

التطبيقات العملية للقيم العظمى والصغرى

(١) نفرض أن العددين s ، ch . $s + ch = 5$. $s - ch = 10$ (١)

$$ch = s^2 \times ch^3 \quad (٢) \text{ نعرض من (١) في (٢)}$$

$$ch = s^2 \times (5 - s)^3 \therefore ch = 4s \times (3 \times (5 - s)^2 - (1 - s) \times (5 - s)^3) \quad (٣)$$

$$s (5 - s)^2 - 3s (5 - s) = s (5 - s) [s (5 - s) - 10] = 0$$

$\therefore s = 0$ مرفوض ، $s = 5$ مرفوض ، $s = 2$ تعطى أكبر حاصل ضرب

(٢) نفرض أن العدد الأول = s . s الثاني = $3s$ ، الثالث = ch . $s + 3s + ch = 26$

$$\therefore ch = 26 - 4s \quad (٤)$$

$$ch = s^2 + 2s + 2 = 10 - 4s \quad (٥)$$

$$\therefore ch = 20 - 2s + 2 = 4 - 4s \quad (٦)$$

(٣) $52s = 8 \times 26$. $s = 4$ نعرض في (١) . $s = 16 - 26 = 10 = 16 - 26$. s الأعداد هي ٤، ١٢، ١٠، ١٤ ..

(٤) نفرض أن طول المستطيل = ch ، عرضه = s

$$\text{المحيط} = 2000 \text{ متر} \quad 2 \cdot s + ch = 2000$$

$$\therefore ch = 2000 - 2s$$

$$m = s \cdot ch = s (2000 - 2s) = 2000s - 2s^2$$

$$\therefore m^2 = 2000^2 - 4s^2 = 0 \therefore s = 500, ch = 1000$$

$m^2 = 4s = 2000 > 0 \therefore$ المساحة أكبر مما يمكن

(٤) نفرض أن النقطة الطلوبة (s, ch) \in للمنحنى $s^2 - ch^2 = 2$. $s = ch^2 + 2$. $s = 10000$ (١)

نفرض أن البعد بين النقطتين = $f = \sqrt{(s - 0)^2 + (ch - 0)^2}$

$$\therefore f^2 = ch^2 + 2 - ch^2 + 1 = 2 - ch^2 + 1$$

$$\therefore f^2 = ch^2 - 2 + 1 = ch^2 - 1$$

$\therefore ch - 2 = 0 \therefore ch = 2$ نعرض في (١) . $s = \frac{1}{4} (ch^2 - 1) = \frac{1}{4} (2^2 - 1) = \frac{3}{4}$. \therefore النقطة هي $(\frac{3}{4}, 2)$

٥) نفرض أن النقطة الطوبية $ح$ \in لمحيط الدائرة ، $ح = س$ ، $ح = ص$

$$\therefore ح = ٥٩٠ \therefore س + ٢ ص + ١٠٠ = ٢ س - ١٠٠ \therefore ص = \frac{٢ س - ١٠٠}{٢}$$

$$\text{نفرض أن مجموع البعدين } م = س + ص = س + ص = \frac{س + ص}{٢} = \frac{٢ س}{٢}$$

$$م = ٣٠ \therefore \frac{س - ٢}{٢} + \frac{٢}{٢ س} = \frac{٢ س}{٢ س - ١٠٠}$$

$$\therefore س = \frac{٢٦٥}{٢} ، ص = \frac{٢٦٥}{٢} \text{ سم}$$

$$(٦) \text{ ثمن البيع} = ١٠٠ س - ١٢ س - ٤٠ س = ٦٠ س - ١٥٠٠٠$$

$$\therefore \text{الربح} = م = ١٠٠ س - ١٢ س - ٢ س - ٤٠ س + ١٥٠٠٠ = ٦٠ س - ١٢ س - ٢ س - ٤٠ س = ٦٠ س$$

$$\therefore م = ٦٠ - ٢٤ - ٢٠ س = ٤٠ س = ١٥٠٠٠ \text{ وحدة}$$

$$(٧) \text{ نفرض أن عدد الوحدات الزيادة} = س \text{ ربع الوحدة} = ٢٠ - ٢٠ س$$

$$\therefore م = ٢٠ - ٢٠ س = ٨٠٠ (س + ٢٠) = ٤ س - ٢٠ س + ١٦٠٠٠$$

$$\therefore م = ٤ - ٤ س = ٠ \therefore س = \frac{٤}{٤} = ١٠٠ \text{ وحدة} \therefore \text{عدد الوحدات الكلى} = ٩٠٠ \text{ وحدة}$$

$$(٨) \text{ نفرض أن الطول} = س ، \text{ العرض} = ص$$

$$\therefore س ص = ٢ \therefore ص = \frac{٢}{س} \quad (١)$$

نفرض أن المساحة المستخدمة للكتابة $= م$ باللون الأزرق

$$م = (س - ٤٢,٢٨) (ص - ٤٢,٠٩) = س ص - ٤٢ س - ٢٨ س + ٤٢,١١٧٦$$

$$\therefore م = ٤٢ س - ٤٢ س + \frac{٥٦}{س} = ٤٢ س - ٤٢ س + ٥٦ س = ٥٦ س$$

$$\therefore س = \frac{٤}{٣} \therefore س = \frac{٤}{٣} م ، ص = \frac{٢}{٣} م$$

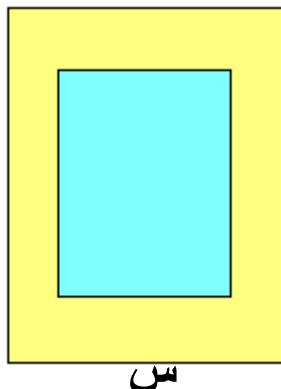
$$(٩) \text{ نفرض أن طول السطر} = س \text{ وعرض صفحة الكتابة} = ص$$

$$\therefore س ص = ٦٠ \therefore ص = \frac{٦٠}{س} \quad (٢)$$

$$\therefore \text{مساحة الصفحة} = (س + ٦) (ص + ٦) = س ص + ٦ س + ٦ ص + ٣٦$$

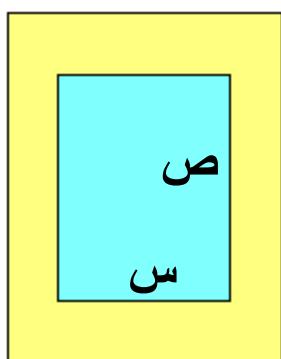
$$\text{من (١) في (٢)} \therefore م = ٦ س + \frac{٦٠٠}{س} + ١٢٠ + ٦ = ٦ - ٦ س + ٦ س = ٠$$

$$\therefore س = ١٠ \text{ سم}$$



ص

س



ص

س

(١٠) نفرض أن طول المستطيل = ٢ س ، عرضه = ص ،

طول ضلع المثلث = ٢ س ∵ المحيط = ٣٣

$$\therefore 6س + 2ص = \frac{33}{2}$$

$$م = 2ص + \frac{1}{2} \times 2س \times 2س جا ٦٠ = 6س - 6س + 2س$$

$$\therefore م' = 12س + 2س = \frac{36}{2} + 3س = \frac{36}{2} + 6س \therefore \text{الطول} = \frac{36}{2} + 6س \text{ ، الع}$$

(١١) من هندسة الشكل $\frac{ص}{8 - س} = \frac{ص}{طا ٥٣٠}$

$$\therefore \frac{ص}{8 - س} = \frac{36}{3} \therefore ص = \frac{36}{3} (8 - س)$$

$$م = 2ص = \frac{36}{3} (8 - س)$$

$$\therefore م' = \frac{36}{3} (8 - 2س) = 0 \therefore س = 4 \therefore ص = 4$$

$\therefore \text{أكبر مساحة للمستطيل} = 4 \times 8 = \frac{36}{3} سم^2$

(١٢) نفرض أن طول القاعدة = ٢ ص ، طول كل من الساقين = س

$$\therefore \text{المحيط} = 18 \therefore 2س + 2ص = 18 \therefore ص = 9 - س$$

$$م = \frac{1}{2} \times 2ص \times ع = ص \times س \times 2$$

$$\therefore م = ص \sqrt{(9 - س)^2 - س^2} = ص \sqrt{81 - 18س + س^2}$$

$$\therefore م' = ص \times \frac{18 - س}{\sqrt{81 - 18س + س^2}}$$

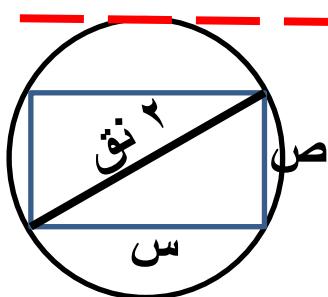
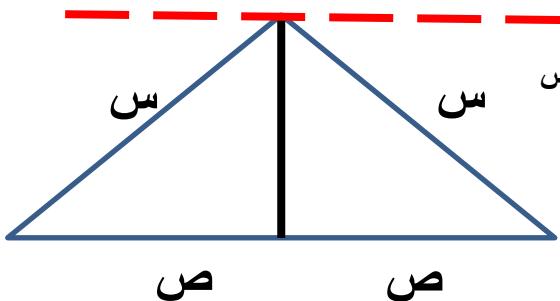
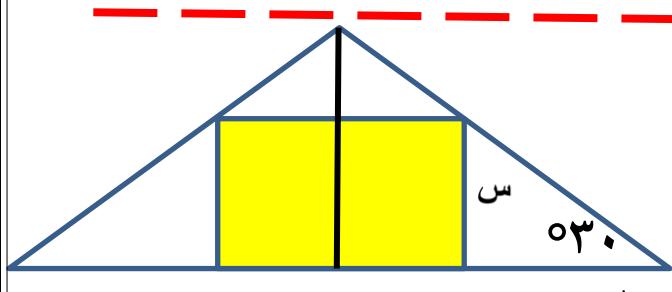
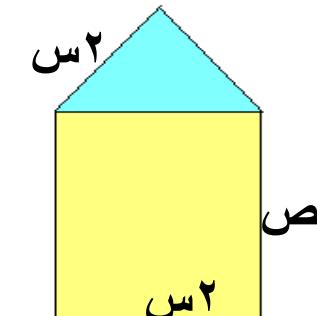
$$18 - س = 9 ص \therefore ص = \frac{81}{27} س \therefore \text{طول القاعدة} = 6 س ، طول كل ساق} = 6 س$$

$\therefore \text{أكبر مساحة للمثلث} = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 جا ٥٦٠ = \frac{36}{2} سم^2$

(١٣) نفرض أن طول المستطيل = س ، عرضه = ص ، قطر الدائرة = ٢ نق

$$س^2 + ص^2 = 4 نق^2 \therefore ص^2 = 4 نق^2 - س^2$$

$$م = س ص = س \sqrt{4 نق^2 - س^2} = \sqrt{4 نق^2 س^2 - س^4}$$



$$\therefore m = \frac{8 \text{ نق} - 4 \text{ س}}{4 \text{ نق} - 2 \text{ س}} = \frac{4 \cdot 0 = 0}{2 \cdot 0 = 0}$$

$\therefore s = 0$ مرفوض لأن $s = \sqrt{2}$ نق ، $c = \sqrt{2}$ نق

\therefore مساحة أكبر مستطيل $= \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ نق

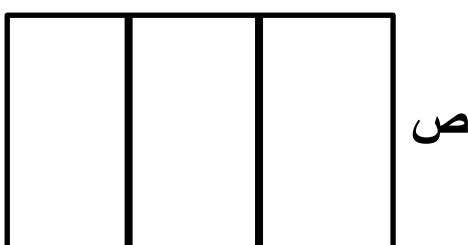
(٤) نفرض أن طول ضلع المربع $= s$ ، نصف قطر الدائرة $= r$

$$\therefore h = \text{مجموع محيطي المربع والدائرة} = 2r + 4s = 60 \therefore r = \frac{60 - 4s}{2}$$

$$m = 2r + 2s = 2\left(\frac{60 - 4s}{2}\right) + 2s = 0$$

$$\therefore s = \frac{60}{4} \text{ نعم في (٤)} \therefore r = \frac{30}{4} \therefore \text{طول قطر الدائرة} = \text{طول ضلع المربع}$$

$$(٥) m = s \cdot c = 2888 \therefore c = \frac{2888}{s}$$



$$\text{الطول الكلي للأسوار} = h = 2s + 4c = 2s + 4 \cdot \frac{2888}{s}$$

$$\therefore h = 2 - 4 \times \frac{2888}{s} = 0 \therefore s = 76 \text{ متر} , c = 38 \text{ متر}$$

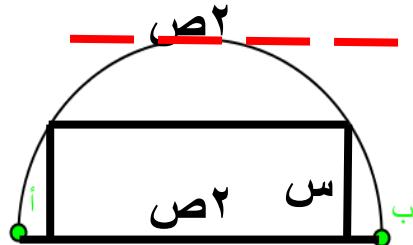
(٦) نفرض أن طول المستطيل $= s$ ، عرضه $= c$ ، $r = \frac{1}{4}s$

$$h = 2 + 8 + 2c + 2s = 4 + h - c - \frac{1}{4}s$$

$$m = 2s + \frac{1}{4}s = 2s + \frac{1}{4}s = 2s + \frac{1}{4}s = 2s + \frac{1}{4}s$$

$$\therefore m = 8 + 2 + 2c - 4c - \frac{1}{4}s = 2 + 2c - \frac{1}{4}s$$

من (١) $\therefore s = 2$ متر



(٧) نفرض أن طول المستطيل $= 2c$ ، عرضه $= s$ ، $m = 2s$

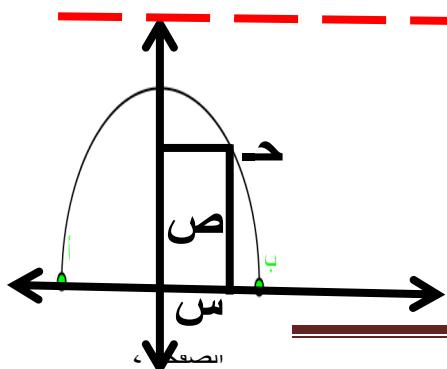
$$\therefore c = 12 - s \therefore m = 24 - 2s \therefore m = 24 - 2s = 0$$

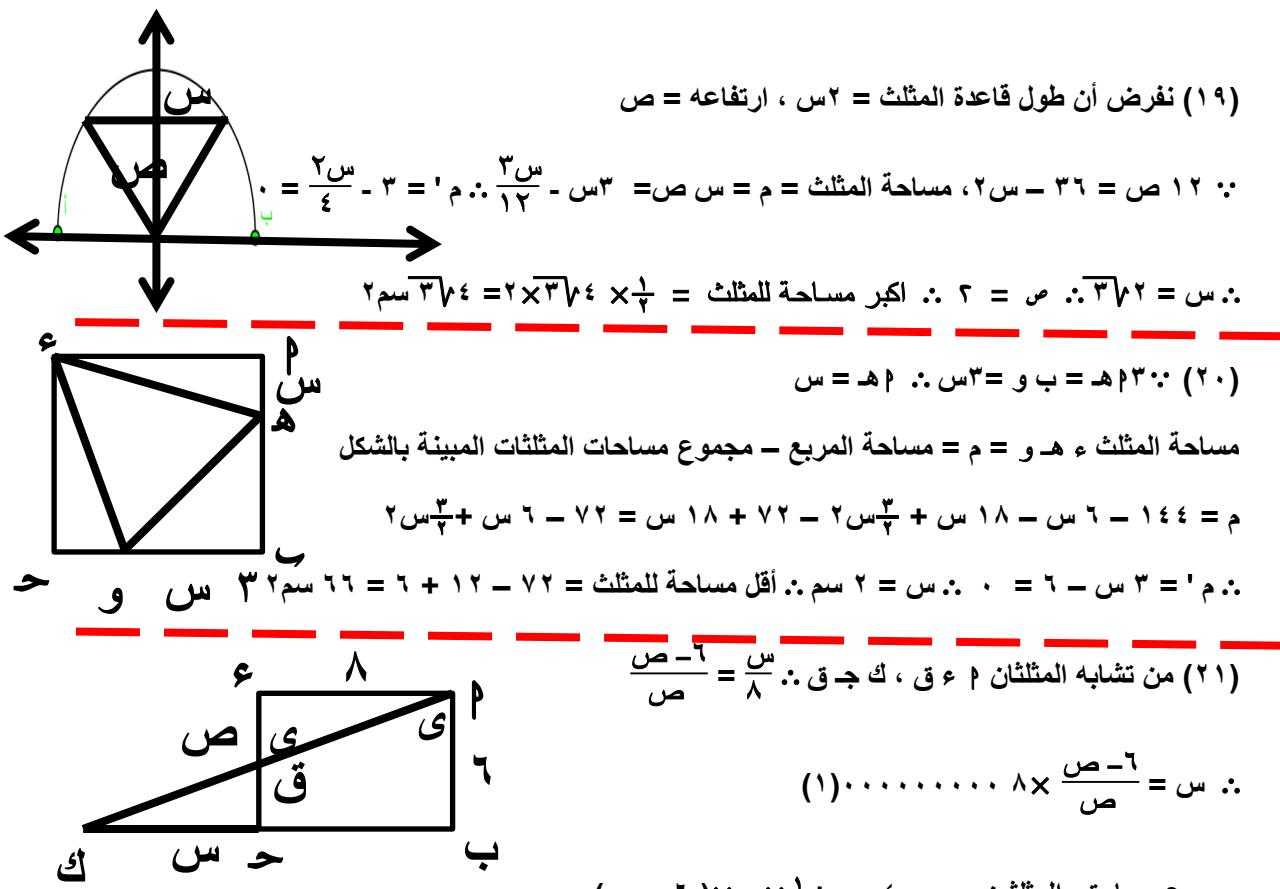
$$\therefore s = 2 \therefore c = 8 \therefore \text{مساحة سطح المستطيل} = 2 \times 8 = 16 \text{ سم}^2$$

(٨) نفرض أن $h = (s, c)$ $\therefore c = 64 - 25s$

$$\therefore m = sc = 64s - 25s^2 \therefore m = 64 - 25s^2 = 0$$

$$\therefore s = \frac{128}{15} \text{ نعم في (٨)} \therefore c = \frac{128}{15}$$





$$\text{مجموع مساحتي المثلثين} = م = 4 \cdot ص + \frac{1}{2} \times س \times (6 - ص)$$

$$\therefore م = 4 \cdot ص + \frac{1}{2} \times 8 \times (6 - ص) = 8 \cdot ص + 144 - 8 \cdot ص = 144 - 8 \cdot ص$$

$$\therefore ص = 18 \therefore م = \frac{8}{\sqrt{36}} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

(٢٢) نفرض أن طول ضلع المربع = س ، نصف قطر الدائرة = ص . مساحت المثلث = ص + ط ص = ل

$$\therefore ص = \frac{ل - 4 \cdot س}{ط} \therefore م = س^2 + \frac{1}{2} \cdot ط \left(\frac{ل - 4 \cdot س}{ط} \right)^2$$

$$\therefore س = \frac{ل^2}{8 + ط} \therefore ص = \frac{ل}{8 + ط}$$

(٢٣) نفرض أن طول ضلع المربع = س ، طول ضلع المثلث = ص

$$4 \cdot س + 3 \cdot ص = ل \therefore ص = \frac{ل - 4 \cdot س}{3}$$

$$\therefore م = س^2 + \frac{3}{4} ص = س^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{ل - 4 \cdot س}{3} \right)$$

$$\therefore ص = س^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{ل - 4 \cdot س}{3} \right) \therefore س = \frac{18}{\sqrt{36} + 18} = \frac{18}{6 + 18} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

محيط المربع : محيط المثلث = ٩ : ٧

$$(1) \text{ ص } = \sqrt{s} \quad \therefore \text{ ص } = s^{\frac{1}{2}} \quad \text{ ف } = 2(s - 1)^{\frac{1}{2}} \quad \text{ ص } \cdot \text{ ف } = 2(s - 1)^{\frac{1}{2}} + s^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \text{ ف } = 2(s - 1)^{\frac{1}{2}} + s^{\frac{1}{2}} \quad \text{ ص } = \frac{1}{2}(s - 1)^{\frac{1}{2}}$$

عندما $s = 1$ ، $\text{ف} = 2$ نفاصل (1) بالنسبة للزمن

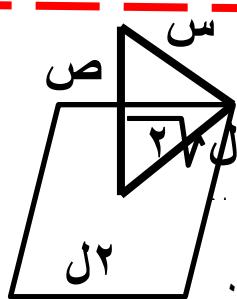
$$\text{ف } = \frac{2(s - 1)^{\frac{1}{2}} + s^{\frac{1}{2}}}{2} = \frac{1}{2} \text{ س / ث}$$

$$(25) \text{ ت } = \frac{1}{50} \text{ م } = \frac{1}{50} \text{ ع } \quad \text{ م } = 50 \text{ م } \quad \text{ ع } = 50 \text{ ع }$$

$$\therefore \text{نكلفة الكلمة } = \frac{1}{\text{ع}} \text{ جنية لكل كم / س } \quad \therefore \text{نكلفة الإضافية } = \frac{200}{\text{ع}}$$

$$\therefore \text{نكلفة الكلية } = k = \frac{1}{\text{ع}} \times 200 + \frac{1}{\text{ع}} \times 200 = \frac{1}{\text{ع}} \times 400$$

$\therefore \text{ع } = 100 \text{ كم / س}$



$$(26) \text{ ش } = \frac{2s - 2l}{3s}$$

$$\therefore \text{ش } = \frac{\sqrt{2s - 2l}}{3s}$$

$$\therefore \text{ش}' = m(s^{\frac{3}{2}} - \sqrt{2s - 2l})$$

$\therefore \text{ش } = \sqrt{2s - 2l}$ مرفوض لأن $s = l = \frac{1}{2}$ طول ضلع المربع

$$(27) \text{ م}' = \frac{1}{1920} (1 - \frac{1}{2}) \text{ كم / س } = 80 \text{ كم / س}$$

$$(28) \text{ م} = 4s(1 - s) = 4s \times (1 - s)(1 - s) = 4s(1 - s)^2$$

$$(1 - s)^2 = 4s(1 - s) \quad \text{أما } s = 1 \text{ مرفوض أو } s = \frac{1}{3} \text{ متر}$$

(29) نفرض أن سعر الحديد الجيد $= k$ ، الحديد الأقل جودة $= k'$

$$\text{ايراد } = \left(\frac{5s - 40}{s - 10} \right) \times 2k + sk = \frac{(s - 10) \times 5(s - 4) \times 2k + sk}{(s - 10)}$$

$\therefore \text{س } = 20 - 80 + 5s = 5s - 60$ وباستخدام القانون $\therefore \text{س } = 5,5 \text{ طن}$

(٣٠) نفرض طول ضلع الربع المقطوع = س

∴ طول العلبة = ٣٠ - ٢س ، عرضها = ٣٠ - ٢س ، ارتفاعها = س

$$\therefore ح = (٣٠ - ٢س) \times س = ١٢٠ س - ٩٠٠ س^2$$

∴ ح' = ٩٠٠ - ٢٤٠ س + ١٢ س^2 = ، نقسم على ١٢ ∴ س = ٢٠ - ٧٥ س + ٧٥ ،

(س - ٥)(س - ١٥) = ٠ ∴ س = ٥ سم ، س = ١٥ مرفوض

(٣١) نفرض أن طول ضلع القاعدة = س والارتفاع = ص ∴ ص = ٨ س = ١٨ ∴ ص = $\frac{9}{3}$ س

$$\therefore ح = س^2 ص ∴ ح = \frac{9}{3} س^2 - ٢ س^3 ∴ ح' = س^٩ - ٦ س^٦ - ٢ س^٢ = ٦ س^٢ - ٢ س = ٦ س ∴ س = \frac{3}{7}$$

∴ الطول = $\frac{3}{7}$ س ، العرض = $\frac{3}{7}$ س ، الارتفاع = $\frac{3}{7}$ س

(٣٢) ∴ ح = ١٨٠٠ ، نفرض أن الطول = س ، العرض = س^٢ ، الارتفاع = ص

$$\therefore ٦ س^٢ ص = ١٨٠٠ ∴ ص = \frac{٣٠٠}{٦ س^٢} ∴ م = ١٢ س^٢ + ١٠ س ص = ١٢ س^٢ + \frac{٣٠٠}{س}$$

$$\therefore م' = ٢٤ س - ٣٠٠ س^٣ = ٠ ∴ س = ٥ سم$$

∴ الطول = ١٥ سم ، العرض = ١٠ سم ، الارتفاع = ١٢ سم

(٣٣) ∴ ح = ١٢٨ نفرض أن طول ضلع القاعدة = س والارتفاع = ص

$$\therefore س^2 ص = ١٢٨ ∴ ص = \frac{١٢٨}{س^2} ∴ م = س^٢ + ٤ س ص ∴ التكلفة = ك = س^٢ + ٤ \times \frac{١٢٨}{س} ص$$

$$\therefore ك = س^٢ + \frac{٢٥٦}{س} ∴ ك' = ٤ س - ٢٥٦ س^٣ = ٤ س = ٦٤ ∴ س = ٤ متر$$

∴ أبعاد الصندوق هي ٤، ٤، ٤ متر

(٣٤) نفرض أن طول ضلع القاعدة = س والارتفاع = ص

$$\therefore س^2 ص = ٢٥٢ ∴ ص = \frac{٢٥٢}{س^2} ∴ م = س^٢ + ٤ س ص$$

$$\therefore التكلفة = ك = ٥ س^٥ + ٢ س^٢ + ١٢ س ص = س^٧ + ٢ س^٦ + ١٢ س (س \frac{٢٥٢}{س^2}) = ٣٠٢٤ + ٧ س$$

$$\therefore ك' = ٤ س - ٣٠٢٤ س^٣ = ٠ ∴ س = ٣٠٢٤ س = ٦ متر ، ص = ٧ متر$$

$$(35) م = ٢ ط نق ع + ٢ ط نق ٣٦ ط = ٢ ط نق ع + ٢ ط نق ٢ ع = \frac{١٨ - نق}{نق}$$

$$\therefore ح = ط نق ٢ ع \therefore ح = ط (١٨ - نق) \therefore ح = ط (١٨ - ٣ نق)$$

$$\therefore نق = \frac{٦٦}{٦٦} ع$$

$$(36) ح = ١ \therefore ط نق ٢ ع = \frac{١}{٢} م = ٢ ط نق ع + ط نق ٢$$

$$\therefore م = \frac{٢}{نق} + ط نق ٢ \therefore م = ٢ - نق \therefore ط نق = ٢ - نق$$

$$(37) م = ٢ ط نق ع + ٢ ط نق ٢ + ط نق ٢ = ٢ ط نق ع + ٣ ط نق ٢$$

$$\therefore ع = \frac{٢٠٠٠ - ٣ نق}{٢ نق} \therefore ح = ط نق ٢ ع + \frac{٣}{٧} ط نق ٣ - \frac{٣}{٧} ط نق ٣$$

$$\therefore ح' = \frac{٦٠٠٠ - ٩ نق}{٧ نق} \therefore ع = ٢٠ سم ، نق = ٢٠ ط نق$$

$$(38) ح = ٤٠٠ ط نق ٢ ع \therefore ع = \frac{٤٠٠}{٢} م = ٢ ط نق ع + ط نق ٢$$

$$\therefore التكاليف = ك = ٢ ط نق \times \frac{٤٠٠}{٢} نق + ٢ ط نق ٢$$

$$\therefore ك' = ٨٠٠٠ - ٤ ط نق \therefore ك' = ٨٠٠٠ - ٤ ط نق$$

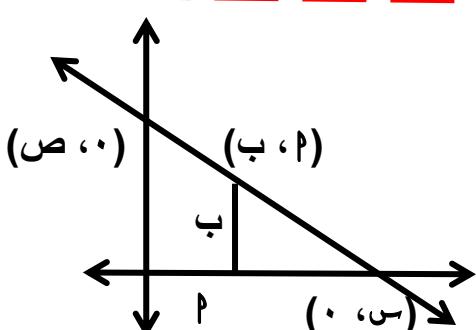
$$(39) من التشابه \frac{س - ب}{ص} = \frac{ب}{ص} \therefore ص = \frac{س - ب}{س - ب}$$

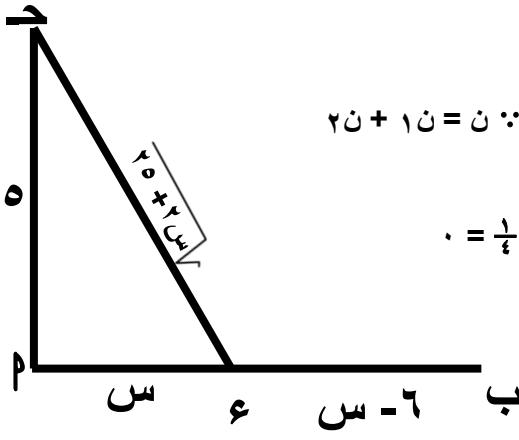
نفرض أن مجموع الجزئين المقطوعين من المحورين = م

$$\therefore م = س + ص = س + \frac{س - ب}{س - ب}$$

$$\therefore م' = ١ = \frac{(س - ب) \times ب - س ب \times ١}{٢(س - ب)} + \frac{٢ ب}{س - ب}$$

$$\therefore س = ٢ + ب ، ص = ب + \frac{ب}{س - ب} = ب + \frac{ب}{٢} = ب$$





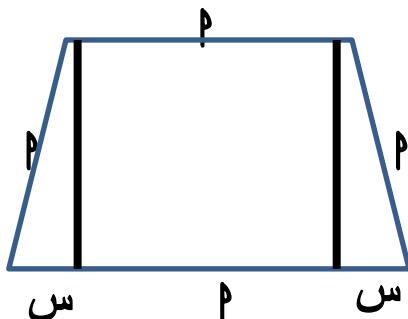
$$(40) \text{ الزمن} = \frac{\text{ف}}{\text{ع}} \therefore \text{ن} = \frac{\sqrt{25+2s^2}}{4} \therefore \text{ن} = \sqrt{s^2 + 25}$$

$$\therefore \text{ن} = \frac{1}{4} - \frac{2s}{\sqrt{25+2s^2}} + \frac{\sqrt{25+2s^2}}{2}$$

$$\therefore 2s = 25 + 2s^2 \therefore 2s = 25$$

$$\therefore s = \frac{5}{\sqrt{3}}$$

$$(41) M = \frac{1}{2} (1+s)(2s - \sqrt{2s^2 + 2})$$



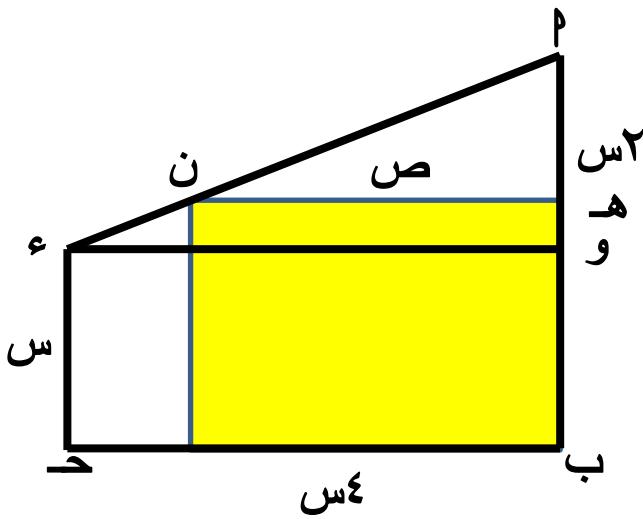
$$\therefore M = (1+s) \times \frac{2}{\sqrt{2s^2 + 2}}$$

$$\therefore M' = (1+s) \times \frac{s^2 - 2s}{\sqrt{2s^2 + 2}}$$

$$\therefore 2s^2 + 2 - 2s = 0$$

$\therefore s = 2$ مرفوض أو $s = \frac{1}{2}$ وعندما يكون طول القاعدة الكبرى = 2

(42) من تشابه المثلثين هن، ب، و



$$\therefore \frac{h}{2} = \frac{h}{4s} \therefore h = \frac{h}{2}$$

$$\therefore 2h = \frac{1}{2}s \therefore h = \frac{1}{4}s$$

$$\therefore h = 2s - \frac{1}{4}s$$

$$\therefore h = s + \frac{1}{4}s = \frac{5}{4}s$$

$$\therefore \text{مساحة المستطيل} = M = s(3s - \frac{1}{4}s)$$

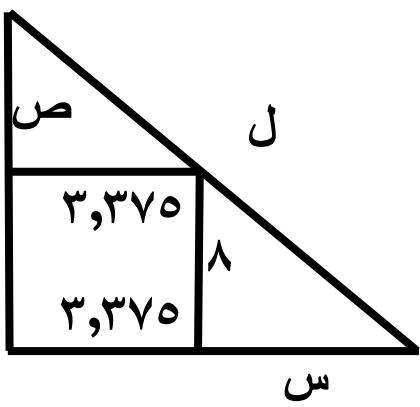
$$\therefore M = 3s^2 - \frac{1}{4}s^2$$

$$\therefore M' = 3s^2 - s^2 = 2s^2$$

$$\therefore \text{مساحة أكبر مستطيل} = 3s(3s - \frac{1}{4}s) = \frac{9}{4}s^2$$

$$\text{ومساحة شبه المنحرف} = \frac{1}{2}(s + 3s) \times 4s = 8s^2$$

$$\therefore \text{مساحة المستطيل : مساحة شبه المنحرف} = \frac{9}{4}s^2 : 8s^2 = 9 : 16$$



$$\frac{٣,٣٧٥}{٨} = \frac{ص}{س}$$

$$\therefore ص = \frac{٢٧}{س} \text{ نفرض طول السلم = ل.}$$

$$\therefore ل = (س + ٣,٣٧٥) + ٢ \cdot \frac{٢٧}{س}$$

$$\therefore ٢ ل ل' = ٢ (س + ٣,٣٧٥) + ٢ \left(\frac{٢٧}{س} \right) - \left(\frac{٢٧}{س} \right)$$

$\therefore س = ٦$ متر بـالتعويض في (١): طول السلم = ل = ١٥,٦٢٥ متر.

مع أطيب تمنياتي بالنجاح والتفوق

زكي محمد زكي العجمي

مدرسة العطار الثانوية بنات

شبرا مصر – القاهرة

لأي استفسار أو سؤال موبайл

١٢٧٨٥٨٦٦٣٣

زكي الأسماعيلاوي