٥٨ ث.ع / أول

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٨
[المرحلة الثانية / الدور الأول]

التفاضل والتكامل (رياضيات ٢) — **الزمن : ســاعتان**

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة — **(الأسئلة فى صفحتين)**

أولا : أجب عن السـؤال الآتى :

١- (h) أوجـد قيمة التكاملات الآتية :

(i) ∫ (قا٢ ط/٤ + (١ ـ ٢ جا٢ س)/(ظتا ٢ س)) x س

(ii) ∫ (س٢ + ٨ س)/(س + ٤)٥ x س

(ب) إذا كانت د دالة حيث :

د (س) = { (س + ١)٢ ، س > ٠ ؛ h + ٣ س٢ ـ س٣ ، س ؟ ٠ }

وكانت نهــــــا د (س) لهــا وجـود فأوجـد قيمـة الثـابـت h
س ← ٠

ثم احسب القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة فى الفترة [ـ ٣ ، ٤]

ثانيا: أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

٢- (h) أوجد معادلة المنحنى ص = د (س) إذا علم أن x٢ص / x س٢ = ٢/س٣ وأن معادلة المماس للمنحنى عند النقطة (٢ ، ٥/٢) الـواقعـة عليـه هـــى ٣ س ـ ٤ ص + ٤ = ٠

(ب) إذا كانت ص = د (س) تمثل منحنى لكثيرة حدود من الدرجة الثالثة وكان دً (س) > صفر عندما س > ـ ٢/٣ ، دً (س) > صفر عندما س > ـ ٢/٣ ويمر منحنى الدالة بالنقطة (١،٦) وتوجد نقطة حرجة عند (ـ ١، ٢) . أوجد معادلة المنحنى وبين نوع النقط الحرجة .

٣- (h) إذا كانت الدالة د حيث :

د (س) = { h س٢ + ب س ـ ٦ ، س M ٢ ؛ h س + ٢ ب ، س > ٢ }

متصلة عند س = ٢ وكان دَ (٣) = ١٦ فأوجد قيمة كل من الثابتيـن h ، ب .
ثـم ابحث قابلية هذه الدالة للاشتقاق عند س = ٢

(بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية)

(ب) أوجد القيم العظمى والصغرى المحلية للمنحنى :

ص = جا س (١ + جتا س)　حيث س J [٠ ، $\frac{\text{ط}}{٢}$]

٤- (h) إذا كان س ص = جا س جتا س فاثبت أن س $\frac{x^{٢}\text{ص}}{x\,\text{س}^{٢}}$ + ٢ $\frac{x\text{ص}}{x\text{س}}$ + ٤ س ص = صفر

(ب) كرة يتغير حجمها ح بانتظام محتفظة بشكلها الكروى وعند أى لحظة زمنية ن ثانية

كان طول نصف قطرها نق سم ومساحة سطحها مـ سم٢ . أثبت أن :

$$\frac{x\text{ح}}{x\text{ن}} \times \frac{x\text{نق}}{x\text{ن}} = \frac{١}{١٦\,\text{ط}} \times \left(\frac{x\text{مـ}}{x\text{ن}}\right)^{٢}$$

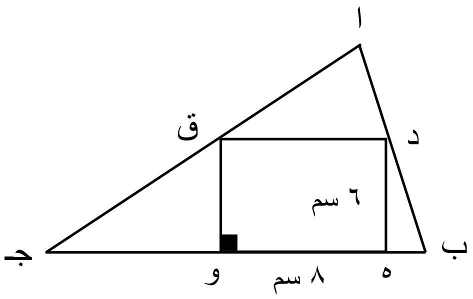
ومن ثم احسب قيمة $\frac{x\text{نق}}{x\text{ن}}$ عندما يكون $\frac{x\text{ح}}{x\text{ن}}$ = ط سم٣ / ث ، $\frac{x\text{مـ}}{x\text{ن}}$ = ٢ط سم٢ / ث

وأوجد عندئذ مساحة سطح الكرة .

٥- (h) اثبت أن المنحنيين ص = س٢ ـ س ، ٢ ص = ـ س٣ ـ ٣ س يتماسان .

ثم أوجد معادلة العمودى على المنحنيين عند نقطة التماس .

(ب) فى الشكل المقابل :



h ب جـ مثلث مختلف الأضلاع ،

x هـ وق مستطيل فيه

هـ و = ٨ سم ، xهـ = ٦ سم

بحيث x J $\overline{\text{hب}}$ ، ق J $\overline{\text{hجـ}}$ ،

$\overline{\text{هـ و}}$ G $\overline{\text{ب جـ}}$ أوجد أقل مساحة ممكنة للمثلث h ب جـ

•••••••

(انتهت الأسئلة)

٥٨ ث. ع / ثان

جمهورية مصر العربية

وزارة التربية والتعليم

امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٧

[المرحلة الثانية / الدور الثانى]

التفاضل والتكامل (رياضيات ٢) **الزمن : ســاعتان**

==

أولا : أجب عن السؤال الآتى : **(الأسئلة فى صفحتين)**

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

١ - (أ) أوجد قيمة التكاملات الآتية :

$\int$ (س + ١) $\sqrt{س^٢ + ٢ س + ١}$ x س ، $\int$ (حتا^٢ س + حتا س) x س

(ب) إذا كان المنحنى ص = س^٣ + hس^٢ + ب س له نقطة انقلاب عند (٣ ، ــ ٩)

حيث h ، ب ثابتان فأوجد :

١) قيمة كل من h ، ب ٢) نـقـط القيم العظمى والصغرى المحليـه لـه

ثانيا: أجب عن ثلاثـة أسئلة فـقط مما يـأتى :

٢ - (أ) أوجد معادلة المماس للمنحنى ص = ٢ حا س + حتا س عند س = $\frac{\pi}{٤}$

(ب) إذا كانت الدالة د حيث : د (س) = $\begin{cases} ٣س + ٢ & \text{حيث س} < ٢ \\ h س^٣ & \text{حيث س} \geq ٢ \end{cases}$

متصلة عند س = ٢ فأوجد قيمة الثابت h ثم ابحث قابلية اشتقاق الدالة عند س = ٢

٣- (أ) إذا كان معدل تغير ميل المماس لمنحنى عند أى نقطة عليه هـو ٦ س ــ ٢ وكان ميل المماس له عند النقطة (٣ ، ١) الواقعة عليهمساوياً ٢ فأوجد معادلة هذا المنحنى .

(ب) إذا كانت الدالة د حيث د (س) = $\begin{cases} \text{ظا ٤ س قتا ٩ س} & \text{حيث } -\frac{\pi}{٩} < س < ٠ \\ \frac{١}{٩} (س + ٤) & \text{حيث س} > ٠ \end{cases}$

فابحث وجود $\lim_{س \to ٠}$ د (س)

(بقية الأسئلة فى الصفحة الثانية)

٤ـ (أ) إذا كانت : ص٢ + ٢ س٣ ـ ٥ س = ١٢ فاثبت أن :

$$ص \frac{x^{2} ص}{x س^{2}} + \left(\frac{x ص}{x س}\right)^{2} + ٦س = ٠$$

(ب) أسطوانة معدنية تتمدد بانتظـام بحيث تظل محتفظـة بشكلها فإذا كان طـول نصف قطـر قاعدتها نق يزداد بمعدل ٢ سم/ث وارتفاعها ع يزداد بمعدل ٠.١سم/ ث فأوجـد معدل التغيـر الزمنى فى حجم الأسطوانة عندما نق = ٢سم ، ع = ٥ سم .

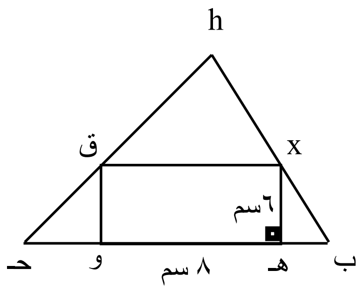
٥ـ (أ) أوجد مناطق التحدب لأعلى والتحدب لأسفل للمنحنى :

ص = س٤ ـ ٦س٢ ونقـط الانقـلاب إن وجـدت .

(ب) متوازى مستطيلات قاعدته مربعة الشكل ومساحته الكلية تساوى ٦٠٠سم٢ أوجد أبعاد متوازى المستطيلات التى تجعل حجمه أكبر ما يمكن .

=========

(انتهت الأسئلة)


h
ق
x
٦سم
حـ
و
٨ سم
هـ
ب

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم
امتحان شهادة إتمام الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٠٨
[المرحلة الثانية / الدور الثانى]

التفاضل والتكامل [رياضيات (٢)] **الزمن : ساعتان**

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

أولاً : أجب عن السؤال الآتى :

١– **(أ)** أوجد : **(i)** ∫ (٦ س + جتا ٤ س) د س   **(ii)** ∫ س^{٥} (١ + $\frac{٣}{س}$)^{٥} د س

(ب) أوجد القيم العظمى والصغرى المحلية للدالــة د حيث د (س) = ٣ س^{٣} – ٩ س^{٢} + ٧
ثم عين فترات التحدب إلى أعلى وفترات التحدب إلى أسفل ونقط الانقلاب (إن وجدت) لمنحنى الدالة .

ثانياً : أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يأتى :

٢– **(أ)** إذا كان د (س) = { ٤ س – ١ ، س ≤ ٣ ؛ س^{٢} + ٢ ، س > ٣ }
فابحث اتصال الدالة د عند س = ٣ وكذلك قابلية اشتقاقها عند س = ٣

(ب) أوجد معادلة العمودى على المنحنى ص = س^{٢} + ٣ عند النقطة (١ ، ٤)

٣– **(أ)** إذا كان ميل العمودى على منحنى عند أى نقطة عليه (س ، ص) هو $\frac{١}{٢س – ٣}$
أوجد معادلة هذا المنحنى إذا علم أنه يمر بالنقطة (١ ، ٦)

(ب) إذا كان ٤ س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥ فأثبت أن : ص^{٣} × $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}}$ + ١٠٠ = ٠

٤– **(أ)** عين فترات التزايد وفترات التناقص على ح للدالة د حيث د(س) = س^{٣}–٣ س^{٢}
ثم أوجد القيمــة العظمى المطلقة والقيمــة الصغرى المطلقة للدالـــة فى الفترة [١ ، ٤]

(ب) إذا كانت ص = س جا س فأثبت أن $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}}$ دالة زوجية

٥– **(أ)** تتحرك نقطة (س ، ص) على المنحنى س^{٢} + ٤ س – ص = ٣ عين موضع النقطة عند اللحظــة التى تكون فيها سرعـة إحداثيها الصادى ضعف سرعـة إحداثيها السينى .

(ب) ابج مثلث قائم الزاوية فى ب فيه اب = ٦ سم ، بج = ٨ سم ، د منتصف $\overline{اب}$ ، ه ∈ $\overline{بج}$ ، ن ∈ $\overline{اج}$. أوجد مساحة سطح الشكل ادنه عندما يكون به × هج أكبر ما يمكن ، (ان)^{٢} + (نج)^{٢} أصغر ما يمكن .

●●●●●●●