## الباب الاول: الاحتمال

**التجربه:هي القيام بعمل وملاحظه الناتج:**

### التجربةالعشوائية

هي تجربة نستطيع أن نحدد مقدما (أي قبل إجرائها) جميع النواتج الممكنة الحدوث ،ولكن لا يمكن تحديد أي من هذه النواتج سيتحقق فعلاً عند اجراء هذه التجربة

**فضاء ( فراغ ) العينة أو فضاء النواتج (ف):** هو جميع النواتج الممكنة الحدوث لتجربة عشوائية.

**تعريف الحدث** ⟸ هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

### أنواع الأحداث

١) الحدث المؤكد : هو الحدث الذى لابد أن يتحقق ويرمز له بالرمز (ف).

٢) الحدث المستحيل: هو الحدث الذى لا يمكن أن يتحقق ويرمز له بالرمز ($\phi$).

٣) الحدث الأولى (البسيط) : هو الحدث الذى تتألف المجموعه التى تمثله من عنصر واحد فقط من عناصر فضاء العينة.

٤) الحدثان المتنافيان : هما الحدثان اللذان يستحال و قوعهما معاً و وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر .لا يمكن ان تتقاطع .اي لا يوجد بينهما عناصر مشتركه:

**١) إذا كان أ، ب حدثين جزئيين من ف فإن أ، ب حدثان متنافيان إذا كان أ ∩ ب = $\phi$**

**٢) يقال لعدة أحداث أنها متنافية إذا وإذا فقط كانت متنافية مثنى مثنى.**

١⮜ الأعداد الفردية : (١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ .....)

٢⮜ الأعداد الزوجية : (٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ .....)

٣⮜ الأعداد الأولية :(٢ ،٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩ ، ٢٣.....)

أي هي التي لا تقبل القسمة إلا على نفسها وعلى الواحد الصحيح فقط مع ملاحظة أن الواحد ليس عددا أوليا .

العدد المربع كامل: (١ ،٤ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٥ ، ٣٦ ،.....)

العدد المكعب كامل: (١ ،٨، ٢٧، ٦٤، ١٢٥،.....)

★ في تجربه قطعه النقود لو قال علي الاقل نبدأ بالعدد ونزود. لو قال على الاكثر نبدأ بالعدد وننقص

★ في تجربه القاء حجر النرد مرتين لو قال الفرق المطلق نكتب العنصر وعكسه،

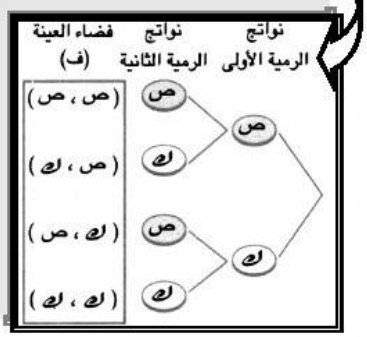
مثلا لو الفرق المطلق=٢ نكتب(٣,١)،(١,٣)....وهكذا



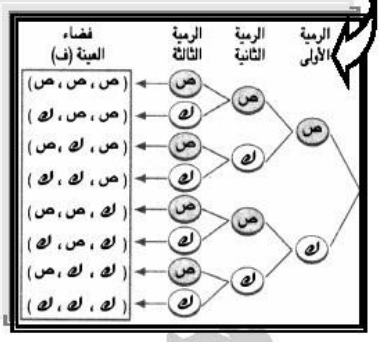
E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

# ملخص لأهم التجارب العشوائية

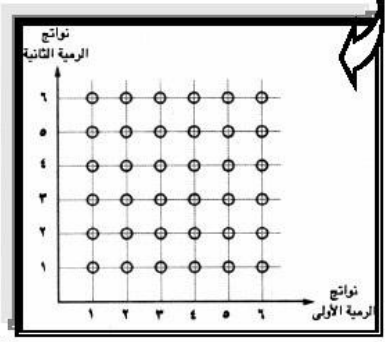
**إلقاء قطعة نقود مرتين (أو قطعتين مرة واحدة)**



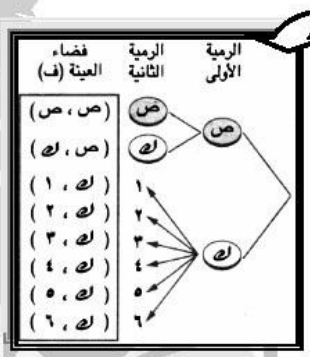

**إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات (أو ثلاث قطع مرة واحدة)**



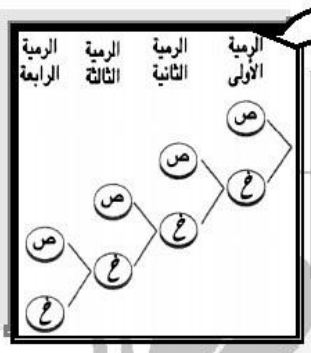

**تجربة إلقاء حجر نرد مرتين (أو حجريّ نرد مرة واحدة)**



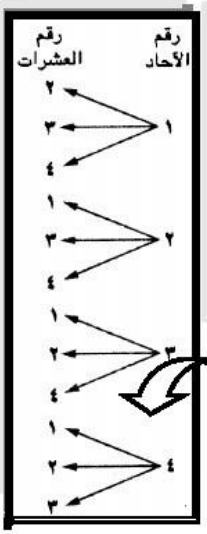

**إلقاء قطعة نقود فإذا كان الناتج صورة فسوف تلقى قطعة النقود مرة أخرى وإذا من الناتج كتابة فسوف يلقى حجر نرد**




**التسديد على هدف ٤ مرات على الأكثر على أن تتوقف عن التسديد عند إصابته**

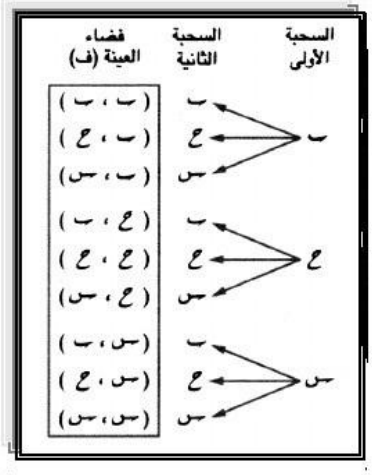



**من مجموعة الأرقام { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } كون عدد مكون من رقمين مختلفين**

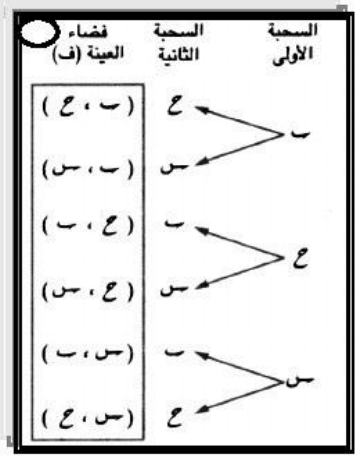



**سحب كرتان من صندوق به ٣ كرات بيضاء وحمراء وسوداء وملاحظة لونهما**

**مع الإحلال**




**بدون إحلال**




**وخلي بالك إذا غير عدد الكور**

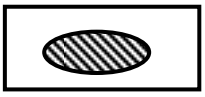
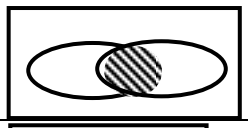
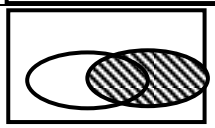
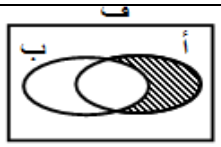
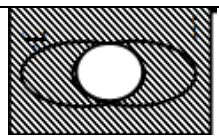
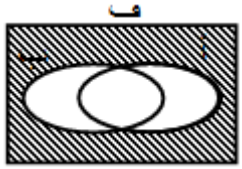
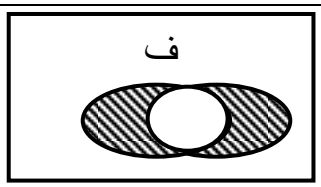
☜ أما إذا سحبت الكرتان معاً فى وقت واحد فإن :

∴ ف = { ب س ، ب ح ، ح س } ، ن ( ف ) = ٣



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

**والجدول الآتى يلخص لنا ما سبق، كما يوضح التعبير اللفظى لبعض الأحداث وتمثيلها بشكل فـِن:**

| الحدث | التعبير عنه لفظيًا | التمثيل بشكل فن |
|---|---|---|
| ف | الحدث المؤكد أو<br>فضاء العينة لتجربة عشوائية ما | |
| ∅ | الحدث المستحيل | |
| أ | وقوع الحدث (أ) |  |
| $أ^{-}$ = ف – أ | الحدث المكمل للحدث أو حدث عدم وقوع الحدث | |
| أ ∩ ب | حدث وقوع أ و ب معًا |  |
| أ ∪ ب | حدث وقوع أ أو ب أو كليهما<br>وقوع أحدهما على الأقل |  |
| أ – ب | حدث وقوع أ وعدم وقوع ب<br>حدث وقوع أ فقط |  |
| $(أ \cap ب)^{-}$ = $أ^{-} \cup ب^{-}$ | حدث عدم وقوع الحدثين معًا<br>وقوع أحدهما على الأكثر |  |
| $(أ \cup ب)^{-}$ = $أ^{-} \cap ب^{-}$ | حدث عدم وقوع أيا من الحدثين |  |
| (أ – ب) ∪ (ب – أ)<br>= (أ ∪ ب) – (أ ∩ ب) | وقوع أحد الحدثين فقط<br>أحد الحدثين دون الآخر |  |



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

## أمثله محلوله علي العمليات الأحداث

**١] القي حجر نرد منتظم مره واحده ولوحظ العدد الظاهر علي الوجه العلوي .اكتب فضاء العينه ثم عين الاحداث الاتيه مبينا ايا من هذه الاحداث:**

أ➢حدث ظهور عدد اكبرمن أو يساوي ٣ ب➢حدث ظهور عدد أصغر من ٥

ج➢حدث ظهور يقبل القسمة علي ٣ د➢حدث ظهور فردي غير اولي

هـ➢ حدث ظهور اكبر من ٢ واقل من٣ و➢حدث ظهور عدد ينحصر بين (٧,٠)

### الحـــل

**فضاء العينة { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}**

أ=$\{٣،٤،٥،٦\}$ ب=$\{٤،٣،٢،١\}$ جـ=$\{٦،٣\}$

د=$\{١\}$حدث بسيط هـ=$\{\phi\}$حدث مستحيل و=$\{٦،٥،٤،٣،٢،١\}$حدث مؤكد

**٢] فتجربة القاء قطعتى عملة متمايزتين مرة واحدة وملاحظة الوجهين الظاهرين. اكتب فضاء العينة لهذه التجربة وعين الأحداث الآتية:**

أ➢ظهور كتابة واحدة على الأقل. ب➢ظهور كتابة واحدة على الأكثر.

ج➢ظهور صوره واحدة بالضبط. د➢ظهور صورتين على الأكثر.

هـ➢عدم ظهور كتابات. و➢ظهور صورتين على الأقل.

### الحـــل

ف= **{(ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)}**

أ = **{(ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)** ب =**{ (ص، ك)، (ك، ص)، (ص، ص)}**

ج =**{(ص، ك)، (ك، ص)}** د = ف

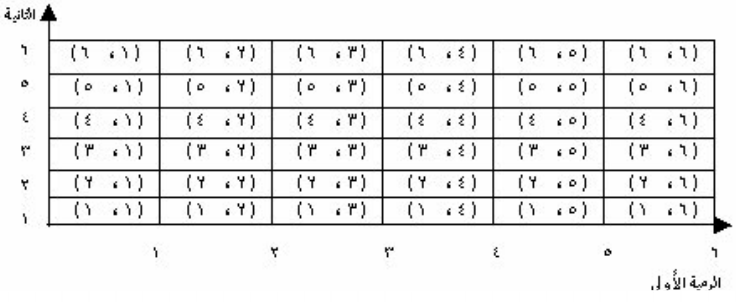
هـ =**{(ص،ص)}** و =**{(ص،ص)}**

**٣] فى تجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين وملاحظة الوجه العلوى، عين الأحداث الآتية:**

أ➢ مجموع الوجهين العلويين أكبر من ١١ ب➢ مجموع الوجهين العلويين أقل من ٥

ج➢ مجموع الوجهين العلويين يقبل القسمة على٤ د➢ الفرق المطلق بين الوجهين العلويين ٣

هـ➢ الحصول على عدد أولى فى أحد الرميتين على الأقل. و➢ الحصول على عدد أولى مرة واحدة فقط



## الحـــل

ف={(١,١)،(٢،١)،(٣،١).....(٦،٦)}

أ = { (٦،٦)}

ب = {(١،١) ، (٢،١) ، (٣،١) ، (١،٣) ، (١،٢) ، (٢،٢) }

ج{ = (١،٣) ، (٢،٢) ، (٦،٢) ، (٣،١) ، (٣،٥) ،(٤،٤) ، (٥،٣) ، (٢،٦) ، (٦،٦) }

د = { (١،٤) ، (٢،٥) ،(٣،٦) (١،٤) ، (٥،٢) ، (٦،٣) }

هـ = { (٢،١) ،(٢،٢) ،(٢،٣) ،(٢،٤) ،(٢،٥) ،(٢،٦) ،(٣،١) ،(٣،٢) ،(٣،٣) ،(١،٢) ،(١،٣) ،(١،٥) ،(٤،٢) ،(٤،٣) ،(٤،٥) ،(٣، ٦)،(٦،٢) ،(٦،٥) ، (٣،٤) ،(٣،٥) ،(٣،٦) ،(٥،١)،(٥،٢) ،(٥،٣) ،(٥،٤) ،(٥،٥) ،(٥،٦)}

و = {(٢،١) ،(٢،٤) ،(٢،٦) ،(٣،١)، (٣،٦) ،(٥،١) ،(٥،٤) ،(٥،٦) ،(١،٢)، (٤،٢)،(٦،٢)، (٤،٣) (١،٣)، (٤،٣)، (٦،٣)، (١،٥)، (٤،٥)، (٦،٥)}

## تمارين علي العمليات علي الاحداث

**١] سحبت بطاقه واحده عشوائيا من صندوق به ١٨بطاقه مرقمه من١:١٨اكتب فضاء العينه ثم عين الاحداث الاتيه:**

أ➢حدث ان تكون البطاقه المسحوبه تحمل عددا زوجيا ب➢ حدث ان البطاقه المسحوبه تحمل عدد فرديا

ج➢حدث البطاقه المسحوبه تحمل عددا اوليا د➢ حدث البطاقه المسحوبه تحمل عددا زوجيا و اوليا

هـ➢حدث البطاقه المسحوبح تحمل عددا فرديا او اوليا و➢حدث ان البطاقه المسحوبه تحمل عدد مربع كامل

**٢] صندوق به ١٠٠بطاقه مرقمه من ١:١٠٠ اكتب فضاء العينه ثم عين الاحداث الاتيه:**

أ➢البطاقه المسحوبه تحمل عددا يقبل القسمه علي ١٥ب➢البطاقه المسحوبه تحمل عددا يقبل القسمه علي١٨

ج➢حدث البطاقه المسحوبه تحمل عددا يقبل القسمه علي ١٥و١٨

د➢حدث البطاقه المسحوبه يقبل القسمه علي ١٥او ١٨ هـ➢حدث البطاقه المسحوبه عدد مربع كامل

و➢حدث البطاقه المسحوبه اولي واقل من٢٥

**٣] صندوق به ٥٠بطاقه مرقمه من ١:٥٠ اكتب فضاء العينه ثم عين الاحداث الاتيه:**

**البطاقه المسحوبه تحمل عددافرديا:**

أ➢يقبل القسمه علي ٥ ب➢يقبل القسمه علي ٧

ج➢يقبل القسمه علي ٥و٧ د➢المسحوبه يقبل القسمه علي ٥او ٧

**٤]في تجربه القاء قطعه نقود منتظمه مرتين متتاليتين وملاحظة تابع الصور والكتابات:**

**أكتب فضاء العينه ثم عين الاحداث الاتيه:**

أ➢ظهور صوره واحده بالضبط ب➢ ظهور صوره علي الاقل

ج➢ظهور صوره علي الاكثر د➢ظهور صوره في الرميه الاولي



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

هـ﴾ظهور كتابه في الرميه الثانيه و﴾ظهور نفس الشيء في الرميتين

**٥]في تجربه القاء قطعه منتظمه نقود ثلاث مرات وملاحظة تابع الصور والكتابات:**

**أكتب فضاء العينه ثم عين الاحداث الاتيه:**

أ﴾حدث ظهور صورتين بالضبط ب﴾حدث ظهور صوره علي الاقل

ج﴾حدث ظهور صورتين علي الاقل د﴾حدث ظهور نفس الشيء في الثلاث رميات

هـ﴾حدث ظهور صورتين متتاليتين بالضبط و﴾حدث ظهور كتابتين علي الاكثر

**٦] ألقيت قطعة من النقود ٤ مرات متتالية ولوحظ تتابع الصور والكتابات على الوجه العلوى. بين كم يكون عددعناصرفضاء العينة ف ثم عبر عن كل من الأحداث الآتية كمجموعة جزئية من ف.**

**١﴾ أ١ حدث الحصول على صورة واحدة . ٢﴾ أ٢ حدث الحصول على صورة واحدة على الأكثر .**

**٣﴾ أ٣ حدث الحصول على ثلاث صور . ٤﴾ أ٤ حدث الحصول على ثلاث صور على الأقل .**

**٥﴾ أ٥ حدث الحصول على صورة فى كل من الرميتين الأولى والرابعة .**

**٦﴾ أ٦ حدث الحصول على أ١ ، أ٢ معا .**

**٧]اسره لديها٣اطفال ليس بينهم توائم اكتب فضاء العينه المرتبط بنوع الطفل وعمره .ثم عين الاحداث الاتيه:**

أ﴾حدث ان يكون للاسره ثلاث اولاد ب﴾حدث ان يكون الطفل الاكبر بنتا

ج﴾حدث ان يكون للاسره بنتان وولد د﴾حدث ان يكون للاسره ولد واحد علي الاكثر

هـ﴾حدث ان يكون للاسره ولدين متتالين

**٨]في تجربه القاء حجر نرد مرتين متتاليتين وملاحظه العدد الظاهر علي الوجه العلوي في كل مره اكتب فضاء العينه ثم عين الاحدث الاتيه:**

أ﴾ظهور العدد ٣ في احدي الرميتين علي الاقل ب﴾ظهور عدد فردي في الرميتين

ج﴾حدث ظهور عددين الفرق المطلق بينهما=٢ د﴾حدث ظهور عددين مجموعم=١٣

**٩]في تجربه القاء حجر نرد مرتين متتاليتين وملاحظه العدد الظاهر علي الوجه العلوي في كل مره اكتب فضاء العينه ثم عين الاحدث الاتيه:**

أ﴾مجموع الوجهين يساوي ٩ ب﴾مجموع العددين اكبر من أو يساوي ١٠

ج﴾مجموع الوجهين الظاهرين الكبر من ٣ و اقل من ٧ د﴾في الرميه الاولي عدد زوجي والثانيه عدد اقل من٣

**١٠]القي حجر نرد فاذا كان العدد الظاهر علي الوجه العلوي للحجر عدد زوجي فسوف يلقي قطعه نقود مره واحده واذا كان العدد الظاهر فرديا فسوف يلقي قطعه النقود مرتين:**

**اولا:اكتب فضاء العينه لهذه التجربه**

**ثانيا:اكتب كلا من الاحداث الاتيه**

أ﴾حدث ظهور عدد فردي وصور واحده علي الاقل ب﴾حدث ظهور عدد زوجي وكتابه

**ثالثا:هل أ وب حدثين متنافيان**

**١١] القيت قطعتين نقود ثم حجر نرد اكتب فضاء العينه ثم عين الاحداث الاتيه:**



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

أ≺ظهور صوره واحده علي الاقل وعدد فردي ب≺ظهور كتابه واحدهوعدد أولي

**١٢] فى تجربة تكوين عدد مكون رقمين مختلفين من الأرقام {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} اكتب كلا من الأحداث الأتية:**

١≺ أ١ حدث رقم الأحاد زوجياً .

٢≺ أ٢ حدث رقم العشرات أولياً .

٣≺ أ٣ حدث رقم الأحاد زوجياً أو العشرات أولياً .

٤≺ أ٤ حدث رقم الأحاد زوجياً و العشرات ليس أوليا.

**١٣- صندوق به ٤كرات حمراء وصفراء وسوداء و بيضاء سحبت منه كرتين الواحده تلو االخري اكتب فضاء العينه في الحالات الاتيه:**

١≺مع الارجاع ٢≺بدون ارجاع

**١٤-القي حجر نرد مره واحده اكتب فضاء العينه ثم عين الاحداث الاتيه:-**

أ≺العدد زوجي

ب≺العددأولي

**ثم اوجد:**

**بَ ،أ ∩ ب ، أ ∪ ب ، أ – ب**

**١٥] اذا كانت ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠}**

هي فضاء العينه لتجربه عشوائيه جميع نواتجها متساويه الامكانات وكانت أو ب و جـ ثلاث احداث من "فـ"

بحيث أ= {٤،٣،١} ب= {٥،٤،٢} جـ={٧,٦,٣}

**عين الاحداث الاتيه:** ١≺أ¯ ، **بَ ،أ ∩ ب**

**،أ ∪ ب ، أ – ب**

٢≺( أ¯∩ ب¯) ، ( أ ∩ ب¯ )

**ثم بين انهما احداث متنافيه**

٣≺(أ∩ ب ) ¯،( أ¯ ∪ جـ¯)



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

# قوانين الاحتمال

| اللفـــــــــظ | القانـــــــون |
|---|---|
| احتمال وقوع الحدث أ | عدد مرات وقوع الحدث أ / عدد النواتج الممكنة ف حيث ف هي فضاء العينة لتجربة عشوائية ما جميع نواتجها متساوية الإمكانيات . |
| ١- احتمال وقوع الحدث المكمل للحدث أ<br>٢- احتمال عدم وقوع أ | ل ( أ' ) = ١ - ل ( أ ) |
| ١- احتمال وقوع أ أو ب أو كلاهما<br>٢- احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل<br>٣- احتمال وقوع حدث واحد على الأقل<br>٤- احتمال وقوع أيا من الحدثين . | ل ( أ ∪ ب ) = ل ( أ ) + ل ( ب ) - ل ( أ ∩ ب )<br>حيث ل ( أ ∩ ب ) هي : ١- احتمال وقوع أ و ب<br>٢- وقوع الحدثين معاً ٣- وقوع كلا الحدثين |
| ١- احتمال وقوع أ فقط ( أ بمفرده )<br>٢- احتمال وقوع أ وعدم وقوع ب<br>٣- احتمال عدم وقوع ب و وقوع أ | ل ( أ - ب ) = ل ( أ ) - ل ( أ ∩ ب )<br>ل ( أ ∩ ب' ) = ل ( أ ) - ل ( أ ∩ ب )<br>ل ( ب' ∩ أ ) = ل ( أ ) - ل ( أ ∩ ب ) |
| ١- احتمال وقوع ب فقط ( ب بمفرده )<br>٢- احتمال وقوع ب وعدم وقوع أ<br>٣- احتمال عدم وقوع أ ووقوع ب | ل (ب - أ ) = ل ( ب ) - ل ( أ ∩ ب )<br>ل ( ب ∩ أ' ) = ل ( ب ) - ل ( أ ∩ ب )<br>ل ( أ' ∩ ب )= ل ( ب ) - ل ( أ ∩ ب ) |
| ١- احتمال وقوع أحد الحدثين فقط .<br>٢- احتمال وقوع أحد الحدثين دون الآخر . | ل( أ - ب ) ∪ ل( ب - أ )=ل ( أ - ب ) + ل ( ب - أ )<br>=[ ل( أ )- ل( أ ∩ ب )]+[ ل( ب ) - ل ( أ ∩ ب ) ]<br>أو = ل ( أ ∪ ب )- ل ( أ ∩ ب ) |
| احتمال وقوع أ أو عدم وقوع ب . | ل ( أ ∪ ب' ) = ل ( ب' ) + ل ( أ ∩ ب ) |
| احتمال عدم وقوع أ أو وقوع ب . | ل ( أ' ∪ ب ) = ل ( أ' ) + ل ( أ ∩ ب ) |
| قوانين دي مورجان: ١- احتمال وقوع أحد الحدثين على الأكثر<br>٢- احتمال عدم وقوع أ أو عدم وقوع ب | ل ( أ' ∪ ب' ) = ل ( أ ∩ ب )' = ١ - ل ( أ ∩ ب ) |
| ٣- احتمال عدم وقوع أ ، ب معاً | ل ( أ ∩ ب )' = ١ - ل ( أ ∩ ب ) |
| ١- احتمال عدم وقوع أ وعدم وقوع ب | ل ( أ' ∩ ب' ) = ل ( أ ∪ ب )' = ١ - ل ( أ ∪ ب ) |
| ٢- احتمال عدم وقوع أياً من الحدثين | ل ( أ ∪ ب )' = ١ - ل ( أ ∪ ب ) |
| تطبيقات على قانون الفرق<br>ل ( أ - ب ) = ل ( أ ) - ل ( أ ∩ ب ) | ل ( أ' - ب )= ل ( أ' ) - ل ( أ' ∩ ب )<br>ل ( أ' - ب' ) = ل ( أ' ) - ل ( أ' ∩ ب' ) |
| تطبيقات على قانون دي مورجان<br>ل ( ..... )' = ١ - ل ( ..... ) | ل ( أ - ب )' = ١ - ل ( أ - ب )<br>ل ( أ ∩ ب' )' = ١ - ل ( أ ∩ ب' ) |
| تطبيقات على مسلمات الاحتمال<br>ل ( ف ) = ١ | إذا كان ف = { أ ، ب ، ج } فإن ل ( أ ) + ل ( ب ) + ل ( ج ) = ١<br>ل ( ف - الحدث ) = ل ( ف ) - ل ( الحدث ) = ١ - ل ( الحدث )<br>أ ∪ أ' = ف |
| ١- إذا كان ل ( أ ) = ل ( أ' ) | فإن ل ( أ ) = ١ - ل ( أ )<br>ل ( أ ) + ل ( أ ) = ١ ⇐ ٢ل ( أ ) = ١ ⇐ ل ( أ ) = $\frac{١}{٢}$ |
| ٢- إذا كان أ ⊂ ب | فإن ل ( أ ) = ل ( أ ∩ ب ) ، ل ( ب ) = ل ( أ ∪ ب ) |
| ٣- إذا كان أ ، ب حدثان متنافيان | فإن أ ∩ ب = Φ ، ل( أ ∩ ب) = صفر حيث ل (Φ) = صفر<br>أ ∩ أ' = Φ |
| ٤- الأعداد الأولية : | هي التي لا تقبل القسمة إلا على نفسها ما عدا الواحد الصحيح وهي<br>{ ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩ ، ٢٣ ، ٢٩ ، ٣١ ، ٣٧ ، ٤١ ، ٤٣ ، ٤٧ ، ..... } |



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

**مثال ١**

إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف وكان :

ل ( أ ) = $\frac{١}{٥}$ ، ل ( ب ) = $\frac{٣}{٥}$ ، احتمال وقوع الحدثين معاً = $\frac{١}{١٠}$ أوجد :

١) ل ( أ ∪ ب ) ٢) ل ( أ ـ ب ) ٣) ل ( ب ∩ أ′ )

٤) ل ( أ′ ∪ ب′ ) ٥) ل ( ب ∪ أ′ )

**الحل**

١) ل ( أ ∪ ب ) = ل ( أ ) + ل (ب) − ل ( أ ∩ ب) = $\frac{١}{٥} + \frac{٣}{٥} - \frac{١}{١٠} = \frac{٧}{١٠}$

٢) ل ( أ ـ ب ) = ل ( أ ) − ل ( أ ∩ ب ) = $\frac{١}{٥} - \frac{١}{١٠} = \frac{١}{١٠}$

٣) ل ( ب ∩ أ′ ) = ل ( ب ـ أ ) = ل (ب) − ل ( أ ∩ ب ) = $\frac{٣}{٥} - \frac{١}{١٠} = \frac{١}{٢}$

٤) ل ( أ′ ∪ ب′ ) = ل ( أ ∩ ب )′ = ١ − ل ( أ ∩ ب) = ١ − $\frac{١}{١٠} = \frac{٩}{١٠}$

٥) ل ( ب ∪ أ′ ) = ل ( أ − ب )′ = ١ − ل ( أ − ب ) = ١ − $\frac{١}{١٠} = \frac{٩}{١٠}$

**مثال ٥**

إذا كان : أ ، ب حدثين من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية وكان :

ل (ب) = $\frac{١}{٣}$ ، ل ( أ ∩ ب′ ) = $\frac{١}{٤}$ أوجد قيمة : ل ( أ ) إذا كان :

١) أ ، ب حدثان متنافيان ٢) ب ⊂ أ ٣) ل ( أ ∩ ب ) = $\frac{١}{١٢}$

**الحل**

∵ ل ( أ ∩ ب′ ) = $\frac{١}{٤}$ ∴ ل ( أ − ب ) = $\frac{١}{٤}$ ∴ ل ( أ ) − ل ( أ ∩ ب ) = $\frac{١}{٤}$

١) ∵ أ ، ب حدثان متنافيان ∴ ل ( أ ∩ ب ) = صفر ∴ ل ( أ ) = $\frac{١}{٤}$

٢) ∵ ب ⊂ أ ∴ ل ( أ ∩ ب ) = ل (ب) ∵ ل ( أ ) − ل ( أ ∩ ب ) = $\frac{١}{٤}$

∴ ل ( أ ) − ل (ب) = $\frac{١}{٤}$ ∴ ل ( أ ) = $\frac{١}{٣} - \frac{١}{٤} = \frac{١}{١٢}$ ∴ ل ( أ ) = $\frac{١}{٣} + \frac{١}{٤} = \frac{٧}{١٢}$

٣) ∵ ل ( أ ∩ ب ) = $\frac{١}{١٢}$ ∴ ل ( أ ) = $\frac{١}{٤} - \frac{١}{١٢} = \frac{١}{٣}$ ∴ ل ( أ ) = $\frac{١}{١٢} + \frac{١}{٤} = \frac{١}{٣}$

**حساب الاحتمال**

ل ( أ ) = $\frac{\text{عدد النواتج التي تؤدي إلى وقوع الحدث أ}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$

**أى أه**

ل ( أ ) = $\frac{\text{عدد عناصر أ}}{\text{عدد عناصر ف}}$

إذا كان الحدث أ ⊂ ف ( فضاء عينة لتجربة عشوائي متساوية الاحتمالات )



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

**مثال ٦**

**بلغ عدد زوار أحد المعارض الفنية في أحد الأيام ١٢٠ زائراً موزعين كما في الجدول المقابل .. .. فإذا اختير عشوائياً أحد الزوار .. فاحسب احتمالات كل من الأحداث الآتية :**

| | عربي | أجنبي | مجموع |
|---|---|---|---|
| ذكر | ٤٨ | ١٦ | ٦٤ |
| أنثى | ٣٢ | ٢٤ | ٥٦ |
| مجموع | ٨٠ | ٤٠ | ١٢٠ |

☜١) $أ_1$ = حدث الشخص المختار من الذكور

☜٢) $أ_2$ = حدث الشخص المختار من الأجانب

☜٣) $أ_3$ = حدث الشخص المختار من الذكور الأجانب

☜٤) $أ_4$ = حدث الشخص المختار من الذكور أو من الأجانب

**الحل**

☜١) $ل(أ_1) = \frac{\text{عدد الذكور}}{\text{عدد زوار المعرض}} = \frac{٦٤}{١٢٠} = \frac{٨}{١٥}$ ☜٢) $ل(أ_2) = \frac{\text{عدد الأجانب}}{\text{عدد زوار المعرض}} = \frac{٤٠}{١٢٠} = \frac{١}{٣}$

☜٣) $ل(أ_3) = \frac{\text{عدد الذكور الأجانب}}{\text{عدد زوار المعرض}} = \frac{١٦}{١٢٠} = \frac{٢}{١٥}$

∵ $أ_3 = أ_1 \cap أ_2$ ∴ $ل(أ_3) = ل(أ_1 \cap أ_2) = \frac{٢}{١٥}$

☜٤) ∵ $أ_4 = أ_1 \cup أ_2$ ∴ $ل(أ_4) = ل(أ_1 \cup أ_2) = ل(أ_1) + ل(أ_2) - ل(أ_1 \cap أ_2)$

∴ $ل(أ_4) = \frac{٨}{١٥} + \frac{١}{٣} - \frac{٢}{١٥} = \frac{٨ + ٥ - ٢}{١٥} = \frac{١١}{١٥}$

**مثال ٧**

**صمم حجر نرد بحيث كانت احتمالات ظهور الأعداد الفردية متساوية واحتمالات ظهور الأعداد الزوجية متساوية .. وكان احتمال ظهور أى عدد زوجي ضعف احتمال ظهور أى عدد فردي .. فإذا ألقي هذا الحجر مرة واحدة .. أوجد احتمال ظهور كل من الأعداد الستة للنرد .. ثم احسب احتمال كل من الحدثين الآتيين :**

☜١) أ حدث الحصول على عدد أولي ☜٢) ب حدث الحصول على عدد ⩽ ٣

**الحل**

... فضاء العينة ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

∴ ل (١) + ل (٢) + ل(٣) + ل(٤) + ل(٥) + ل(٦) = ل(ف) = ١

، بفرض : ل (١) = ل (٣) = ل (٥) = س احتمالات الأعداد الفردية

، : ل (٢) = ل (٤) = ل (٦) = ٢ س احتمالات الأعداد الزوجية ( ضعف الفردية )

∴ س + ٢س + س + ٢س + س + ٢س = ١ ∴ ٩س = ١ ∴ س = $\frac{١}{٩}$

∴ ل (١) = ل (٣) = ل (٥) = $\frac{١}{٩}$

∴ ل (٢) = ل (٤) = ل (٦) = ٢ × $\frac{١}{٩}$ = $\frac{٢}{٩}$

☜١) ∵ أ = { ٢ ، ٣ ، ٥ }

∴ ل ( أ ) = ل (٢) + ل (٣) + ل (٥) = $\frac{٢}{٩} + \frac{١}{٩} + \frac{١}{٩} = \frac{٤}{٩}$

☜٢) ∵ ب = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

∴ ل ( ب ) = ل (٣) + ل (٤) + ل (٥) + ل (٦) = $\frac{١}{٩} + \frac{٢}{٩} + \frac{١}{٩} + \frac{٢}{٩} = \frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$

## تمارين علي مسلمات الاحتمال

**١] أ ، ب حدثان من فضاء عينة لتجربة عشوائية حيث :**

**ل ( أ ) = ٠.٦٤ ، ل ( ب ) = ٠.٤٨ ، ل ( أ ∩ ب ) = ٠.٢٣**

*** أوجد :**

**١) ل( $أ'$ ) . ل ( $ب'$ ). ٢) ل ( أ ∪ ب ) .**

**٣) ل ( أ – ب ) ٤) ل ( $أ'$ ∩ ب ) .**

**٥) ل ( $أ'$ ∩ $ب'$ ). ٦) ل ( $أ'$ ∪ $ب'$ ) .**

٢] إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل ( أ ) = ٠.٢٧ ، ل ( ب ) = ٠.٤٩ ، ل ( أ ∪ ب ) = ٠.٧٦ .

*** أوجد : ل ( أ ∩ ب ) ماذا تقول عن الحدثين أ ، ب ؟**

**٣] إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان ل ( أ – ب ) = $\frac{١}{\quad}$**

**، ل ( أ ∪ ب ) = $\frac{٣}{٥}$ أوجد كلا من: ١) ل ( أ ) . ٢) ل ( ب ) . ٣) ل ( $أ'$ ∪ $ب'$ ) . ٤) ل ( $أ'$ ∩ $ب'$ )**

**٤] إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان : أ ⊂ ب ، ل ( أ ) = (٠.٢٥)**

**، ل ( ب – أ ) = ٠.١ أوجد احتمال عدم وقوع ب**

**٥] إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء النواتج لتجربة عشوائية وكان ل ( أ ) = ٠.٦ ، ل ( ب ) = ٠.٥ ،**

**ل ( $أ'$ ∪ $ب'$ ) = ٠.٧ * <u>أوجد احتمال كل مما يأتى</u> :**

أولاً: وقوع حدث على الأقل . ثانياً: وقوع الحدث أ فقط

**٦] إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان:**

ل ( أ ) = ٠.٧ ، ل ( ب ) = ٠.٤ ، ل ( أ ∪ ب ) = ٠.٨

**أوجد** : ل ( $أ'$ ∩ $ب'$ ) ، ل ( ب – أ )

**٧] إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان:**

ل ( أ ) = $\frac{٣}{٤}$ ، ل ( ب ) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل ( أ ∩ $ب'$ ) = $\frac{١}{٤}$

<u>أوجد</u> : ل ( أ ∪ ب ) ، ل ( $أ'$ ∪ $ب'$ )

**٨] ف فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان أ ، ب حدثين من ف وكان:**

ل ( أ ) = ٠.٣ ، ل ( ب ) = ٠.٥ ، ل ( أ ∩ ب ) = ٠.٢

**أوجد:**أولاً: ل ( $أ'$ ∩ $ب'$ ) ثانياً: ل ( أ ∪ $ب'$ )

**٩] ف فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان أ ، ب حدثين من ف وكان:**



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

ل ( أ ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل ( ب ) = $\frac{١}{٣}$

**أوجد:** ل ( أَ ∩ بَ ) فى كل من الحالات الآتية :

أولا : ل ( أ ∩ ب ) = $\frac{١}{٨}$ ثانيا : أ ، ب حدثان متنافيان .

**١٠] إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من ف فضاء النواتج لتجربة عشوائية ما وكان:**

ل ( أ ) = ٠.٢٦ ، ل ( ب ) = ٠.٣٣

**أوجد:**أولاً: ل ( أ ∩ ب )َ ثانياً: ل ( أَ ∩ بَ )

**١١] إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من ف فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان:**

ل ( أ ) = $\frac{١}{٦}$ ، ل ( ب ) = $\frac{١}{١٨}$ ، ل ( أ ∪ ب ) = $\frac{٢}{٩}$

**أوجد:** أولا : ل ( أ ∩ ب‾ ) ثانيا : ل ( بَ )

**١٢] إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان :**

ل ( أ ) = $\frac{٣}{٤}$ ، ل ( ب ) = $\frac{٥}{٨}$ ، ل ( أَ ∩ بَ ) = $\frac{١}{٨}$

**فأوجد:** أولا : ل ( بَ ) ثانيا : ل ( أ ∩ ب )

**١٣] إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء النواتج لتجربة عشوائية وكان :**

ل ( أ ) = $\frac{٥}{٩}$ ، ل ( ب ) = $\frac{٢}{٩}$ ، ل ( أ ∩ ب ) = $\frac{١}{٩}$

**فأوجد:** أولا : ل ( أ ∪ ب ) ثانيا : ل ( ب – أ )

**١٤] إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من ف فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان :**

ل ( أ ) = $\frac{١}{٨}$ ، ل ( ب ) = $\frac{٣}{٨}$

**فأوجد:** أولا : ل ( أ ∪ ب ) ثانيا : ل ( أ – ب ) ثالثا : ل ( أَ ∪ بَ )

**١٥] إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان:**

ل ( أ ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل ( ب ) = $\frac{١}{٤}$ ، ل ( أ ∪ ب ) = $\frac{٧}{١٢}$

**فأوجد :** أولا : ل ( أ ∩ ب ) ، ثانيا : ل ( أ‾ ∪ ب ) ، ثالثا : ل ( أ ∩ بَ )

**١٦] إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان :**



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

ل ( أ ) = $\frac{٥}{٦}$ ، ل ( ب ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل ( أ ∩ ب ) = $\frac{٥}{١٢}$

**فأوجد:** أولا : ل ( أ ∪ ب ) ، ثانيا : ل ( أَ ∩ بَ ) ، ثالثا : ل ( أَ ∪ ب )

**١٧] سحبت بطاقة عشوائيا من بين ٤٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٤٠ ، أوجد إحتمال أن البطاقة المسحوبة تحمل عددا فرديا :**

**أولا :** ويقبل القسمة على ٥ . **ثانيا :** ويقبل القسمة على ٧ .

**١٨] إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجـربة عشوائية ، وكان ل ( أ ∪ ب ) =** $\frac{٥}{٦}$ ،

**ل (ب = $\frac{٥}{١٢}$ وكان عدد النواتج التى تؤدى إلى وقـوع الحـــدث أ يساوى ١٣ وعدد جميعالنواتج الممكنة يساوى ٢٤ أوجد كلاً من :**

**١⊰احتمال وقوع أ ، ب معا.** ل ( أَ ∪ بَ ) .⊰ل ( أ ∪ بَ )

**١٩] كيس يحتوى على ٥ كرات حمراء ، ٦ كرات بيضاء ، ٤ كرات سوداء ، كرة واحدة خضراء ، سحبت كرة عشوائيا من الكيس . أوجد إحتمالات الأحداث التالية :**

١⊰أ١ حدث الكرة المسحوبة حمراء . ٢⊰أ٢ حدث الكرة المسحوبة بيضاء .

٣⊰أ٣ حدث الكرة المسحوبة بيضاء أو سوداء .٤⊰أ٤ حدث الكرة المسحوبة ليست حمراء .

**٢٠] ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة . أوجد إحتمالات الأحداث التالية :**

١⊰أ١ حدث الحصول على العدد ١ . ٢⊰أ٢ حدث الحصول على عدد أقل من ٥ .

٣⊰أ٣ حدث الحصول على عدد أكبر من ٣ وأقل من ٤ .

٤⊰أ٤ حدث الحصول على عدد أكبر من ٣ أو أقل من ٤ .

**٢١] فصل دراسى به ٥ طلاب من الوجه البحرى ، ٤ طلاب من الوجه القبلى ، ٨ طلاب من القاهرة ، ٣ طلاب من الدول العربية الأخرى فإذا اختير طالب عشوائيا فأوجد احتمالأن يكون هذا الطالب :**

١⊰من الوجه القبلى ٢⊰غير مصرى .٣⊰من القاهرة أو الوجه البحرى .

**٢٢] فصل دراسى به ٥٠ طالب منهم ٢٥ طالب يدرسون الكيمياء ، ٢٩ طالب يدرسون التاريخ ، ١٥ طالب يدرسون الكيمياء والتاريخ ، فإذا اختير طالب عشوائيا . أوجد إحتمال أن يكونالطالب المختار:**

**أولا :** ممن يدرسون الكيمياء أو التاريخ . **ثانيا :** لا يدرس أى من المادتين

**٢٣] من مائة طالب هناك ٥٠ طالبا يدرسون اللغة الفرنسية ، ٣٠ طالبا يدرسون اللغة الألمانية ، ٢٠ طالبا يدرسون اللغتين الفرنسية والألمانية معا ، فإذا اختير طالب عشوائيا فما هو احتمال :**

١⊰أن يكون دارسا اللغة الفرنسية أو اللغة الألمانية ؟

٢⊰أن يكون غير دارس لأى من اللغتين الفرنسية أو الألمانية ؟

٣⊰أن يكون دارسا للغة واحدة على الأكثر من اللغتين الفرنسية والألمانية ؟

**٢٤] فى عينة من ٧٥ شخصا وجد أن ٢٧ شخصا يقرأون جريدة الأهرام فقط ، ٢٢ شخصا يقرأون جريدة الأخبار**



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

**وحدها ، ١٨ شخصا يقرأون الجريدتين معا، فإذا اختير شخص من هذه العينة عشوائيا فأوجد :**

١≺إحتمال أن يكون من قراء جريدة الأخبار . ٢≺إحتمال أن يكون ممن يقرأون أيا من الجريدتين .

٣≺إحتمال أن يكون من قراء إحدى الجريدتين دون الأخرى .

**٢٥] حجر نرد غير منتظم فإذا كانت إحتمالات ظهور الأعداد الزوجية متساوية وكذلك إحتمالات ظهور الأعداد الفردية متساوية وكان إحتمال ظهور أى عدد زوجى ضعف إحتمال ظهور أى عدد فردى فإذا ألقى هذا الحجر مرة واحدة فأوجد إحتمال :**

١≺ظهور عدد زوجى . ٢≺ظهور عدد فردى .

٣≺ظهور عدد أولى . ٤≺ظهور عدد فردى أولى .

**٢٦] صمم حجر نرد بحيث يكون إحتمال ظهور أى عدد على الوجه العلوى يتناسب مع ظهور العدد فإذا ألقى هذا الحجر مرة واحدة فأوجد إحتمالات الأحداث الآتية :**

١≺ أ١ حدث ظهور عدد فردى . ٢≺ أ٢ حدث ظهور عدد زوجى .

٣≺ أ٣ حدث ظهور عدد فردى أولى .

**٢٧] حجر نرد منتظم وجهان منه يحملان الرقم ١ ووجهان منه يحملان الرقم ٣ ووجهان يحملان الرقم ٥ فإذا ألقى هذا الحجر مرتين متتاليتين ، أكتب فضاء العينة ف لهذه التجربة ومثله هندسيا ثم احسب إحتمالات الأحداث الآتية :**

١≺ أ١ حدث مجموع العددين لا يقل عن ٦ . ٢≺ أ٢ حدث أحد العددين يساوى ٥ .

٣≺ أ٣ حدث أصغر العددين يساوى ٣ .

**٢٨] ألقى حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى فى كل مرة، أوجد إحتمال:**

**أولا :** أن يكون مجموع الرقمين قابلا للقسمة على ٦

**ثانيا :** أن يكون الفرق المطلق بين العددين مساويا عددا أوليا

**٢٩] فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وضح على الشكل الهندسى لفضاء العينة ف كلاً من الحدثين:**

*** أ حدث الفرق المطلق بين العددين ٢ ، ب حدث أصغر العددين الظاهرين > ٣ .* ثم أوجد:**

١≺ل( أ). ٢≺ل( ب) .٣≺ل( أ∩ب) .٤≺ل ( أ ∪ ب ) . ٥≺ل ( أ – ب ) .

**٣٠] إذا كان إحتمال أن يصيب رامى هدفا يساوى احتمال فشله فى إصابة الهدف وأعطى الرامى ثلاث رصاصات لتسديدها على هدف معين ، فأكتب فضاء العينة المرتبط بتتابع النجاحات والفشل فى إصابة الهدف ، ثم احسب إحتمالات الأحداث الآتية :**

١≺ أ١ حدث إصابة الهدف . ٢≺ أ٢ حدث إصابة الهدف برصاصة واحدة على الأكثر .

٣≺ أ٣ حدث عدم إصابة الهدف بأكثر من رصاصتين .

**٣١] يصوب لاعبان أ ، ب فى وقت واحد نحو هدف ما،**



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

**فإذا كان احتمال أن يصيب اللاعب أ الهدفهـو=٠.٤، وإحتمال أن يصيب اللاعب ب الهدف هو = ٠.٢٥ وإحتمال أن يصيب اللاعبـان الهدف معا هو = ٠.١٢٥، * فأوجد إحتمالات الأحداث الآتية :**

١) أ١ حدث إصابة الهدف . ٢) أ٢ حدث إصابة الهدف من ب فقط .

٣) أ٣ حدث عدم إصابة الهدف . ٤) أ٤ حدث إصابة الهدف من أحدهما على الأكثر .

**٣٢] يصوب جنديان في وقت واحد نحو هدف فإذا كان احتمال أن يصيب الجندي الأول الهدف هو ٠.٣، واحتمال أن يصيب الجندي الثاني الهدف هو ٠.٤، واحتمال أن يصيبه الجنديان معًا هو ٠.١.**

**أوجد احتمال:**

١) احتمال إصابة الهدف. ٢) احتمال إصابة الهدف من الجندي الأول فقط.

٣) احتمال إصابة الهدف من الثاني بمفرده. ٤) احتمال أن يصيبه أحدهما دون الآخر.

**٣٣] إذا كان إحتمال نجاح طالب فى فى امتحان الرياضيات ٠.٦٢ ، وإحتمال نجاحه فى الإحصاء ٠.٨٥، وإحتمال نجاحه فى الرياضيات أو الإحصاء ٠.٩٢ أوجد إحتمالات الأحداث الآتية :**

١)أ١ حدث نجاح الطالب فى الرياضيات والإحصاء. ٢)أ٢ حدث رسوبه فى الإحصاء .

٣)أ٣ حدث رسوبه فى المادتين معا.

**٣٤] ثلاثة أشخاص أ ، ب ، جـ يتنافسون فى سباق ، فإذا كان إحتمال فوز ب يساوى ضعف إحتمال فوز أ ، وإحتمال فوز جـ يساوى ثلاثة أمثال فوز أ ، وأن شخصا واحدا يفوز بالسباق . أوجد :**

**أولا :** إحتمال عدم فوز أ . **ثانيا :** إحتمال فوز أ أو جـ

**٣٥] ثلاثة أشخاص أ ، ب ، جـ يتنافسون فى سباق ، فإذا كان إحتمال فوز أ يساوى ضعف إحتمال فوز ب ، وإحتمال فوز جـ يساوى ثلاثة أمثال فوزب ، وأن شخصا واحدا يفوز بالسباق . أوجد :**

**أولا :** إحتمال عدم فوز ب. **ثانيا :** إحتمال فوز ب أو جـ

**٣٦] اشتركت اربعة مدارس ا، ب ،جـ ، د فى التصفية النهائية لمسابقة اوائل الطلبة وكان احتمال فوز:**

أ) يساوى ضعف احتمال فوز ب) يساوى ثلاثة امثال احتمال فوز جـ) يساوى نصف احتمال فوز د

**اوجد احتمال فوز ب او د**

**٣٧] اذا كان ف { أ ، ب ، جـ ، د } وكان ل(ا)= ٣ ل (ب) ، ٣ ل (جـ ) =٦ل (د) =١**

**أوجد:**

**أولا:** ل(أ) ، ل (ب) . **ثانيا:** ل( أ ∪ ج ) **ثالثا:** (ب∩ د)

**٣٨] فصل دراسى به ٤٤ طالب منهم ٢٤ يدرسون الكمياء ، ١٦ طالب يدرسون علم النفس ، ١٠ طلاب يدرسون مواد أخرى فاذا اختير طالب من هذا الفصل عشوائيا فاوجد احتمال ان يكون الطالب ممن يدرسون:**

أولا: المادتين معا ثانيا: احد المادتين على الاكثر

**٣٩] صمم حجر نرد بحيث يحمل وجهان للعدد ٢ ووجهان للعدد٤ ووجهان للعدد٦ فاذا القى هذا الحجر مرتين متتاليتين اكتب فضاء العينة واذا كان أ هو حدث ظهور العدد ٢ فى الرمية الاولى ، ب هو حدث ان يكون الفرق المطلق بين العددين٢ اكتب بالسرد كلا من الحدثين أ ، ب ثم اوجد:**

**ل(أ∩ ب)** ل ( أَ ∩ بَ )

**مسائل مختاره من امتحانات السنوات السابقه**

١) يونيه ١٩٩٦(١):**إذا كان أ ، ب حدثين متنافين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان :**

ل ( أ – ب ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل ( أ ∪ ب ) = $\frac{٣}{٥}$ ، أوجد كلا من :ل ( أ )، ل ( ب)، ل ( أَ ∪ بَ )

**(٢) سحبت بطاقة عشوائيا من بين ٤٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٤٠ ،**

**أوجد إحتمال أن البطاقة المسحوبة تحمل عددا فرديا :**

**أولا :** ويقبل القسمة على ٥ . **ثانيا :** ويقبل القسمة على ٧ . **ثالثا :** ويقبل القسمة على ٥ أو ٧ .

٢) أغسطس ١٩٩٦ (١):**إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء النواتج لتجربة عشوائية وكان**

ل ( أ ) = ٠.٦ ، ل ( ب ) = ٠.٥ ، ل ( أَ ∪ بَ ) = ٠.٧

*** أوجد احتمال كل مما يأتى:**أولاً: وقوع حدث على الأقل. ثانياً: وقوع الحدث أ فقط

**(٢) من مجموعة الأرقام { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ } كون عدد من رقمين مختلفين ،**

**احسب إحتمال الحدث " العدد زوجى " أو " رقم العشرات فردى " .**

٣) يونيه ١٩٩٧ (١):**إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان:**

ل ( أ ) = ٠.٧ ، ل ( ب ) = ٠.٤ ، ل ( أ ∪ ب ) = ٠.٨

**أوجد:** ل ( أَ ∩ بَ ) ، ل ( ب – أ )

(٢) ألقى حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى فلا كل مرة ،

**أوجد إحتمال : أولا :** أن مجموع العددين أكبر من أو يساوى ٩ .

**ثانيا :** أن يكون أحد العددين ٣ ، والمجموع أقل من ٧

٤) أغسطس ١٩٩٧(١):**إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان :**

ل ( أ ) = $\frac{٣}{٤}$ ، ل ( ب ) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل ( أ ∩ بَ ) = $\frac{١}{٤}$

**أوجد:** ل ( أ ∪ ب ) ، ل ( أَ ∪ بَ )

**(٢) صندوق به ٨ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٨ ، سحبت بطاقتان على الوجه العلوى فى كل مرة ،**

**أوجد إحتمال : أولا :** أن الفرق المطلق بين العددين = ٣ . **ثانيا :** أن يكون مجموع الرقمين أقل من ٨ .

٥) يونيه ١٩٩٨: ف فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان أ ، ب حدثين من ف وكان :

ل ( أ ) = ٠.٣ ، ل ( ب ) = ٠.٥ ، ل ( أ ∩ ب ) = ٠.٢

**أوجد:**أولاً: ل ( أَ ∩ بَ ) ثانياً: ل ( أ ∪ بَ )

**(٢) حقيبة بها ٢٥ بطاقة متماثلة مرقمة من ١ إلى ٢٥ سحبت بطاقة عشوائيا من الحقيبة ،**

**ما إحتمال أن يكون العدد المكتوب على البطاقة المسحوبة :**

**أولا :** فرديا . **ثانيا :** فرديا أو يقبل القسمة على ٣ .

٦) أغسطس ١٩٩٨(١): ف فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان أ ، ب حدثين من ف وكان :



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

ل ( أ ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل ( ب ) = $\frac{١}{٣}$ فأوجد: ل ( أَ ∩ بَ ) فى كل من الحالات الآتية :

أولا : ل ( أ ∩ ب ) = $\frac{١}{٨}$ ثانيا : أ ، ب حدثان متنافيان .

**(٢) فصل دراسى به ٥٠ طالب منهم ٢٥ طالب يدرسون الكيمياء ، ٢٩ طالب يدرسون التاريخ ، ١٥ طالب يدرسون الكيمياء والتاريخ ، فإذا اختير طالب عشوائيا .أوجد إحتمال أن يكون الطالب المختار:**

**أولا :** ممن يدرسون الكيمياء أو التاريخ . **ثانيا :** لا يدرس أى من المادتين .

٧) يونيه ١٩٩٩(١): إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من ف فضاء النواتج لتجربة عشوائية ما وكان :

ل ( أ ) = ٠.٢٦ ، ل ( ب ) = ٠.٣٣

**أوجد:**أولاً: ل ( أ ∩ ب )َ ثانياً: ل ( أَ ∩ بَ )

**(٢) ألقى حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى فى كل مرة .**

**وجدإحتمال:** **أولا :** أن يكون مجموع الرقمين قابلا للقسمة على ٦

**ثانيا :** أن يكون الفرق المطلق بين العددين مساويا عددا أوليا

٨) أغسطس ١٩٩٩(١): إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من ف فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان :

ل ( أ ) = $\frac{١}{٦}$ ، ل ( ب ) = $\frac{١}{١٨}$ ، ل ( أ ∪ ب ) = $\frac{٤}{٩}$

**أوجد:** أولا : ل ( أ ∩ ب ) ثانيا : ل ( بَ )

(٢) **ثلاثة أشخاص أ ، ب ، جـ يتنافسون فى سباق، فإذا كان إحتمال فوز ب يساوى ضعف إحتمال فوز(أ)، إحتمال فوز جـ يساوى ثلاثة أمثال** فوز أ ، وأن شخصا واحدا يفوز بالسباق .

**وجد:** **أولا :** إحتمال عدم فوز أ . **ثانيا :** إحتمال فوز أ أو جـ .

٩) يونيه ٢٠٠٠(١): إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان :

ل ( أ ) = $\frac{٣}{٤}$ ، ل ( ب ) = $\frac{٥}{٨}$ ، ل ( أَ ∪ بَ ) = $\frac{١}{٨}$

**فأوجد:** أولا : ل ( بَ ) ثانيا : ل ( أ ∩ ب )

**(٢) يصوب جنديان فى وقت واحد نحو هدف ما ، فإذا كان إحتمال أن يصيب الجندى الأول الهدف هو** $\frac{١}{٢}$ وإحتمال أن يصيب الجندى الثانى الهدف نفسه هو $\frac{٢}{٣}$

وإحتمال أن يصيب الجنديان الهدف معا هو $\frac{١}{٣}$ فأوجد إحتمال الأحداث التالية :

أولا : إصابة الهدف . ثانيا : إصابة الهدف من الجندى الأول فقط .

١٠) أغسطس ٢٠٠٠(١): إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء النواتج لتجربة عشوائية وكان :

ل ( أ ) = $\frac{٥}{٩}$ ، ل ( ب ) = $\frac{٢}{٩}$ ، ل ( أ ∩ ب ) = $\frac{١}{٩}$



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

**فأوجد:** أولا : ل ( أ ∪ ب ) ثانيا : ل ( ب – أ )

**(٢) صندوق به ١٠٠ بطاقة متماثلة مرقمة من ١ غلى ١٠٠ سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيا . أوجد إحتمال أن يكون العدد المكتوب على البطاقة المسحوبة :**

**أولا : أوليا وأقل من ٢٥ . ثانيا : قابلا للقسمة على ١٥ أو ١٨ .**

١١) يونيه ٢٠٠١(١): إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من ف فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان :

ل ( أ ) = $\frac{١}{٨}$ ، ل ( ب ) = $\frac{٣}{٨}$

**فأوجد:** أولا : ل ( أ ∪ ب ) ثانيا : ل ( أ – ب ) ثالثا : ل ( أَ ∪ بَ )

(٢) **فصل دراسى به ٤٥ طالبا منهم ٢٧ يدرسون الإحصاء ، ١٥ يدرسون الفيزياء ، ٩ يدرسون الإحصاء والفيزياء ، اختير طالب من هذا الفصل عشوائيا . احسب إحتمال أن يكون الطالب المختار ممن يدرسون :**

**أولا : مادة واحدة على الأقل من المادتين . ثانيا : مادة واحدة فقط منهما .**

١٢) أغسطس ٢٠٠١(١): إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان :

ل ( أ ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل ( ب ) = $\frac{١}{٤}$ ، ل ( أ ∪ ب ) = $\frac{٧}{١٢}$

**فأوجد:** أولا : ل ( أ ∩ ب ) ، ثانيا : ل ( أ ∪ ب ) ، ثالثا : ل ( أ ∩ بَ )

(٢) **فى مسابقة للطلاب بإحدى المدارس الثانوية ، أعطيت مسألة فى مادة الإحصاء لطالبين أ ، ب ، فإذا كان إحتمال أن يحل الطالب أ هذه المسألة = $\frac{٣}{٥}$ وإحتمال أن يحل الطالب ب نفس المسألة = $\frac{٤}{٧}$ وإحتمال أن يحل كلاهما المسألة = $\frac{١}{٢}$ فاحسب إحتمال :**

**أولا : عدم حل المسألة . ثانيا : أن يحل الطالب ب المسألة ولا يحلها الطالب أ**

١٣) يونيه ٢٠٠٢(١): إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان :

ل ( أ ) = $\frac{٥}{٦}$ ، ل ( ب ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل ( أ ∩ ب ) = $\frac{٥}{١٢}$

**فأوجد:** أولا : ل ( أ ∪ ب ) ، ثانيا : ل ( أَ ∩ بَ ) ، ثالثا : ل ( أَ ∪ ب )

(٢) صندوق به ٣٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٣٠ ، سحب منه بطاقة واحدة عشوائيا . أوجد إحتمال أن يكون العدد على البطاقة المسحوبة :

**أولا** : فرديا يقبل القسمة على ٥ . **ثانيا** : أوليا أو يقبل القسمة على ٧ .

**٢٧ ) اغسطس ٢٠٠٢(١): اذا كان أ ، ب حدثين متنافين من فضاء العينة لتجربة عشوائية ما وكان ل (أ) = ٠.٣٨ .ول (ب) = ٠.٤٣ .اوجد:** ١≮ل ( أَ ) ٢≮ل (أ – ب) ٣≮ل ( أَ ∩ بَ )

**٢٨) يونيه ٢٠٠٣: أ،ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية بحيث كان** أ ⊃ ب **وكان ل (أ )= ٠.٤**



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

ل ( أ ∪ ب ) =٠.٨ **فاوجد:** ل(ب) ، ل ( أ ∩ بَ ) ، ل ( أَ ∩ ب)

٢٩)اغسطس ٢٠٠٣(١): **صندوق به ٤بطاقات تحمل الارقام ٤,٣,٢,١ وصندوق اخر بةه كرتان احداهم حمراء و الاخري سوداء ،سحب عشوائيا بطاقه من الصندوق الاول وكره من الصندوق الثاني**

اولا: اكتب فضاء العينه لهذه التجربه

ثانيا: عين الحدث أ حيث أ هو ان تحمل البطاقه رقما زوجيا وتكون الكره حمراء

ثالثا: احسب احتمال وقوع الحدث أ

(٢) إذا كان ف فضائل النواتج لتجربة عشوائية حيث ف {أ ، ب ، ج}

وكان $\frac{\text{ل }(\bar{أ})}{\text{ل (أ)}} = \frac{٨}{٣}$ ، $\frac{\text{ل}(\bar{ب})}{\text{ل (ب)}} = \frac{٥}{٢}$ **أوجد:** $\frac{\text{ل}(\bar{جـ})}{\text{ل (جـ)}}$

٣٠)يونيو ٢٠٠٤: اذا كان أ ،ب حدثين من فضاء العينه لتجربه عشوائيه ما وكان ل (أ) = ٠.٥ ،

ل ( أ ∪ ب ) =٠.٦ **فأوجد ل(ب) في الحالات الاتيه:**

اولا:ا، ب حدثين متنافيين ثانيا:ل ( أ ∩ بَ ) = ٠.٣

٣١)اغسطس٢٠٠٤: اذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينه لتجربه عشوائيه ما وكان ل (أ) = ٠.٥ ،

ل ( أ ∪ ب ) =٠.٧ **اوجد** اولا ل($\bar{أ}$) ، ثانيا : ل ( أَ ∩ بَ ) ، ثالثا :ل ( أ ∩ ب )َ

٣٢) يونية ٢٠٠٥: **اذا كان أ،ب حدثان ينتميان إلى فضاء العينه المصاحب لتجربه عشوائيه ما بحيث كان**

**ل(أ) =ل(ب) فذا علمت ان ل ( أ ∩ ب ) = ٠.٢ ، ل ( أ ∪ ب ) =٠.٨**

**اوجد:** اولا : ل (أ) ثانيا : ل ( أ ∩ بَ ) ثالثا: ل(ف – ب)

٣٣)اغسطس ٢٠٠٥: **اذا كانت ف = {١،٢،٣،٤،٥،٦،٧،٨،٩،١٠}**

**هي فضاء العينه لتجربه عشوائيه جميع نواتجها متساويه الامكانات وكانت أو ب و جـ ثلاث احداث من "ف"**

**بحيث** أ= {١،٣،٤} ب= {٤،٥،٢} جـ={٣,٦,٧}

**عين الاحداث الاتيه:** ١) أ $\bar{}$ ، بَ ،أ ∩ ب ،أ ∪ ب ، أ – ب

٢) ( أ$\bar{}$ ∩ ب$\bar{}$) ، ( أ ∩ ب$\bar{}$ ) ثم بين انهما احداث متنافيه

٣) (أ∩ ب ) $\bar{}$، ( أ$\bar{}$ ∪ جـ$\bar{}$ )

**ثم اثبت ان:** ل(أ∩ ب ) = ل ( أ$\bar{}$ ∪ جـ$\bar{}$ )

٣٤)يونيه ٢٠٠٦: صندوق به كره منها٥ كرات حمراء مرقمه من ١:٥ ،١٠كرات سوداء مرقمق من ٦:١٥ ،سحبت كره واحده عشوائيا من هذا الصندو ق ، اولا:احسب احتمال كلا من الحدثين الاتيين

١- حدث ان تكون الكره المسحوبه حمراء أو تحمل رقما فرديا

١) حدث ان تكون الكرة المسحوبه سوداء وتحمل رقما زوجيا .

٢) ثانيا هل ٢,١ حدثان متنافيان؟ علل اجابتك.

٣٥) يونية٢٠٠٨:

إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء ف لتجربة عشوائية ما، وكان:

ل (أ ∪ ب) = ٠.٨ ، ل (أ) + ل (ب)= ١.٢، $\frac{\text{ل}(\bar{أ})}{٢}$ = **أوجد:**



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344

ل(أ) ٣

ل (ب) ل (أ⁻ U ب) احتمال وقوع أحد الحدثين فقط

٣٦] يونية ٢٠٠٩(١):

إذا كان ل (أ) = ١/٢ ، ل(ب)= ١/٤ ، ل( أ U ب⁻ )= ٧/٨ حيث أ، ب حدثان من فضاء عينة لتجربة عشوائية فأوجد:

أولاً: ل( أ ∩ ب⁻ ) ثانيًا: ل( أ ∩ ب ) ثالثًا: ل (( أ⁻ U ب⁻ )

(٢) فصل دراسي به ٥٠ طالبًا منهم ٣٠ طالبًا يدرسون الفيزياء، ٢٤ يدرسون الرياضيات، ١٠ طلاب يدرسون الفيزياء والرياضيات، فإذا اختير طالبًا عشوائيًا، أوجد احتمال أن يكون الطالب المختار:

١) من يدرسون مادة واحدة فقط ٢) لا يدرس أيًا من المادتين

٣٧] يونية ٢٠١٠:

إذا كان أ، ب حدثين في فضاء النواتج لتجربة عشوائية ما، وكان:

إذا كان ل(أ)= ٠.٦ ، ل (ب⁻) = ٤/٥ ، ل( أ U ب )= ٢/٣ **فأوجد:**

١) ل(أ∩ ب ) ٢) ل(أ - ب ) ٣) ل( أ⁻ U ب)



E mail: omarabosalam@yahoo.com tel: 0106806344