

(١) أوجد كلا من المشتقات التالية :

١. $\frac{e}{e^s} (s^{\circ})$

٢. $\frac{e}{e^s} (s^{\circ})$

٣. $\frac{e}{e^s} (s^{\circ} - 7)$

٤. $\frac{e}{e^s} (s^7)$

٥. $\frac{e}{e^s} (s^5)$

٦. $\frac{e}{e^s} (s^3)$

٧. $\frac{e}{e^s} (s^3)$

٨. $\frac{e}{e^s} (s^3)$

٩. $\frac{e}{e^s} [(s^3 + s^5)]$

١٠. $\frac{e}{e^s} (s^7)$

١١. $\frac{e}{e^s} (s^1)$

١٢. $\frac{e}{e^s} (\sqrt{s})$

١٣. $\frac{e}{e^s} (\sqrt{s^3 + s^5})$

١٤. $\frac{e}{e^s} (s^2 + s^5 + s^3)$

١٥. $\frac{e}{e^s} (s^2 + s^3 + s^2)$

(٢) أوجد التكاملات التالية :

١. $\int e^{.7} ds$

٢. $\int e^{.s} ds$

٣. $\int e^{.s} ds$

٤. $\int e^{.s} ds$

٥. $\int e^{.s} (s - 3) ds$

٦. $\int e^{.s} (s - 3)^2 ds$

٧. $\int e^{.s} (s - 3)^2 ds$

٨. $\int \frac{e^s}{9 + s^2} ds$

٩. $\int e^{.s} (s^2 + s^3) ds$

١٠. $\int e^{.s} (s^2 + s^3) ds$

١١. $\int e^{.s} (s^2 + s^3) ds$

١٢. $\int e^{.s} \left(\frac{3}{s} + \frac{2}{s} \right) ds$

١٣. $\int e^{.s} \frac{s^2 + s - 2}{s - 1} ds$

١٤. $\int e^{.s} \frac{s^3 - 27}{s - 3} ds$

$$(٣) \text{ أوجد: نهـا د(س) للدالة د(س) = } \frac{\text{س}^٢ + \text{س}}{|١ + \text{س}|} \text{ س} \leftarrow ١$$

(٤) دورثان ٢٠٠٦ : ابـحث وجود نهـا د(س)
س ← ١

$$\text{للدالة د(س) = } \left. \begin{array}{l} \text{جا(س-١)} \\ \text{(س-١)} \end{array} \right\} \text{ س} > ١, \\ \left. \begin{array}{l} \text{ظا} \left(\frac{\text{طس}}{٤} \right) \end{array} \right\} \text{ س} < ١,$$

(٥) ابـحث اتصال الدالة

$$\text{د(س) = } \left. \begin{array}{l} \sqrt[٢]{٣-٢\text{س}} - \sqrt[٢]{٢+\text{س}} \\ \text{س-٢} \end{array} \right\} \text{ س} \neq ٢, \\ \text{عند } \underline{\text{س} = ٢} \\ \text{س} = ٢, \quad \text{س} = ٢$$

(٦) إذا كانت د(س) = $\left. \begin{array}{l} \text{س}^٢ - ١ \\ \text{س} + ٥ \end{array} \right\}$ س ≤ ٢ ، س > ٢
ابـحث اتصال الدالة عند

س = ٢ وكذلك قابلية اشتقاقها عند س = ٢

(٧) إذا كانت د(س) = $\left. \begin{array}{l} \text{س} + ١ \\ \text{س} - ٣ \end{array} \right\}$ س > ١ ، س ≤ ١
متصلة عند س = ١
أوجد قيمة أ ثم ابـحث قابلية اشتقاقها عند س = ١

$$١٥. \int (٣\text{س}^٢ - ٢) (٢ + \text{س} + ٥) \text{ س} \text{ س} \text{ س}$$

$$١٦. \int \text{جا س جتا س} \text{ س} \text{ س}$$

$$١٧. \int \frac{\text{جتا}^٢ \text{س}}{١ + \text{جا س}} \text{ س} \text{ س}$$

$$١٨. \int \sqrt[٣]{\frac{٥}{\text{س}} + \frac{٦}{\text{س}}} \text{ س} \text{ س} \text{ س}$$

$$١٩. \int \text{جتا} \left(٣ + \frac{\text{س}}{٢} \right) \text{ س} \text{ س}$$

$$٢٠. \int (١ + \text{س} + ٢) (١ + \text{س} + ٢) \text{ س} \text{ س} \text{ س}$$

$$٢١. \int \frac{٣ + \text{س} + ٢}{(١ + \text{س} + ٢)^٣} \text{ س} \text{ س}$$

$$٢٢. \int \sqrt[٣]{\text{س}^٣ + ١} \text{ س} \text{ س} \text{ س}$$

$$٢٣. \int \sqrt[٥]{٢٥\text{س}^٢ - ٣٠\text{س} + ٩} \text{ س} \text{ س} \text{ س}$$

$$٢٤. \int \frac{\text{س}^٢ - ٦\text{س}}{(٣ - \text{س})^٤} \text{ س} \text{ س}$$

$$٢٥. \int \text{قا}^٢ \left(٣ - \frac{\text{س}}{٢} \right) \text{ س} \text{ س}$$

$$٢٦. \int \sqrt[٣]{\text{س}^٣ - ١} \text{ س} \text{ س} \text{ س}$$

$$٢٧. \int \text{قا}^٢ \frac{\text{ط}}{٢} \text{ س} \text{ س}$$

النهايات والاتصال وقابلية الاشتقاق

(١٤) أوجد معادلتى المماس والعمودي عليه للمنحنى
ص = ج^٢س - جتا^٢س عند النقطة س = صفر

(١٥) أوجد النقط الواقعة على المنحنى ص = س^٣ - س^٣ والتي عندها
المماس للمنحنى // محور السينات

(١٦) إذا كان المستقيم ١٣ س - ص = ٧ = ٠ يمس المنحنى
ص = أس^٣ + ب س^٢ عند النقطة (١، ٦) فما قيمة أ، ب

(١٧) أوجد قيم الثوابت أ، ب، ج حتى يكون لمنحني الدالتين

ص = أس^٣ + ب س^٢، ص = ج س^٢ - س مماسا مشتركا عند النقطة

(-١، ٢) وأوجد معادلة المماس المشترك $[-\frac{1}{4}, -\frac{3}{4}, 1, 3س + ص + 1 = 0]$

(١٨) دور أول ٢٠٠٦ : إذا كان المماس للمنحنى ص = ص^٢ + ص = ٥٠

يصنع مثلثا متساوي الساقين مع محوري الإحداثيات في الربع الأول فأوجد
معادلة هذا المماس

$$[س + ص = 10]$$

المعدلات الزمنية المرتبطة

(١٩) الاختبار الثالث: تتحرك نقطة على المنحنى ص = ص + س = ٥ -
أوجد موقع النقطة في اللحظة التي يكون فيها معدل تغير إحداثياتها السيني
بالنسبة للزمن يساوي معدل تغير إحداثياتها الصادي بالنسبة للزمن

(٢٠) الاختبار الخامس: بدأت نقطة الحركة على المنحنى ص = ص^٢ +

+ س^٦ - ٢٥ = ٠ من الموقع (٢، ٣) وكانت السرعة الابتدائية
للحداثي السيني ٦ سم/ث احسب السرعة الابتدائية للحداثي الصادي

(٢١) مثلث متساوي الساقين طول كل من ساقيه ٦ سم، وقياس الزاوية

بينهما (س) فإذا تغيرت س بمعدل $(\frac{ط}{٩})$ في الدقيقة حيث ط = ٣، ١٤

فأوجد معدل تغير مساحة المثلث عند س = ٣٠ (متروك للطالب) |

(٨) إذا كانت الدالة د(س) = $\left. \begin{array}{l} أس + ب ، س \leq ٢ \\ س ، س > ٢ \end{array} \right\}$ قابلة للاشتقاق

عند س = ٢ فما قيمة كل من أ، ب

(٩) أوجد قيم الثوابت أ، ب، ج إذا كانت الدالة د(س) قابلة للاشتقاق

مرتين حيث د(س) = $\left. \begin{array}{l} أس + ب س + ج ، س \leq ٠ \\ س + ٥ ، س > ٠ \end{array} \right\}$

المشتقات العليا والتطبيقات الهندسية

(١٠) أوجد قياس الزاوية التي يصنعها المماس للمنحنى

ص^٢ + ص^٢ + ٢س - ٢ص - ٦ = ٠ مع الاتجاه الموجب لمحور
السينات عند النقطة (١، -١)

(١١) إذا كان ٢ ص^٣ = ٣ س^٢ اثبت أن

$$ص \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣} \left(\frac{ص}{س} \right)^٢ + \frac{١}{ص}$$

(١٢) دور أول ٢٠٠٦ : إذا كانت ص = س^٢ + س^٣ + ٢،

ع = ٣س^٢ - ٥س + ٤ أوجد قيمة $\frac{ص}{ع}$ عند س = ٢ $[-\frac{٤}{٩}]$

(١٣) إذا كان $\frac{ع}{س} = ٣ - س$ ، $\frac{ع}{س} = س + ١$ فأوجد

$$\frac{ع}{ص} = ١$$

القيم العظمى والقيم الصغرى ورسم الدوال

(٢٧) أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة $v = s^3 - 12s$ في الفترة $[-1, 4]$

(٢٨) عين فترات التزايد والتناقص ونقط القيم العظمى المحلية ونقط القيم الصغرى المحلية وفترات التحذب ونقط الانقلاب للدالة $d(s) = s^3 - 3s + 2$ ثم ارسم منحنى الدالة .

(٢٩) الاختبار الأول: المنحنى $v = s^3 + 3s^2 + 2s$ له نقطة انقلاب عند النقطة $(3, -9)$ أوجد:
أولاً: قيمة كل من a, b
ثانياً: موقع القيم العظمى والصغرى المحلية له

(٣٠) الاختبار الثاني

إذا علم أن الدالة $d(s) = 3s^2 + 2s + 1$ لها نقطة حرجة عند $(1, 4)$ أوجد قيمة كل من a, b وحدد نوع النقطة

(٣١) اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

(١) إذا كانت d نقطة حرجة للدالة d وكانت $d'' < 0$ فإن (d, d') (ج) انقلاب محلي (ب) عظمى محلي (ج) انقلاب صغرى محلي

(٢) الدالة $d(s) = s^3 - 3s$ محدبة لأسفل في الفترة

(أ) $[-2, \infty)$ (ب) $[-3, \infty)$ (ج) $[-\infty, 2]$

(٣٢) الاختبار الثاني

وعاء اسطواني مفتوح من قاعدته العليا سعته 8000 ط سم^٣ أوجد أبعاده التي تجعل مساحته السطحية أقل ما يمكن [نق = 20 سم، $ع = 20$ سم]

(٢٢) الاختبار الرابع

اسطوانة تتمدد بانتظام بحيث تظل محتفظة بشكلها فإذا كان طول نصف قطرها ١ سم/ث وارتفاعها ٢ سم/ث وارتفاعها ١ سم/ث. أوجد معدل التغير في حجم الاسطوانة عندما $٢ = ع$ ، $٥ = سم$.

(٢٣) دور ثان ٢٠٠٦

أب، أ ج طريقان متعامدان، تحركت سيارة على الطريق أب من أ بسرعة ٤٠ كم/س وبعد ١٠ دقائق تحركت سيارة أخرى على الطريق أ ج من النقطة أ بسرعة ٦٠ كم/س أوجد معدل تباعدهما بعد مضي ٢٠ دقيقة من بدء تحرك السيارة الثانية $\frac{٤٠}{٦٠} = \frac{٢}{٣}$ كم/س

(٢٤) كرة جوفاء طولها نصف قطريها الداخلي والخارجي في أي لحظة ١ سم/ث، أوجد معدل تغير طول نصف قطرها الداخلي بزيادة بمعدل مادة الكرة ثابتاً، وذلك عند اللحظة التي فيها $١ = ٣$ سم، $٢ = ٩$ سم (متروك للطالب)

(٢٥) ** تتحرك نقطة على المنحنى $v = 4s - 2s^3$ بحيث يتناقص إحداثيها الصادي بمعدل ٥ وحدات / ث. أوجد معدل تغير ميل المنحنى عندما $s = 2$ $[-6$ وحدات / ث]

(٢٦) ** أب سلم طوله ١٠ أمتار يستند بطرفه أ على أرض أفقية وبإحدى نقطه ج على حافة حائط رأسى ارتفاعه ٦ أمتار فإذا انزلق الطرف السفلي مبتعداً عن الحائط بمعدل $١,٥$ متر/دقيقة أوجد معدل هبوط طرفه ب عندما يصل إلى حافة الحائط

(٣٣) مايو ٩٨ : متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل ومجموع أطوال جميع أحرافه ١٢٠ سم . أوجد أبعاد متوازي المستطيلات التي تجعل حجمه أكبر ما يمكن
[١٠سم ، ١٠سم ، ١٠سم]

(٣٤) " أغسطس ٩٨ "

نافذة على هيئة مستطيل يعلوه مثلث متساوي الساقين تنطبق قاعدته على أحد بعدي المستطيل فإذا كان ارتفاع المثلث $\frac{3}{8}$ طول قاعدته ومحيط النافذة ١٢٠ سم . أوجد بعدي المستطيل التي تجعل مساحة النافذة أكبر ما يمكن .
[٣٢سم ، ٢٤سم]

(٣٥) الاختبار الثالث

إذا كانت المقاومة بثلث الحجم المؤثرة على قطار تحرك بسرعة ع كم/س تتعين بالعلاقة $م = \frac{١٠}{ع} + ١٠$ ع أوجد أصغر قيمة للمقاومة

(٣٦) مستقيم معادلته $٣ - ص = ٣ + ٠$ ، النقطتان أ (٢ ، ٤) ، ب (١ - ، ٣ -) . أوجد احداثيي النقطة ج الواقعة على المستقيم المعلوم بحيث يكون (ج أ) ٢ + (ج ب) ٢ قيمة صغرى [ج (-٩ ، ٠ ، ٣)]

التكامل

(٣٧) الاختبار الخامس : منحني يمر بنقطة الأصل وميل العمودي عند أي نقطة هو $\frac{١}{٣س + ٢س}$ أوجد معادلة المنحني

(٣٨) الاختبار الثاني : إذا علم أن $\frac{٢ص}{٣س} = ١ - ٢$ عند أي نقطة من

نقط المنحني $ص = د(س)$ أوجد معادلة المنحني إذا علم أنه يمس المستقيم $س + ١٢ص = ج$ عند النقطة (١ ، ١)

(٣٩) إذا كان $\frac{٢ص}{٣س} = ١ - ٢$ عند أي نقطة على المنحني $ص = د(س)$ وكانت النقطة (١ - ، ١٠) نقطة عظمى محلية أوجد معادلة المنحني

(٤٠) " مثال ٦ محلول ص ١١١ - " دور أول ٢٠٠٦

إذا كان ميل المماس للمنحني يعطى بالعلاقة $\frac{٢ص}{٣س} = ١ - ٢$ وكان للمنحني قيمة عظمى محلية قدرها ١٠ أوجد معادلة المنحني وأوجد القيمة الصغرى المحلية إن وجدت .

(٤١) مثال ٥ محلول ص ١١٠ - أوجد معادلة المنحني $ص = د(س)$

إذا كان $\frac{٢ص}{٣س} = ١ - ٢$ وكان المنحني يمر بالنقطة (١ ، ٢)

(٤٢) أوجد معادلة المنحني $ص = د(س)$ إذا كان $\frac{٢ص}{٣س} = ١ - ٢$ وكان المنحني يمر بالنقطة (٢ ، ٤)

(٤٣) الاختبار الخامس

خزان فارغ سعته ٦ متر مكعب يصب فيه الماء بمعدل (٢ + ن) م^٣/ دقيقة حيث ن الزمن أوجد الزمن اللازم لامتلاء الخزان .

(٤٤) دور ثان ٢٠٠٦ - الاختبار الثاني

إناء مملوء بسائل يتسرب من ثقب صغير بقاع الإناء ، فإذا كان حجم السائل في الإناء يتغير بمعدل (٤٠ ، ن - ٤٠) سم^٣/ث حيث ن الزمن بالثانية وكان حجم الإناء بعد ٣٠ ثانية من بدء التسرب ٩٨٠ سم^٣ أوجد سعة الإناء وبين بعد كم ثانية يصبح الإناء فارغا [٢٠٠٠سم^٣ ، ١٠٠٠ ثانية]

الحلول الكاملة للتمارين

(١)

١. $\frac{٤}{٥} (س٥) = (٥ س٥)$

٢. $\frac{٤}{٥} (ص٥) = (٥ ص٥)$

٣. $\frac{٤}{٥} (٧ - س٣) = (٧ - س٣) = ٣ \times ٤ = ١٥ (س٣)$

٤. $\frac{٤}{٥} (٧ س٧) = ٧$

٥. $\frac{٤}{٥} (٥ ص٥) = (٥ ص٥)$

٦. $\frac{٤}{٥} (جاس) = (جاس)$

٧. $\frac{٤}{٥} (جتاس) = (جتاس)$

٨. $\frac{٤}{٥} (ظاس) = (ظاس)$

٩. $\frac{٤}{٥} [جا(٥س+٣)] = (٥س+٣)جتا(٥س+٣)$

١٠. $\frac{٤}{٥} (ظا٧ س٧) = ٧$

١١. $\frac{٤}{٥} (س١) = (س١)$

١٢. $\frac{٤}{٥} (س٢) = (س٢)$

١٣. $\frac{٤}{٥} (س٣ + ٥س٢) = (س٣ + ٥س٢)$

$$\frac{(٣ + ١٠) \times ١}{٥س٣ + ٢س٥}$$

١٤. $\frac{٤}{٥} (س٢ + ٥س٣ + ص٢) = (س٢ + ٥س٣ + ص٢)$

$$٢ = س٢ + ٥س٣ + ص٢ = \frac{٤}{٥} (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢)$$

$$١٥ = \frac{٤}{٥} (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) = \frac{٤}{٥} (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢)$$

$$٢ = س٢ + ٥س٣ + ص٢ = \frac{٤}{٥} (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢)$$

$$٢ = س٢ + ٥س٣ + ص٢ = \frac{٤}{٥} (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢)$$

(٢)

١. $٧ = س٧$

٢. $٧ = س٧$

٣. $٧ = س٧$

٤. $٧ = س٧$

٥. $٧ = س٧$

٦. $٧ = س٧$

٧. $٧ = س٧$

٨. $٧ = س٧$

٩. $٧ = س٧$

١٠. $٧ = س٧$

$$\frac{٤}{٥} (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) = \frac{٤}{٥} \times ٢$$

$$\frac{٤}{٥} (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) = \frac{٤}{٥} \times ٢$$

$$٩ = (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) \times \frac{٤}{٥}$$

$$٩ = (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) \times \frac{٤}{٥}$$

$$٩ = (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) \times \frac{٤}{٥}$$

$$٩ = (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) \times \frac{٤}{٥}$$

$$٩ = (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) \times \frac{٤}{٥}$$

$$٩ = (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) \times \frac{٤}{٥}$$

$$٩ = (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) \times \frac{٤}{٥}$$

$$٩ = (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) \times \frac{٤}{٥}$$

$$٩ = (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) \times \frac{٤}{٥}$$

$$٩ = (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) \times \frac{٤}{٥}$$

$$٩ = (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) \times \frac{٤}{٥}$$

$$٩ = (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) \times \frac{٤}{٥}$$

$$٩ = (٢س٣ + ٥س٣ + ص٢) \times \frac{٤}{٥}$$

$$\int (س + ٢) \cdot ٤ = \int \frac{١}{٤} س + ٢ + ٢ س + ٤ =$$

$$١٤. \int \frac{س^٣ - ٢٧}{س - ٣} =$$

$$\int \frac{(س - ٣)(س^٢ + ٣س + ٩)}{(س - ٣)} =$$

$$\int (س^٢ + ٣س + ٩) =$$

$$\frac{١}{٣} س^٣ + \frac{٣}{٢} س^٢ + ٩س + ٤ =$$

$$١٥. \int (س^٣ - ٢س^٢) (٢ + س + ٥) =$$

$$\int (٢س^٣ + ٣س^٢ + ١٥س + ١٠) =$$

$$\frac{٣}{٤} س^٤ + ٥س^٣ - ٢س^٢ - ١٠س + ٤ =$$

$$١٦. \int \frac{١}{س} =$$

$$\frac{١}{٤} \times ٢ \int \frac{١}{س} =$$

$$\int \frac{١}{٤} \frac{١}{س} = \frac{١}{٤} \int \frac{١}{س} =$$

$$١٧. \int \frac{س}{س + ١} =$$

$$\int \frac{(س - ١) + ١}{س + ١} =$$

$$\int \frac{(س - ١) + ١}{س + ١} =$$

$$\int (س - ١) = س - ١ + ٤ =$$

$$١٨. \int \frac{٥}{س} + \frac{٦}{س} =$$

$$\int \sqrt[٣]{٥ + س} = \int \sqrt[٣]{٥ + س} =$$

$$\frac{١}{٨} (٥ + س)^{\frac{٤}{٣}} =$$

$$١٩. \int \frac{س}{٣ + س} =$$

$$٢. \int \frac{س}{٣ + س} =$$

$$\int (١ + س) (١ + س) =$$

$$\frac{١}{٢} \int (١ + س) (٢ + س) =$$

$$\frac{١}{٢} \int (١ + س) (١ + س) =$$

$$\frac{١}{٢} \int [(١ + س) + (١ + س)] =$$

$$\frac{١}{٤} (١ + س) + \frac{١}{٤} (١ + س) =$$

$$٢١. \int \frac{٣ + س}{١ + س} =$$

$$\int \frac{٢ + ١ + س}{١ + س} =$$

$$\int \left(\frac{٢}{١ + س} + \frac{١ + س}{١ + س} \right) =$$

$$\int [٢(١ + س)^{-١} + (١ + س)^٠] =$$

$$\frac{٢}{٢} (١ + س)^{-١} + \frac{١}{٢} (١ + س)^٠ =$$

$$٢٢. \int \sqrt[٣]{١ + س} =$$

$$\int \sqrt[٣]{١ + س} =$$

$$\int \sqrt[٣]{١ + س} =$$

$$- \int \sqrt[٣]{١ + س} =$$

$$\int (١ + س)^{\frac{٤}{٣}} - \int (١ + س)^{\frac{٤}{٣}} =$$

$$\frac{(١ + س)^{\frac{٧}{٣}}}{\frac{٧}{٣}} - \frac{(١ + س)^{\frac{٤}{٣}}}{\frac{٤}{٣}} =$$

$$\frac{١}{٧} (١ + س)^{\frac{٧}{٣}} - \frac{٣}{٤} (١ + س)^{\frac{٤}{٣}} =$$

$$٢٣. \int \sqrt[٥]{٢٥س - ٩} =$$

$$\int \sqrt[٥]{٢٥س - ٩} =$$

$$\int \sqrt[٥]{٢٥س - ٩} =$$

$$\frac{١}{٧} (٢٥س - ٩)^{\frac{٧}{٥}} =$$

$$\frac{٥}{٧} \times ٥ =$$

$$٢٤. \int \frac{س - ٦}{٣ - س} =$$

$$\int \frac{س - ٦}{٣ - س} =$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{د(٥)} = (س) \\ \text{س} \neq ٢, \quad \frac{٣س - ٢ - ٢س}{٢س - ٢} \\ \text{س} = ٢, \quad ٣ \end{array} \right\}$$

$$\text{د(٢)} = ٣$$

نهـا د(س) =

$$\times \frac{\sqrt{٢س + ٢} - \sqrt{٢س - ٢}}{٢س - ٢}$$

$$\frac{\sqrt{٢س + ٢} + \sqrt{٢س - ٢}}{\sqrt{٢س + ٢} + \sqrt{٢س - ٢}}$$

$$\text{نهـا} = \frac{(٢س) - (٢س - ٢)}{(\sqrt{٢س + ٢} + \sqrt{٢س - ٢})}$$

$$\text{نهـا} = \frac{(٤ - ٢س)}{(\sqrt{٢س + ٢} + \sqrt{٢س - ٢})}$$

$$\text{نهـا} = \frac{(٢س - ٢)}{(\sqrt{٢س + ٢} + \sqrt{٢س - ٢})}$$

$$\frac{١}{٢} = \frac{٢}{٢س + ٢}$$

$$\therefore \text{نهـا د(س)} = \frac{١}{٢} \neq \text{د(٢)}$$

الدالة غير متصلة عند س = ٢

$$\left. \begin{array}{l} ٢ \leq س, \quad ١ - ٢س \\ ٢ > س, \quad ٥ + س \end{array} \right\} = \text{د(٦)} = (س)$$

$$\frac{س + ٢}{|١ + س|} = \text{د(٣)}$$

$$\left. \begin{array}{l} س < -١, \quad \frac{س + ٢}{(١ + س)} \\ س > -١, \quad \frac{س + ٢}{(١ + س)} \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

$$\text{نهـا} = \frac{س + ٢}{(١ + س)}$$

$$\text{نهـا س} = ١$$

$$\text{نهـا} = \frac{س + ٢}{(١ + س)}$$

$$\text{نهـا} = (١ - س)$$

$$\text{نهـا} = (١ - س) \neq (١ - س)$$

$$\text{نهـا د(س) غير موجودة}$$

(٤)

$$\text{نهـا ظا} = \left(\frac{س}{٤} \right) \text{ظا} = ١$$

$$\text{نهـا} = \frac{(١ - س)}{(١ - س)}$$

$$\text{نهـا} = \frac{١}{١}$$

$$\text{نهـا د(س)} = ١ \leftarrow \text{نهـا د(س)} = ١$$

$$\int = \frac{٩ - (٣ - س)^٢}{٤(٣ - س)} \cdot ٤س$$

$$\int = \frac{٩}{٤(٣ - س)} - \frac{(٣ - س)^٢}{٤(٣ - س)} \cdot ٤س$$

$$\int = \frac{٩ - (٣ - س)^٢}{٤(٣ - س)} \cdot ٤س$$

$$= \frac{٣}{٣(٣ - س)} + \frac{١}{(٣ - س)}$$

$$\int ٢٥. \text{قا} = \frac{٣}{٣(٣ - س)}$$

$$\text{ظا} = \left(٣ - \frac{س}{٢} \right) + \text{ث}$$

$$\int ٢٦. \text{س} \sqrt{١ - س^٣} = ٤س$$

$$\int \frac{١}{٣} \text{س}^٣ \sqrt{١ - س^٣} = ٤س$$

$$\int \frac{١}{٣} \text{س}^٣ (١ + ١ - س^٣) = ٤س$$

$$\int \frac{١}{٣} [(١ - س^٣) + (١ - س^٣)] = ٤س$$

$$\int \frac{١}{٣} \left[\frac{٤}{٣}(١ - س^٣) + \frac{٧}{٣}(١ - س^٣) \right] = \text{ث}$$

$$\int \frac{١}{٣} \left[\frac{٤}{١٢}(١ - س^٣) + \frac{٧}{٢١}(١ - س^٣) \right] = \text{ث}$$

$$\int ٢٧. \text{قا} = \frac{٣}{٢} \cdot ٤س = \text{ث}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس}^2 + \text{بس} + \text{ج} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 + \text{ه} \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٩)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس}^2 + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(١٠)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس}^2 \leq \text{س} \\ \text{صفر} \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(١١)}$$

الدالة قابلة للاشتقاق مرتين

$$\text{د}''(0) = \text{د}'(0)$$

$$2 = 1$$

$$\text{د}'(0) = \text{د}'(0)$$

$$\text{د}''(0) = \text{د}''(0)$$

$$5 = 5$$

$$(10) \text{ س}^2 + \text{ص}^2 + \text{س}^2 - \text{ص}^2 = 6$$

$$\frac{6}{\text{س}} = \text{س}^2 + \text{ص}^2 + \text{س}^2 - \text{ص}^2$$

$$0 = \frac{\text{ص}^2}{\text{س}} + \frac{\text{ص}^2}{\text{س}} - \frac{\text{ص}^2}{\text{س}} - \frac{\text{ص}^2}{\text{س}}$$

$$2 - \text{س}^2 = \frac{\text{ص}^2}{\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص}^2}{\text{س}} = \frac{2 - \text{س}^2}{\text{س}}$$

عند النقطة (١، ١)

$$1 = \frac{\text{ص}^2}{\text{س}} = \frac{2 - 1 \times 2}{2 - 1 \times 2}$$

ميل المماس = ١

$$\text{ظاه} = 1 \leftarrow \text{ه} = 5$$

$$(11) \text{ ص}^2 = \text{س}^3$$

باجراء اشتقاق الطرفين بالنسبة لس

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} + 1 \leq \text{س} \\ \text{س} - 3 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٧)}$$

الدالة متصلة عند س = ١

$$\text{د}'(1) \neq \text{د}'(-1)$$

$$\text{نها} = (\text{أس} - 3) = \text{نها} + \text{س}$$

$$1 = 1 - 3$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} + 1 \leq \text{س} \\ \text{س} - 3 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

ثم نكمل الحل

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس} + \text{ب} \leq \text{س} \\ \text{أس}^2 \leq \text{س} \end{array} \right\} = \text{د(٨)}$$

$$\text{د}^{(+2)} = \text{نها} = (1 - 2) = 1$$

$$\text{د}^{(-2)} = \text{نها} = (5 + 2) = 7$$

$$\text{د}^{(+2)} = \text{د}^{(-2)} = 7$$

$$\text{نها} \text{ د(س)} = 7 \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{د}^{(2)} = 1 - 2 \times 2 = 1 - 4 = -3$$

من (١)، (٢) ينتج أن

$$\text{نها} \text{ د(س)} = \text{د}^{(2)}$$

الدالة متصلة عند س = ٢

$$\text{د}^{(+2)} = \text{نها} = \frac{\text{د}^{(2)} - \text{د}^{(2)}}{\text{ه}}$$

$$\text{د}^{(2)} = 7$$

$$\text{د}^{(2)} = (2 + \text{ه})^2 = 1 - 2$$

$$7 = 8 + \text{ه} + \text{ه}^2$$

$$\text{د}^{(+2)} = \text{نها} = \frac{7 - 8 + \text{ه}^2}{\text{ه}}$$

$$\text{نها} = (8 + \text{ه})$$

$$\text{د}^{(-2)} = \text{نها} = \frac{\text{د}^{(2)} - \text{د}^{(2)}}{\text{ه}}$$

$$\text{د}^{(-2)} = \text{نها} = \frac{\text{د}^{(2)} - \text{د}^{(2)}}{\text{ه}}$$

$$\text{د}^{(-2)} = \text{نها} = \frac{\text{د}^{(2)} - \text{د}^{(2)}}{\text{ه}}$$

$$\text{د}^{(-2)} = \text{نها} = \frac{\text{د}^{(2)} - \text{د}^{(2)}}{\text{ه}}$$

$$\text{د}^{(+2)} \neq \text{د}^{(-2)}$$

الدالة غير قابلة للاشتقاق عند س = ٢

$$\text{معادلة العمودي ص} + 1 = -\frac{1}{3}\text{س}$$

$$(15) \text{ ص} = \text{س}^3 - 3 \text{س} \dots (1)$$

$$\text{ص} = 3 - \text{س}^3$$

المماس يوازي محور السينات ص/

$$\text{ص}^3 = 3 - \text{س}^3 \iff \text{ص} = 1 - \text{س}$$

$$\text{ص} = 1 \pm 1 \text{ بالتعويض في (1)}$$

$$\text{عند س} = 1 \iff \text{ص} = 2$$

$$\text{عند س} = -1 \iff \text{ص} = 2$$

النقط المطلوبة (1, -2), (-1, 2)

(16) بالتعويض بالنقطة (1, 6)

$$(1) \dots \dots \dots \text{ب} + \text{أ} = 6$$

$$\text{ص} = \text{أ}^3 + \text{ب}^3$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{ع}} = \frac{\text{أ}^3 + \text{ب}^3}{\text{ع}} = 2 + \text{ب}^2$$

عند النقطة (1, 6)

$$\frac{\text{ص}}{\text{ع}} = \frac{\text{أ}^3 + \text{ب}^3}{\text{ع}} = 2 + \text{ب}^2$$

ميل المماس = 3 + 2ب (2)

معادلة المماس 13س - ص - 7 = 0

ميل المماس = معامل س / معامل ص

ميل المماس = 13 (3)

من (2), (3)

$$\text{أ}^3 + 2\text{ب} = 13 \dots (4)$$

بحل المعادلتين (1), (4) ينتج أن 1 = أ, 5 = ب

$$(17) \text{ ص} = \text{أ}^3 + \text{ب}^3 \dots (1)$$

$$\text{ص} = \text{ج}^3 - \text{س} \dots (2)$$

بالتعويض بالنقطة (-1, 2) في (1)

$$-1 - \text{أ} = 2 - \text{ب}$$

$$(3) \dots \dots \dots \text{أ} + \text{ب} = 2$$

$$(13) \dots \dots \dots \left(\frac{\text{ع}}{\text{ص}}\right) \frac{\text{ع}}{\text{ص}} = \frac{\text{ع}^2}{\text{ص}^2}$$

$$\frac{\text{ع}}{\text{ص}} \times \frac{\text{ع}}{\text{ص}} = \frac{\text{ع}}{\text{ص}}$$

$$\frac{\text{س}^2 - 3}{1 + \frac{\text{س}}{2}} = \left(\frac{1}{1 + \frac{\text{س}}{2}}\right)(3 - \text{س}^2) =$$

بالتعويض في (1)

$$\frac{\text{ع}}{\text{ص}} = \frac{\text{ع}}{\text{ص}} \left(\frac{3 - \text{س}^2}{1 + \frac{\text{س}}{2}}\right)$$

$$= \frac{\text{ع}}{\text{ص}} \times \left(\frac{3 - \text{س}^2}{1 + \frac{\text{س}}{2}}\right) =$$

$$\frac{1}{1 + \frac{\text{س}}{2}} \times \frac{\text{س}^2 \times (3 - \text{س}^2) - 2 \times (1 + \frac{\text{س}}{2})}{(1 + \frac{\text{س}}{2})}$$

$$\frac{3 - 2 + 1 \times 2 + \frac{1}{2}(2) - 2 + \text{س} + \frac{1}{2} - 2 - \text{س}^2 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} [1 + \frac{\text{س}}{2}]} = \frac{2 - \text{س}^2 - \frac{1}{2}}{(1 + \frac{\text{س}}{2})}$$

$$(14) \text{ ص} = 2\text{ج} - \text{ج}^2 \text{س} \dots (1)$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{ع}} = \frac{2\text{ج}^2\text{س} + \text{ج}^4\text{س}}{\text{ع}}$$

عند س = صفر

$$\frac{\text{ص}}{\text{ع}} = \frac{2\text{ج}^2 + \text{ج}^4}{\text{ع}} = 2 + \text{ج}^2$$

ميل المماس م = 2

بالتعويض في (1) عن س = 0

$$\text{ص} = 2\text{ج} - \text{ج}^2 = 0 \text{ جتا } 0 = 1$$

نقطة التماس = (0, 1)

معادلة المماس هي (ص - ص) = م(س - 1)

$$\text{ص} + 1 = 2\text{س} - \text{س}^2 \iff \text{ص} = 1 - \text{س}$$

$$\text{ميل العمودي} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{ص}^2 = \frac{\text{ع}^2}{\text{س}^6} \text{ بالقسمة على } 6$$

$$\text{ص} = \frac{\text{ع}}{\text{س}^3}$$

$$1 = \frac{\text{ع}}{\text{ص}^2} \times \frac{\text{ع}}{\text{ص}} + \frac{\text{ع}}{\text{ص}^2} \times \frac{\text{ع}}{\text{ص}}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{ع}}{\text{ص}^2} \times \frac{\text{ع}}{\text{ص}} + \frac{\text{ع}}{\text{ص}^2} \times \frac{\text{ع}}{\text{ص}}$$

بالقسمة على ص

$$\frac{1}{\text{ص}} = \frac{\text{ع}}{\text{ص}^3} + \frac{\text{ع}}{\text{ص}^3}$$

$$(12) \text{ ص} = \text{س}^2 + \text{س}^3 + 2$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{ع}} = \frac{\text{ص}}{\text{ع}} = \text{س}^2 + \text{س}^3 + 2 \dots (1)$$

$$\text{ع} = \text{س}^3 - 5\text{س} + 4$$

$$\frac{\text{ع}}{\text{ع}} = \frac{\text{ع}}{\text{ع}} = \text{س}^3 - 5\text{س} + 4 \dots (2)$$

$$\frac{\text{ع}}{\text{ع}} = \frac{\text{ع}}{\text{ع}} = \frac{\text{ع}}{\text{ع}} \cdot \frac{\text{ع}}{\text{ع}} \dots (3)$$

بالتعويض من (1), (2) في (3)

$$\frac{\text{ع}}{\text{ع}} = \frac{\text{ع}}{\text{ع}} = \frac{\text{ع}}{\text{ع}} = \text{س}^2 + \text{س}^3 - 5\text{س} + 4 \dots (4)$$

$$\frac{\text{ع}}{\text{ع}} \times \frac{\text{ع}}{\text{ع}} = \left(\frac{\text{ع}}{\text{ع}}\right) \frac{\text{ع}}{\text{ع}} = \left(\frac{\text{ع}}{\text{ع}}\right) \frac{\text{ع}}{\text{ع}} = \frac{\text{ع}}{\text{ع}}$$

$$\frac{1}{5 - \text{س}^6} \times \frac{6 \times (3 + \text{س}^2) - 2 \times (5 - \text{س}^6)}{2(5 - \text{س}^6)} =$$

$$\frac{28 - \dots}{2(5 - \text{س}^6)}$$

$$\frac{2}{\text{ع}} = \frac{28 - \dots}{343} = \frac{2}{\text{ع}}$$

بالتعويض بالنقطة $(-1, 2)$ في (٢)
 $1 + ج = ٢$
 $ج = ١$

من (١) $٣ أ + ٢ ب = \frac{ع}{س}$

عند النقطة $(-1, 2)$

ميل المماس $م = ٣ + أ + ب$ (٤)

من (٢) $٢ = \frac{ع}{س} ج - ١$

عند النقطة $(-1, 2)$

ميل المماس $م = ٢ - ج - ١ = ١ - ١ \times ٢ = ١$

ميل المماس $م = ٣ - ٣ = ٠$ (٥)

من (٤)، (٥) $٣ + أ + ب = ٣$ (٦)

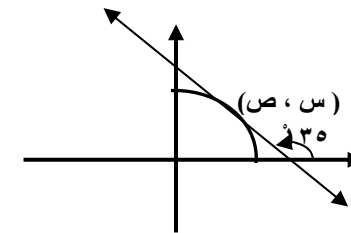
بحل المعادلتين (٣)، (٦) ينتج أن $أ = \frac{١}{٢}$ ، $ب = \frac{٣}{٢}$

معادلة المماس $ص - ١ = م (س - ١)$

$ص - ٢ = ٣ (س + ١)$

$ص - ٢ = ٣ - ٣ + ٣ + ص + ٣ = ١ + ص + ٣$

(١٨) دور أول ٢٠٠٦



ميل المماس $م = ظا ٣٥ = ١$... (١)

$س + ٢ = ٥$ (٢)

$٢ + س = \frac{ع}{س} ٢ + ٢ = ٥$ (٣)

بالتعويض من (١) في (٣) ينتج أن $٢ - س = ٥$

$س = ٥$ (٤)

بحل المعادلتين (٢)، (٤)

$س + ٢ = ٥$ \Leftarrow $س = ٥$

بالتعويض في (٤) $٥ = ص$

نقطة التماس $(٥, ٥)$

معادلة المماس $ص - ١ = م (س - ٥)$

$١٠ = ٥ - ١ = ٥ - ٥$ ومنها $س = ١٠$

(١٩) $\frac{ع}{س} = \frac{ع}{س}$ معطى والمطلوب: (س، ص)

$س = ص + س - ٥$ (١)

بإجراء الاشتقاق بالنسبة لـ ن

$\frac{ع}{س} + \frac{ع}{س} = \frac{ع}{س} + \frac{ع}{س}$

$\frac{ع}{س} + \frac{ع}{س} = \frac{ع}{س} + \frac{ع}{س}$

بالقسمة على $\frac{ع}{س}$
 $١ + ١ = ص + س$

$٢ = ص + س$

$س - ٢ = ص$ (٢)

بالتعويض من (٢) في (١)

$٥ - ٢ = ص - ٢$

$٢ - ٢ = ٣ - ٣$

$٠ = ٣ - ٣$

$٠ = (٣ + ١) (٣ - ١)$

$٣ = ٣$ ، $١ = ١$

بالتعويض في (٢)

عند $ص = ٣$ \Leftarrow $س = ١$

عند $ص = ١$ \Leftarrow $س = ٣$

النقطة $(٣, ١)$ أو $(١, ٣)$

(٢٠) $٠ = ٢٥ - س + ٢ + ٢ + ٢ = ٢٥ - ٢٠ = ٥$ (١)

$٠ = \frac{ع}{س} ٦ + \frac{ع}{س} ٢ + \frac{ع}{س} ٢$

(٢)

عند بداية الحركة

$٦ = \frac{ع}{س} ٦$ ، $٣ = ٣$ ، $٢ = ٢$

بالتعويض في (٢)

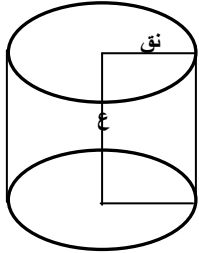
$٠ = ٦ \times ٦ + \frac{ع}{س} ٣ - ٢ + ٦ \times ٢ \times ٢$

$٦ - \frac{ع}{س} ٦ = ٦٠ \Leftarrow \frac{ع}{س} ٦ = ١٠$ سم/ث

(٢١) متروك للطالب

(٢٢) $\frac{ع}{س} ٢ = ٠,٢$ سم/ث ، $\frac{ع}{س} ١ = ٠,١$ سم/ث ، $\frac{ع}{س} ٣ = ؟$

نق $٢ = ع$ ، $٥ = ع$



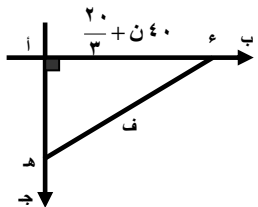
ح = ط نق ع

$\frac{ح}{ع} = ط (نق ع + ع \times ٢ نق ع)$

$ط = (٠,٢ \times ٥ \times ٢ \times ٢ + ٠,١ \times ٤)$

$\frac{ح}{ع} = ٤,٤$ ط سم/ث

(٢٣) دور ثان ٢٠٠٦



المسافة التي تحركتها السيارة الأولى قبل تحرك السيارة

الثانية $٤٠ = \frac{١٠}{٦} \times \frac{٢٠}{٣} = ١٠$ كم

نفرض أن السيارتان تحركتا معاً زمن $ن$ ساعة

فتكون المسافة التي تحركتها السيارة الأولى من بدء

الحركة = أ ع حيث أ ع = ٤٠ ن + $\frac{٢٠}{٣}$ مسافة تحرك السيارة الثانية أ ه = ٦٠ ن
البعد بين السيارتين ع ه = ف

$$ف = (أ ه) + (أ ع)$$

$$ف = (٤٠ ن + \frac{٢٠}{٣}) + (٦٠ ن) \dots (١)$$

$$٤٠٠ = ١٦٠٠ ن + ٤٠٠ ن + ٤٠٠$$

$$٤٠٠ = ٢٠٠٠ ن \Rightarrow ن = \frac{٤٠٠}{٢٠٠٠} = \frac{١}{٥}$$

السيارتان تحركتا معازمن = $\frac{٢٠}{٦٠} = \frac{١}{٣}$ ساعةبالتعويض في (١) عن ن = $\frac{١}{٣}$

$$ف = ٨٠٠ \left(\frac{١}{٣} \right) = \frac{٨٠٠}{٣}$$

بالتعويض في (٢) ن = $\frac{١}{٣}$ ، ف = $\frac{٨٠٠}{٣}$

$$\frac{١٦٠٠}{٣} + \frac{١}{٣} \times ١٠٤٠٠ = \frac{٤٠٠}{٣} \sqrt{٤٠}$$

$$\frac{٤٠٠}{٣} \sqrt{٤٠} = \frac{٤٠٠}{٣} \sqrt{٤٠} \text{ ومنها } \frac{٤٠٠}{٣} \sqrt{٤٠} \text{ كم/س}$$

(٢٤) متروك للطالب

(٢٥) المطلوب هو $\frac{٤}{٦٠}$ (ص)

الحل : ص = ٤ - ٢ س

$$٤ - ٢ س = ٤ - ٢ س$$

$$\frac{٤}{٦٠} = \frac{٤ - ٢ س}{٦٠}$$

$$١٢ - ١٢ = ٤ - ٢ س \Rightarrow ٨ = ٢ س \Rightarrow س = ٤$$

$$٤ - ٢ س = ٤ - ٢ \times ٤ = ٤ - ٨ = -٤$$

$$\frac{٤}{٦٠} = \frac{-٤}{٦٠} \Rightarrow ٤ = -٤$$

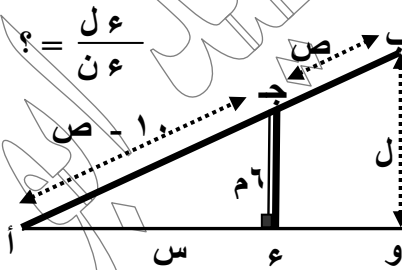
$$\frac{٤}{٦٠} = \frac{٤}{٦٠} \Rightarrow ٤ = ٤$$

بالتعويض في (١)

$$\frac{٤}{٦٠} = \frac{٤}{٦٠} \Rightarrow ٤ = ٤$$

$$٦ - ٦ = \frac{١}{٤} \times ٢ \times ١٢ = ٦$$

(٢٦)



في المثلث أ ع ج

$$٣٦ + ٢ = ٣٦ + ٢ (ص - ١٠) \dots (١)$$

$$٣٦ + ٢ = ٣٦ + ٢ ص - ٢٠$$

$$٢٠ = ٢ ص \Rightarrow ص = ١٠$$

عندما يصل الطرف ب إلى حافة الحائط

ص = ٠ بالتعويض في (١) ينتج أن س = ٨

$$\frac{٤}{٦٠} = \frac{٤}{٦٠} \Rightarrow ٤ = ٤$$

$$١,٢ = \frac{٤}{٦٠} \text{ ومنها } \frac{٤}{٦٠}$$

من تشابه المثلثين أ ع ج ، أ ب

$$\frac{٦}{١٠} = \frac{٦}{١٠}$$

$$\frac{٦}{١٠} = \frac{٦}{١٠} \Rightarrow ٦ = ٦$$

$$\frac{٤}{٦٠} = \frac{٤}{٦٠} \Rightarrow ٤ = ٤$$

$$\frac{٤}{٦٠} = \frac{٤}{٦٠} \Rightarrow ٤ = ٤$$

$$١,٢ = ١,٢ \Rightarrow ١,٢ = ١,٢$$

$$٢٧) ص = ١٢ - ٣ س \dots (١)$$

$$١٢ - ٣ س = ١٢ - ٣ س$$

إيجاد النقاط الحرجة للدالة

$$٠ = ١٢ - ٣ س \Rightarrow س = ٤$$

$$٢ \pm = س \Rightarrow س = ٢$$

بالتعويض في (١)

$$١٦ - ٨ = ٢٤ - ٨ = ١٦$$

$$١٦ = ٢٤ + ٨ = ٣٢$$

$$١١ = ١٢ + ١ = ١٣$$

$$١٦ = ٤٨ - ٦٤ = -١٦$$

القيمة العظمى المطلقة هي ١٦

القيمة الصغرى المطلقة هي -١٦

$$٢٨) د(س) = ٣ س - ٣ س + ٢ \dots (١)$$

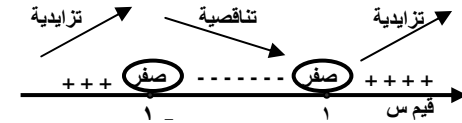
$$٣ - ٣ س = ٣ - ٣ س$$

$$٣ = ٣$$

دراسة إشارة الدالة د(س)

$$٠ = ٣ - ٣ س \Rightarrow س = ١$$

$$١ \pm = س$$



في الفترة $[-1, 1]$ الدالة تناقصية حيث $d'(s) > 0$
في كل من الفترتين $[-\infty, -1]$ و $[1, \infty]$

الدالة تزايدية حيث $d'(s) < 0$

$$d(-1) = (-1) - (-1) \times 3 - 3 = 2 + (-1) \times 3 - 3 = 2 - 3 - 3 = -4$$

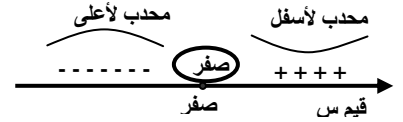
النقطة عظمى محلية $(-1, -4)$

$$d(1) = (1) - (1) \times 3 - 3 = 2 + 1 \times 3 - 3 = 2 + 3 - 3 = 2$$

النقطة صغرى محلية $(1, 2)$

دراسة إشارة $d''(s)$

$$d''(s) = 0 \Rightarrow s = 0$$



في الفترة $[-\infty, 0]$

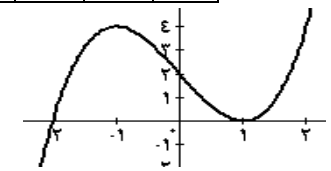
$d''(s) > 0 \Rightarrow$ المنحنى محدب لأعلى

في الفترة $[0, \infty]$

$d''(s) < 0 \Rightarrow$ المنحنى محدب لأسفل

$d(0) = 2 \Rightarrow$ نقطة انقلاب $(0, 2)$

س	-٢	-١	٠	١	٢
ص	٤	٠	٢	٤	٤



(٢٩) $(-3, 9) \ni$ للمنحنى

\therefore فهي تحقق معادلته

$$-9 = 27 + 9 + 3$$

$$١٣ = ب + ١٢ \dots \dots \dots (١)$$

$$ص = س + ٣ + ٢ + ١$$

$$ص = ٣ + ٢ + ١ + ٢ + ١$$

$$ص = ٦ + ٢ + ١ \dots \dots \dots (٢)$$

عند نقطة الانقلاب $(3, -9)$

$$ص = ٠, س = ٣$$

بالتعويض في (٢)

$$٠ = ١٢ + ١٨ = أ \Rightarrow أ = -٩$$

بالتعويض في (١)

$$١٥ = ب + ٢٧ = ١٢ \Rightarrow ب = -١٥$$

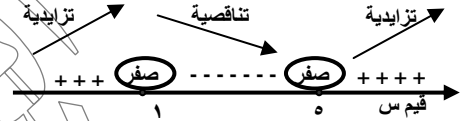
\therefore معادلة المنحنى هي

$$ص = س + ٣ - ٩ + ١٥$$

$$ص = ٣ - ٩ + ١٥ + س$$

$$ص = ٩ + س - ٦ = ٣ + س$$

$$١ = س - ٥ = ٥ - س$$



$$d(1) = (1) - (1) \times 9 - 3 = 1 \times 15 + (1) \times 9 - 3 = 15 + 9 - 3 = 21$$

\therefore نقطة عظمى محلية $(1, 21)$

$$d(3) = (3) - (3) \times 9 - 3 = 5 \times 15 + 25 \times 9 - 125 = 75 + 225 - 125 = 175$$

\therefore نقطة صغرى محلية $(3, -175)$

(٣٠) \therefore بالتعويض بالنقطة $(1, 4)$

$$٤ = أ + ب + ٢$$

$$٢ = ب + ١ \dots \dots \dots (١)$$

$$د(س) = ٢ + ١ + ٣ + س$$

$$د'(س) = ٢ + ١ + ٣ = ٦$$

عند النقطة الحرجة $(1, 4)$

$$د'(س) = ٠, س = ١$$

$$٠ = ٢ + س$$

$$ب = ٢ - أ \dots \dots \dots (٢)$$

بالتعويض من (٢) في (١)

$$٢ - أ = أ \Rightarrow ٢ = ٢أ \Rightarrow أ = ١$$

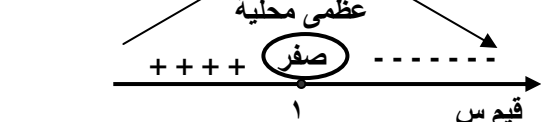
بالتعويض في (٢)

$$٤ = ب \Rightarrow ب = ٤$$

معادلة المنحنى هي

$$ص = ٤ + ٢ + ١ + س$$

$$ص = ٤ + ٢ + ١ + س = ٧ + س$$



\therefore نقطة عظمى محلية $(1, 7)$

(٣١) (١) (ج، د) صغرى محلية

(٢) د محدبة لأسفل في $[2, \infty]$

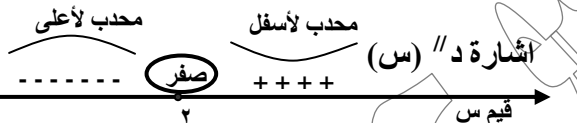
حيث $d(س) = ٣ - س$

$$٩ + س = ٣ - س$$

$$٩ + س = ٣ - س \Rightarrow ٩ + ٢س = ٣ \Rightarrow ٢س = ٣ - ٩ = -٦ \Rightarrow س = -٣$$

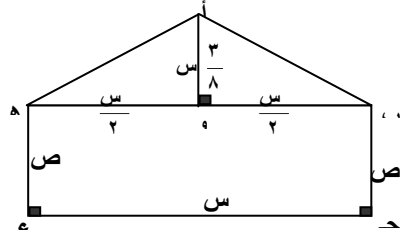
$$د(س) = ٣ - س = ٣ - (-٣) = ٦$$

$$د''(س) = -١ < ٠$$



الدالة محدبة لأسفل في الفترة $[2, \infty]$

(٣٢) حجم الاسطوانة = ط نق ع



محيط النافذة = ١٢٠ سم

$$١٢٠ = ب ج + ج د + د ه + ه ا + ا ب$$

$$١٢٠ = \frac{س ٥}{٨} + \frac{س ٥}{٨} + ص + س + ص$$

$$٩٦٠ = ص ٨ + ص ٨ + ص ٨ + ص ٨ + ص ٥ + ص ٥$$

$$٩٦٠ = ص ١٦ + س ١٨$$

$$٤٨٠ = ص ٨ + س ٩$$

$$ص = \frac{٩ - ٤٨٠}{٨} \dots (١)$$

مساحة النافذة = مساحة المستطيل + مساحة المثلث

$$م = س ص + \frac{١}{٢} \times س \times \frac{٣}{٨}$$

$$م = س ص + \frac{٣}{١٦} س \dots (٢)$$

بالتعويض من (١) في (٢)

$$م = س \left(\frac{٩ - ٤٨٠}{٨} \right) + \frac{٣}{١٦} س$$

$$م = س \left(\frac{٩}{٨} - ٦٠ \right) + \frac{٣}{١٦} س$$

$$م = س \left(\frac{١٥}{١٦} - ٦٠ \right)$$

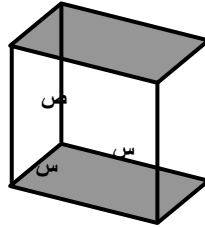
$$\frac{١٥}{٨} = م \leftarrow \frac{١٥}{٨} - ٦٠ = م$$

$$٠ = م \leftarrow \frac{١٥}{٨} - ٦٠ = م$$

$$س = \frac{٨ \times ٦٠}{١٥} = ٣٢ \text{ سم}$$

بالتعويض في (١) ص = ٢٤ سم

(٣٣) مجموع أطوال أحرافه = ١٢٠



$$١٢٠ = س + ص + ع$$

$$ص + ع = ١٢٠ - س$$

$$ص = ٣٠ - س \dots (١)$$

ح = مساحة القاعدة × الارتفاع

$$ح = س (ص + ع) \dots (٢)$$

من (١) و (٢)

$$ح = س (٣٠ - س)$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

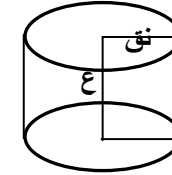
$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$

$$ح (س) = ٣٠ س - س^٢$$



$$٨٠٠٠ = \text{طنق}^٢ ع$$

$$ع = \frac{٨٠٠٠}{\text{نق}^٢} \dots (١)$$

م = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

$$م = ٢ \text{ طنق} ع + ٢ \text{ طنق}^٢ ع \dots (٢)$$

بالتعويض من (١) في (٢)

$$م = ٢ \text{ طنق} ع + \frac{٨٠٠٠}{\text{نق}^٢} \times ٢ \text{ طنق}^٢ ع$$

$$٠ = م - ٢ \text{ طنق} ع - \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢} ع$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢} \dots (٢)$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

المساحة السطحية أقل ما يمكن

بالتعويض في (١) عن نق = ٢٠

$$ع = \frac{٨٠٠٠}{٤٠٠} = ٢٠$$

$$\text{نق} = ٢٠ \text{ سم} ، ع = ٢٠ \text{ سم}$$

بالتعويض في (٢)

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

$$\frac{م}{ع} = ٢ \text{ طنق} + \frac{١٦٠٠٠}{\text{نق}^٢}$$

بعدي المستطيل هما ٣٢ سم ، ٢٤ سم

.....

$$(٣٥) م = \frac{١٠}{ع} + ١٠ ع \dots (١)$$

$$١٠ = م - ع \quad ١٠ = م - ع$$

$$١٠ + ١٠ = م - ع$$

$$م = ٢٠ + ع$$

$$م = \frac{١٠ \times ٢}{ع} \dots (٢)$$

$$٠ = م - ١٠ + ١٠ = م - ١٠$$

$$٠ = م - ١٠ + \frac{١٠}{ع} \quad \text{بالتعويض في (٢)}$$

$$٠ = م - ١٠ + \frac{١٠}{٢٠ + ع}$$

$$١٠٠ = م - ١٠ + \frac{١٠}{٢٠ + ع} \quad \text{بالتعويض في (٢)}$$

$$١٠٠ = م - ١٠ + \frac{١٠ \times ٢}{١٠٠} = (١٠٠) \dots$$

$$١٠٠ = م - ١٠ + ٠ = م - ١٠$$

$$١٠٠ = م - ١٠ \quad \text{بالتعويض في (١)}$$

$$١٠٠ = م - ١٠ + \frac{١٠}{١٠٠} = م - ١٠ + ٠ = م - ١٠$$

.....

$$(٣٦) م = ٣ - ص \dots (١)$$

$$٣ = م + ص \dots (١)$$

$$\text{نفرض أن ج} = (ص، م)$$

$$ف = (ج أ) + (ج ب)$$

المطلوب: ج = (...، ...) بحيث ف أصغر ما يمكن

$$أ = (٢، ٤) ، ب = (٣، ١)$$

$$ف = (٣ - ص) + (٢ - ص) + (٤ - ص) = ٩ - ٣ص$$

$$\dots (٢)$$

بالتعويض من (١) في (٢)

$$٤ - ص = (٣ - ص) + (٢ - ص) + (٤ - ص)$$

$$٤ - ص = ٩ - ٣ص$$

$$٤ - ص = ٩ - ٣ص$$

$$٤ - ص = ٩ - ٣ص$$

$$٤ - ص = ٩ - ٣ص$$

$$٤ - ص = ٩ - ٣ص$$

$$٤ - ص = ٩ - ٣ص$$

$$٤ - ص = ٩ - ٣ص$$

$$٤ - ص = ٩ - ٣ص$$

$$٤ - ص = ٩ - ٣ص$$

$$٤ - ص = ٩ - ٣ص$$

$$٤ - ص = ٩ - ٣ص$$

$$٤ - ص = ٩ - ٣ص$$

$$٤ - ص = ٩ - ٣ص$$

$$(٣٧) \text{ ميل العمودي} = \frac{١}{٣س + ٢س}$$

$$\text{ميل المماس} = ٣س + ٢س$$

$$٣س + ٢س = ٣س + ٢س$$

$$٣س + ٢س = ٣س + ٢س$$

$$٣س + ٢س = ٣س + ٢س$$

$$\text{المنحنى يمر بالنقطة } (٠، ٠) \text{ نقطة الأصل}$$

$$\text{فهي تحقق معادلته}$$

$$٠ = ٣س + ٢س$$

$$\text{معادلة المنحنى هي } ٣س + ٢س = ٠$$

$$\dots (٣٨)$$

$$ص = \int (١ - ص) \cdot ٤$$

$$ص = \frac{١}{٣} ص - ٤ص + ث \dots (١)$$

$$\text{معادلة المماس هي } ١٢ + ص = ٤ص$$

$$\text{بإجراء الاشتقاق بالنسبة لـ } ص$$

$$١٢ + ١ = \frac{٤}{٤} ص \Rightarrow ١٣ = ص$$

$$\text{عند } ص = ١ \Rightarrow \frac{٤}{١٢} = \frac{٤}{٤}$$

$$\text{بالتعويض في (١)}$$

$$١٣ = ص - \frac{١}{٣} + ١ \Rightarrow ١٣ = ص - \frac{١}{٣} + ١$$

$$\text{بالتعويض في (١)}$$

$$ص = \frac{١}{٣} ص - ٤ص + ث$$

$$ص = \int (١ - ص) \cdot ٤$$

$$ص = \frac{١}{٣} ص - ٤ص + ث$$

$$ص = \frac{١}{٣} ص - ٤ص + ث$$

$$\text{المنحنى يمر بالنقطة } (١، ١)$$

$$\text{فهي تحقق معادلته}$$

$$١ = \frac{١}{٣} ص - ٤ص + ث$$

$$\text{معادلة المنحنى هي}$$

$$ص = \frac{١}{٣} ص - ٤ص + ث$$

$$\dots (٣٩)$$

$$ص = \int (١ - ص) \cdot ٤$$

$$ص = \frac{١}{٣} ص - ٤ص + ث$$

$$\text{عند النقطة العظمى المحلية } (١، ١)$$

$$\text{بالتعويض في (١)}$$

$$٠ = ٣ + ٦ + ٩ \Leftarrow \text{ث} = ٩$$

$$\text{ص} = ٣ \text{ س} - ٢ \text{ س} - ٩ = ٩$$

$$\text{ص} = \int (٣ \text{ س} - ٢ \text{ س} - ٩) \text{ س} \text{ س} = ٩ \text{ س} \text{ س} - \text{س}^٣ - ٩ \text{ س} \text{ س}$$

$$\text{ص} = ٩ \text{ س} - ٣ \text{ س} - ٩ \text{ س} + \text{ث} \dots (٢)$$

$$\text{بالتعويض في (٢) بالنقطة (١٠، ١) = ١٠$$

$$١٠ = ٩ - ٣ - ٩ + \text{ث} \Rightarrow \text{ث} = ١٠$$

$$\text{معادلة المنحنى هي}$$

$$\text{ص} = ٩ \text{ س} - ٣ \text{ س} - ٩ = ٥$$

$$(٤٠) \text{ ص} = ٩ \text{ س} - ٣ \text{ س} - ٩ = ٩ \dots (١)$$

$$\text{ص} = \int (٩ \text{ س} - ٣ \text{ س} - ٩) \text{ س} \text{ س} = ٩ \text{ س} \text{ س} - \frac{٣}{٢} \text{ س}^٢ - ٩ \text{ س}$$

$$\text{ص} = ٩ \text{ س} - ٣ \text{ س} - ٩ + \text{ث} \dots (٢)$$

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = ٩ - ٣ \text{ س} - ٩ \dots (٣)$$

عند النقطة العظمى أو الصغرى المحلية

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = ٠ \text{ بالتعويض في (١)}$$

$$٠ = ٩ - ٣ \text{ س} - ٩$$

$$\text{س} = ٣ - ٣ = ٠$$

$$\text{س} = ٣ - (١ + \text{س}) = ٠$$

$$\text{س} = ٣ - \text{س} = ٣ \text{ س} \text{ بالتعويض في (٣)}$$

$$\text{عند س} = ٣ = \frac{\text{ص}}{\text{س}} = ١٢ < ٠ \text{ صغرى محلية}$$

$$\text{عند س} = ١ = \frac{\text{ص}}{\text{س}} = ١٢ > ٠ \text{ عظمى محلية}$$

(١٠، ١) نقطة عظمى محلية

فهي تحقق معادلة المنحنى بالتعويض في (٢)

$$١٠ = ٩ - ٣ - ٩ + \text{ث}$$

$$\text{ث} = ٥ \text{ بالتعويض في (٢)}$$

معادلة المنحنى هي

$$\text{ص} = ٣ \text{ س} - ٣ \text{ س} - ٩ + \text{ث} \dots (٤)$$

عند س = ٣ نقطة صغرى محلية

بالتعويض في (٤)

$$\text{ص} = ٢٧ - ٢٧ - ٩ + ٥ = ٢٢$$

$$\text{ص} = ٢٢$$

النقطة (٣، ٢٢) نقطة صغرى محلية

$$(٤١) \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{٣ - \text{س}}{٥ - ٢ \text{ س}}$$

$$\int (٥ - ٢ \text{ س}) \text{ ص} = \int (٣ - \text{س}) \text{ س} \text{ س}$$

$$\text{ص} - \text{ص} = ٣ \text{ س} - ٢ \text{ س} + \text{ث} \dots (١)$$

بالتعويض بالنقطة (١، ٢) في (١)

$$١٠ - ١٠ = ٤ - ١ - ٣ + \text{ث} \Rightarrow \text{ث} = ٨$$

معادلة المنحنى هي

$$\text{ص} = ٣ \text{ س} - ٢ \text{ س} + ٨$$

$$(٤٢) \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{٣ - \sqrt{\text{ص}}}{٢ + \sqrt{\text{ص}}}$$

$$\int \frac{\text{ص}}{٢ + \sqrt{\text{ص}}} = \int \frac{\text{ص}}{٣ - \sqrt{\text{ص}}}$$

$$\int (٣ - \sqrt{\text{ص}}) \text{ ص} = \int (٢ + \sqrt{\text{ص}}) \text{ ص} \text{ س}$$

$$٢ (٣ - \sqrt{\text{ص}}) = ٢ (٢ + \sqrt{\text{ص}}) + \text{ث}$$

بالتعويض بالنقطة (٢، ٤)

$$٢ = ٤ + \text{ث} \Rightarrow \text{ث} = -٢$$

$$\text{المعادلة هي: } (٣ - \sqrt{\text{ص}}) = (٢ + \sqrt{\text{ص}}) - ١$$

$$(٤٣) \frac{\text{ح}}{\text{ن}} = (٢ + \text{ن})$$

$$\text{ح} = \int (٢ + \text{ن}) \text{ ن} \text{ ن}$$

$$\text{ح} = \frac{١}{٢} \text{ ن}^٢ + ٢ \text{ ن} + \text{ث}$$

$$\text{ن} = \text{ح}, \text{ ن} = \text{ح} \Rightarrow \text{ث} = ٠$$

$$\text{ح} = \frac{١}{٢} \text{ ن}^٢ + ٢ \text{ ن}$$

عندما يمتلئ الخزان ح = ٦

$$\frac{١}{٢} \text{ ن}^٢ + ٢ \text{ ن} = ٦ \times ٢$$

$$\text{ن}^٢ + ٤ \text{ ن} - ١٢ = ٠$$

$$\text{ن} = (٦ - ٢) = ٤$$

ن = ٦ مرفوض لأن الزمن موجب

ن = ٢ دقيقة

$$(٤٤) \frac{\text{ح}}{\text{ن}} = ٤٠ - \text{ن}$$

$$\text{ح} = \int (٤٠ - \text{ن}) \text{ ن} \text{ ن} = ٢٠ \text{ ن} - \frac{١}{٢} \text{ ن}^٢$$

$$\text{ح} = ٢٠ \text{ ن} - \frac{١}{٢} \text{ ن}^٢$$

عند ن = ٣٠ ح = ٩٨٠

$$٩٨٠ = ٢٠ \times ٣٠ - \frac{١}{٢} \times ٣٠^٢$$

$$\text{ث} = ٢٠٠٠$$

$$\text{ح} = ٢٠ \text{ ن} - \frac{١}{٢} \text{ ن}^٢ = ٢٠٠٠ + \dots (١)$$

عند بداية تسرب السائل

$$\text{ن} = ٠ \text{ بالتعويض في (١)}$$

$$\text{ح} = ٢٠٠٠ \text{ سم}$$

عندما يصبح الإناء فارغا

$$\text{ح} = ٠ \text{ بالتعويض في (١)}$$

$$٠ = ٢٠ \text{ ن} - \frac{١}{٢} \text{ ن}^٢ \Rightarrow \text{ن} = ٤٠$$

$$\text{ن} = ٤٠ + ٢٠٠٠ = ١٠٠٠$$

(ن - ١٠٠) = ٠ ومنها ن = ١٠٠ ثانية