac{ع + ١}{ع}$ فاثبت أن : $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = \frac{٢ ص}{س^{٢}}$

(ب) أوجد معادلة المنحنى إذا علم أن $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = ٦س - ٨$ عند أى نقطة عليه

وكان ميله يساوى ٤ عند النقطة (١ ، ٠) .

---

٤ - (أ) ابحث قابلية اشتقاق الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} ٣س |س| + ٨ & ، \quad س \geq ٠ \\ \frac{٣ س}{|س|} + ٥ & ، \quad س < ٠ \end{cases}$

وذلك عند س = ٠

(ب) يتحرك رجل طوله ١,٨ متر نحو مبنى بسرعة ١,٥ متر / ث ، ويوجد مصدر للضوء على الأرض على بعد ١٥ متر من المبنى . احسب المعدل الذى يتناقص به ظل الرجل على المبنى عندما يكون الرجل على بعد ١٢ مترا من المبنى .

---

٥ - (أ) إذا كان لمنحنى الدالة د حيث د(س) = س^{٣} + أ س^{٢} + ب س نقطة انقلاب عند النقطة (٢ ، ٢) فعين كل من الثابتين أ ، ب ثم عين موقع القيم العظمى والصغرى المحلية إن وجدت .

(ب) أ ب حـ ء مستطيل فيه أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٤ سم . رسم مستقيم يمر بالنقطة حـ ويقطه $\overleftarrow{أ ء}$ فى هـ ، $\overleftarrow{أ ب}$ فى و . اوجد أصغر مساحة لسطح المثلث أ هـ و .

نماذج الامتحانات ٧ النموذج السابع

أولا : أجب عن السؤال الآتى :

١ - (أ) أوجد : $\int \frac{٥(س - ٣)}{\sqrt[٣]{٦١ س - ٢٤}}$. ء س ، $\int$ جتا س (١ – قا^{٢} س) . ء س

(ب) أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة فى الفترة [- ٣ ، ٣] حيث :
د(س) = ٢س^{٣} + ٣س^{٢} – ١٢س + ٥

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

٢ - (أ) إذا كانت الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} \frac{جا ٥س - ظا ٤س}{س} & ، س < ٠ \\ ٤س + ١ & ، س > ٠ \end{cases}$

فابحث وجود $\lim_{س \to ٠}$ نهـــــا

(ب) أوجد النقط الواقعة على محور الصادات بحيث يصنع المماسان المرسومان منها للمنحنى : ص + س^{٢} = ٠ والمستقيم المار بنقطتى التماس مثلثا متساوى الأضلاع .

٣ - (أ) إذا كان : جا٢ص + جتا ٤س = ٠ فاثبت أن :

$$\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}} \text{ جتا٢ص} - ٢\left(\frac{د ص}{د س}\right)^{٢} \text{ جا٢ص} - ٨ \text{ جتا٤س} = ٠$$

(ب) إذا كان ميل العمودى عند أى نقطة عليه هو $\frac{ص + ١}{س + ٣}$ فأوجد معادلة المنحنى علما بأنه يمر بالنقطة (٠ ، ٣) .

---

٤ - (أ) إذا كانت الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} أ س + ٣ ب & ، \quad س < ١ \\ ١١ & ، \quad س = ١ \\ ب س^{٢} + ٤ أ & ، \quad س \leq ١ \end{cases}$

فأوجد قيمة كل من أ ، ب حيث د متصلة عند س = ١ ، ثم ابحث قابلية اشتقاق الدالة عند س = ١ .

(ب) مثلث متساوى الأضلاع يزداد طول ضلعه بمعدل ٠,٢ سم / ث . أوجد معدل تغير مساحة سطحه عندما يكون طول ضلعه $٨\sqrt{٣}$ سم .

---

٥ - (أ) إذا كان المنحنى ص = $س^{٣} + أ س^{٢} + ب س$ له نقطة انقلاب عند (٣ ، - ٩) فأوجـد :

أولا : قيمة كل من أ ، ب

ثانيا : النقط العظمى والصغرى المحلية .

(ب) نافذة على شكل مستطيل يعلوه مثلث متساوى الساقين بحيث يصنع أحد ساقيه زاوية قياسها ٤٥° مع طول المستطيل ، فإذا كان محيط المستطيل يساوى ٦ أمتار فأوجد بعدى المستطيل بحيث تسمح النافذة بدخول أكبر كمية من الضوء .

نماذج الامتحانات ٨ **النموذج الثامن**

أولا : أجب عن السؤال الآتى :

١ - (أ) أوجد : $\int \frac{س - ١}{\sqrt{س + ٣}}$ د س ، $\int \sqrt{٢(١ - جتا٢س)}$ د س

(ب) عين فترات التزايد والتناقص للدالة د حيث د(س) = $س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س$
ثم أوجد القيم العظمى والصغرى المحلية للدالة .

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

٢ - (أ) إذا كانت د(س) = $\begin{cases} \frac{جتا^{٢} س - جا^{٢} س}{س \ ظتا٢س} & ، \ س < ٠ \\ \frac{٢ \ قاس}{س \ قتاس} & ، \ س > ٠ \end{cases}$

فابحث وجود نهـــــا د(س) عند س → ٠

(ب) اثبت أن المنحنيين ص = $٢س^{٢} + س + ١$ ، ص = $س^{٢} - س$
متماسان وأوجد معادلة المماس المشترك لهما عند نقطة التماس .

---

٣ - (أ) إذا كانت ص = $س^{٣} + ٢$ ، ع = $س^{٢} + ٣$ فأوجد قيمة :

$\frac{د^{٢} ع}{د ص^{٢}}$ عند س = $\frac{١}{٣}$

(ب) اوجد معادلة المنحنى إذا كان ميل المماس له عند أى نقطة عليه (س ، ص)
يتناسب عكسيا مع مربع الاحداثى السينى لهذه النقطة علما بأن المنحنى
يمر بالنقطتين (١ ، ٥) ، (٢ ، ١) .

---

٤ - (أ) للدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} س^{٢} + ب س + ٣ & ، \ س < ٢ \\ أ س + حـ & ، \ س \geq ٢ \end{cases}$

إذا كان متوسط تغير الدالة عندما س تتغير من ١ إلى ٥ يساوى ٣ ، وكانت
الدالة قابلة للاشتقاق عند س = ٢ فأوجد قيمة كل من الثوابت أ ، ب ، حـ .

(ب) مستطيل مساحته ثابتة تساوى ٨ سم^{٢} ، يزداد طوله بمعدل ٠,٤ سم / ث . كم يكون عرض المستطيل عند اللحظة التى يكون فيها معدل تناقص هذا العرض ٠,٠٥ سم / ث .

---

٥ - (أ) إذا كان لمنحنى الدالة د حيث د(س) = س^{٣} − أ س^{٢} + ب س + ١٠ نقطة عظمى محلية عند (١ ، ٣) فأوجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب ثم عين القيم العظمى والصغرى المطلقة فى [- ١ ، ٤] .

(ب) مزرعة على شكل مستطيل مساحته ٢٠٠ متر مربع يطل بأحد بعديه على شاطئ نهر يراد إحاطة أبعاده الثلاثة بسور . أوجد بعدى المستطيل ليكون طول السور أقل ما يمكن .

نماذج الامتحانات ٩ النموذج التاسع

أولا : أجب عن السؤال الآتى :

١ - (أ) أوجد : ∫ س (س + ١)^{٧} . ى س ، ∫ (جتا^{٤} س − جا^{٤} س) . ى س

(ب) عين الثوابت أ ، ب ، حـ ، ى بحيث يحقق المنحنى :
ص = أ س^{٣} + ب س^{٢} + حـ س + ى الشوط الآتية :
أولا : يمر بالنقطة (٠ ، ٢)
ثانيا : له مماس أفقى عند س = ١
ثالثا : النقطة (٢ ، ٤) هى نقطة انقلاب له .

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

٢ - (أ) إذا كانت الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} \frac{\text{جا } ٢\text{س}}{\text{س}} & ، \ -\frac{\text{ط}}{٤} < \text{س} < ٠ \\ ٢ \text{ جتا س} & ، \ ٠ < \text{س} < \frac{\text{ط}}{٢} \end{cases}$

أولا : أوجد نهـــــا د(س)
س ← ط/٢

ثانيا : ابحث وجود نهـــــا د(س)
س ← ٠

(ب) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة :

ص = س جاس − جتا٢س عند النقطة س = $\frac{ط}{٢}$

---

٣ - (أ) إذا كانت ص = س جتاس − جاس فأوجد $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ عند س = $\frac{ط}{٢}$

(ب) أوجد معادلة المنحنى إذا علم أن $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ = أ س + ب وأن للمنحنى نقطة انقلاب عند (١ ، ١) وقيمة صغرى محلية (٠ ، - ١) .

---

٤ - (أ) إذا كانت الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} أ س - س^{٢} & ، \quad س \geq ١ \\ س^{٢} + ب س + حـ & ، \quad س < ١ \end{cases}$

قابلة للاشتقاق عند س = ١ ، د(-٢) = ٢ .

فأوجد قيمة كل من الثوابت أ ، ب ، حـ .

(ب) صفيحة مستطيلة الشكل طولها $\frac{٤}{٥}$ طول قطر المستطيل ، تنكمش بانتظام فينكمش طولها بمعدل ١٠ سم/ ث وتنكمش مساحتها فى نفس اللحظة بمعدل ٣٠ سم^{٢} / ث . أوجد مساحتها فى هذه اللحظة .

---

٥ - (أ) عين مناطق التحدب إلى أعلى وإلى أسفل للمنحنى ص = س^{٤} − ٦س^{٢} + ٧ وكذلك نقط الانقلاب إن وجدت .

(ب) كرة من الحديد طول قطرها ٨ سم مغطاة بطبقة منتظمة السمك من الجليد . إذا كان الجليد يذوب بمعدل ١٠ سم^{٣} / ث فأوجد معدل تناقص سمك طبقة الجليد عندما يكون سمك الجليد ٢ سم . وما سرعة تناقص مساحة السطح الخارجى لطبقة الجليد علماً بأن الجليد يظل محتفظا بشكله الكروى .

أولا : أجب عن السؤال الآتى :

١ - (أ) أوجد : $\int س (س + ١)^{٥} \, د س$ ، $\int \frac{جا^{٢} س}{١ + جتا س} \, د س$

(ب) إذا كانت الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} ٦س^{٢} & ، \quad ٠ \leq س \leq ٢ \\ ١٢ + ٦س & ، \quad ٢ < س \leq ١٠ \end{cases}$

أوجـد :
أولا : فترات التزايد والتناقص للدالة
ثانيا : القيم العظمى والصغرى المطلقة فى [٠ ، ١٠]

ثانيا : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

٢ - (أ) إذا كانت الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{س} & ، \quad س > ٠ \\ \frac{جا س}{٢س} & ، \quad س < ٠ \end{cases}$

فأوجـد نهـــا د(س) .
س ← ٠

(ب) أوجد النقط الواقعة على المنحنى ص = ظا س حيث س ∈]٠ ، ٢ط[
والتى عندها يكون المماس موازيا للمستقيم ٢س – ص = ٣

---

٣ - (أ) إذا كانت ص = $\sqrt{جا ٢س}$ فاثبت أن :

$ص \cdot \frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} + \left(\frac{د ص}{د س}\right)^{٢} + ٢ص^{٢} = ٠$

(ب) إذا كان معدل تغير ميل المماس لمنحنى عند أى نقطة عليه هو ١٢س^{٢}
وكانت النقطة (١ ، ٢) صغرى محلية فأوجد معادلة المنحنى .

٤ - (أ) إذا كانت الدالة د حيث د(س) = $\begin{cases} ٦س - س^{٢} & ، \ س \leq ٢ \\ ٢س^{٢} & ، \ س > ٢ \end{cases}$

فابحث :
أولا : قابلية اشتقاق الدالة عند س = ٢
ثانيا : وجود قيم عظمى وصغرى محلية لمنحنى الدالة .

(ب) إذا كانا طولا ضلعى القائمة فى مثلث قائم الزاوية ٨ ، ٦ من السنتيمترات فإذا كان طول الضلع الأول يتناقص بمعدل $\frac{١}{٢}$ سم / ث وطول الضلع الثانى يتزايد بمعدل ١ سم / ث . اوجـد :
أولا : معدل تزايد مساحة المثلث بعد دقيقتين .
ثانيا : الزمن الذى بعده تنعدم الزيادة .

---

٥ - (أ) عين فترات التحدب إلى أعلى وفترات التحدب على أسفل للدالة د حيث :
د(س) = ٢س^{٣} - ١٢س^{٢} + ١٨س - ٤
ثم أوجد نقط الانقلاب إن وجدت .

(ب) شبه منحرف متساوى الساقين وقاعدته الصغرى تساوى طول كل من ساقيه تساوى ٩ . أثبت أن طول قاعدته الكبرى تساوى ٢٩ عندما تكون مساحته أكبر ما يمكن .