مديرية التربية والتعليم
بالدقهلية
المكتب الفني لتوجيه
الرياضيات

بنك الأسئلة

مقررات الرياضيات (٢)

للمرحلة الثانوية

إعداد

المكتب الفني لتوجيه الرياضيات
إدارة أجا التعليمية

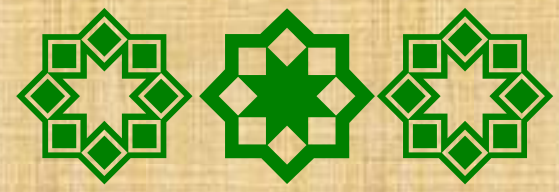
٢٠١٢/ ٢٠١٣م

مارس ٢٠١٣م

أولاً
بنك الأسئلة

التفاضل والتكامل

الصف الثالث الثانوي



بنك الأسئلة

التفاضل والتكامل للصف الثالث الثانوي[1]

(١) ابحث وجود نهاية للدالة:

$$د(س)=\begin{cases} س|س-١| & ، \ س \geq ١ \\ \dfrac{٢س^{٢}+س-٣}{|س-١|} & ، \ س<١ \end{cases}$$ عند $س=١$

(٢) إذا كانت الدالة $د$ حيث:

$$د(س)=\begin{cases} \dfrac{أ}{س} & ، \ س<١ \\ س+٢ & ، \ س \geq ١ \end{cases}$$

متصلة عند $س=١$، فما قيمة $أ$؟

(٣) ادرس اتصال كل من الدوال التالية على $ح$:

أ) $د(س)=س^{٢}-ظا٣س$. ب) $د(س)=(س-٣)^{س-١}$

جـ) $د(س)=$ لو$_{(س-١)}(٩-س^{٢})$.

د) $د(س)=\dfrac{س-٥}{\sqrt{٢٥-س^{٢}}}$

(٤) أوجد مجموعة قيم $أ$ التي تجعل $د(س)=\dfrac{٣-جتا^{٢}س}{س^{٢}+أس+أ+٣}$ متصلة على $ح$.

(٥) ادرس اتصال الدالة $د$، حيث:

$$د(س)=\begin{cases} (\frac{ط}{٢}-س)ظاس & ، \ س \in]٠، \frac{ط}{٢}[\\ \frac{٤}{ط}س-١ & ، \ س \geq \frac{ط}{٢} \end{cases}$$

---

(١) عن أنشطة المكتب الفني لتوجيه الرياضيات بإدارة أجا ٢٠١٣م.

(٦) إذا كانت د دالة حيث:

$$د(س)=\begin{cases} \text{ظا}(\frac{\pi}{٤}س) & ، \ س>١ \\ \frac{\text{جا}(س-١)}{س-١} & ، \ س<١ \end{cases}$$

وضح إمكانية إعادة تعريف الدالة د بحيث تكون متصلة عند س = ١.

(٧) إذا كانت الدالة د حيث:

$$د(س)=\begin{cases} س^{٢}-١ & ، \ س \geq -١ \\ أ-س & ، \ س<-١ \end{cases}$$

متصلة عند س = −١، فما قيمة أ؟ ومن ثم ابحث وجود د′(−١).

(٨) إذا كانت د دالة حيث:

$$د(س)=\begin{cases} س^{٢}-١ & ، \ س \leq ١ \\ ٢أس-ب & ، \ س>١ \end{cases}$$

قابلة للاشتقاق عند س = ١، فأوجد قيمة الثابتين أ، ب.

(٩) إذا كانت الدالة د قابلة للاشتقاق عند س = ٢، وكان متوسط تغيرها يساوي $\frac{٣}{٢}$ عندما تتغير س من ٠ إلى ٤، أوجد قيمة كل من أ، ب، جـ، حيث:

$$د(س)=\begin{cases} س^{٢}+أس+١ & ، \ س>٢ \\ ب+جـ(س-٤)^{٢} & ، \ س \leq ٢ \end{cases}$$

(١٠) إذا كانت د دالة كثيرة الحدود، وكان د(س) + د′(س) = س^{٣} + ٥ س^{٢} + س + ٢، أوجد: د″(−٢).

(١١) أوجد: $\frac{ء^{٢}}{ء س^{٢}}[(١+س)^{٤}(١-س)^{٤}]$

(١٢) إذا كان: ص = $\frac{س}{س+\sqrt{١+س^{٢}}}$، فأثبت أن: $\frac{ص^{٢}}{س^{٢}}=\frac{ء ص}{ء س}\times\sqrt{١+س^{٢}}$

(١٣) إذا كان: ص^{٢} + س^{٢} = ١٦، فاثبت أن: ص $\frac{ء^{٢}ص}{ء س^{٢}}+(\frac{ء ص}{ء س})^{٢}+١=٠$

(١٤) إذا كان: $ص = \frac{١}{(س+١)^{٣}}$، أثبت أن: $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}} = ١٢ ص^{٢}(١ + س)$

(١٥) إذا كان: $ص = ٣ جا(٢س + ١)$، فأثبت أن: $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}} + ٤ ص = ٠$

(١٦) إذا كان: $ص = \sqrt{٢س}$ ، فاثبت أن: $ص^{٣} \frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}} + ١ = ٠$

(١٧) إذا كان: $٢ ص^{٣} = ٣ س^{٢}$ ، أثبت أن: $ص^{٢} \frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}} + ٢ ص(\frac{د ص}{د س})^{٢} = ١$

(١٨) إذا كان: $ص = \sqrt{س} + \frac{١}{\sqrt{س}}$، فاثبت أن: $٢ س \frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}} + ٣ \frac{د ص}{د س} - ص + \sqrt{س} = ٠$

(١٩) إذا كان: $ص = \sqrt{س \sqrt{س \sqrt{س \sqrt{س}}}}$ ، فاثبت أن: $٦٥٢ س^{٢} ص \frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}} + ١٥ = ٠$

(٢٠) إذا كان: $\frac{د ع}{د س} = ١ + ٢ س$، $\frac{د ص}{د س} = س^{٢} + ٣$، أوجد $\frac{د^{٢}ع}{د ص^{٢}}$ عند $س = ١$

(٢١) إذا كان: $ص = \frac{٢ س}{\sqrt{١+س^{٢}}}$، $ع = \frac{\sqrt{١+س^{٢}}}{س}$، أثبت أن: $٢ \frac{د^{٢}ص}{د ع^{٢}} - ص^{٣} = ٠$

(٢٢) إذا كان: $ص = \frac{١+ع}{١-ع}$، $س = \frac{١-ع}{١+ع}$ أوجد قيمة $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}}$ عند $س = ٢$.

(٢٣) أثبت أن المستقيم الذي معادلته: $\frac{س}{أ} + \frac{ص}{ب} = ٢$، مماساً للمنحنى: $(\frac{س}{أ})^{ن} + (\frac{ص}{ب})^{ن} = ٢$ عند النقطة $(أ، ب)$ مهما كانت قيمة $ن \in ح - \{٠، ١\}$.

(٢٤) أوجد مساحة سطح المثلث المكون من محور السينات والمماس والعمودي للمنحنى: $٤ ص = ٩ - س^{٢}$ عند النقطة $(-١، ٢)$.

(٢٥) أوجد معادلة العمودي على المنحنى: $ص = \sqrt{٦ + ٤ س}$ عند نقط تقاطعه مع المستقيم: $ص + ٢ س = ١$.

(٢٦) أوجد النقط الواقعة على محور الصادات بحيث يصنع المماسان المرسومان منها للمنحنى $٤ ص + س^{٢} = ٠$ مع المستقيم المار بنقطتي التماس مثلث متساوي الأضلاع.

(٢٧) تتحرك نقطة على المنحنى: $ص = س(س - ٥)$، أوجد موقع النقطة في اللحظة التي يصنع فيها

المماس والعمودي للمنحنى عندها مع محور السينات مثلث متساوي الساقين.

(٢٨) أثبت أن مجموع الجزأين المقطوعين من محوري الإحداثيات بأي مماس للمنحنى:
$\sqrt{س} + \sqrt{ص} = أ$ يساوي دائمًا مقدارًا ثابتًا.

(٢٩) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، − ٤) ويمس المنحنى: $ص = س^{٢} - س$.

(٣٠) إذا كان العمودي للمنحنى: $ص = ٤ - س^{٢}$ عند النقطة (١، ٣) يقطع المنحنى مرة أخرى عند نقطة **جـ**، فأوجد معادلة المماس للمنحنى عند النقطة **جـ**.

(٣١) تتحرك نقطة على المنحنى: $س^{٣} + س ص + ص^{٣} = ٥$ بحيث يتزايد إحداثيها الصادي بمعدل ٢ وحدة/**ث**، فما هو معدل تغير إحداثيها السيني عند النقطة (٢، − ١).

(٣٢) تتحرك النقطة أ على محور السينات، وتتحرك نقطة أخرى ب على المستقيم الذي معادلته $ص = -\sqrt{٣}\, س$، بحيث تظل مساحة سطح المثلث أوب ثابتة وتساوي $١٠\sqrt{٣}$ **سم**^{٢}، حيث و نقطة الأصل، فإذا كانت سرعة النقطة أ على محور السينات ثابتة وتساوي ٨ **سم/ث**، أوجد سرعة النقطة ب عندما و أ = ١٦ **سم**.

(٣٣) صفيحة على شكل مستطيل طوله $\frac{٥}{٢}$ عرضه تنخفض درجة حرارتها بانتظام فينكمش كل من بعديها تبعًا لذلك، فإذا كان العرض ينكمش بمعدل ٠,٠٢ **سم/ث**، فاحسب معدل النقص في مساحة سطح الصفيحة عندما يكون عرضها ٩ **سم**.

(٣٤) مثلث متساوي الساقين طول قاعدته $٢٠\sqrt{٢}$ **سم**، فإذا كان طول الضلع يتناقص بمعدل ٣ **سم/ساعة**، أوجد معدل تناقص مساحة سطح المثلث عند اللحظة التي يُصبح فيها المثلث متساوي الأضلاع.

(٣٥) يسير قطار بادئًا حركته في الحادية عشرة صباحًا في اتجاه الشرق بسرعة ٤٥ **كم/ساعة**، بينما بدأ قطار آخر حركته الساعة الثانية عشرة ظهرًا من نفس النقطة متجهًا إلى الجنوب بسرعة ٦٠ **كم/ساعة**. أوجد معدل زيادة المسافة بينهما عند الساعة الثالثة بعد الظهر.

(٣٦) كرة من النحاس بداخلها تجويف على شكل مكعب تقع رءوسه عند السطح الخارجي للكرة، تنكمش بانتظام بحيث يظل المُجسم محتفظا بشكله. فإذا كان معدل تناقص مساحة السطح

الخارجي ٤ط **سم**^{٢}/**ساعة** عندما كان طول نصف قطر الكرة يتناقص بمعدل ١,٠ **سم/ساعة**، أوجد عند تلك اللحظة:

أولاً: معدل التغير في حجم النحاس. ثانياً: معدل التغير في مساحة السطح الداخلي للنحاس.

(٣٧) يرفع رجلٌ دلوًا مملوءًا بالأسمنت إلى سقالة تقع على ارتفاع ثمانية أمتار فوق رأسه بواسطة حبل طوله ١٧ **مترًا** يمر على بكرة ملساء مثبتة في السقالة، وكان الرجل يحفظ الطرف الخالص للحبل أفقيًّا في مستوى رأسه ويمشي بسرعة ٤ **متر/دقيقة**. أوجد السرعة التي يرتفع بها الدلو عندما يمشي الرجل ستة أمتار.

(٣٨) إذا علمت أن شدّة الاستضاءة عند نقطة تتناسب عكسيًّا مع مربع البعد عن مصدر الضوء. يتحرك قارب في اتجاه منارة بسرعة ثابتة وكان ارتفاع المنارة ٥٠ **مترًا**، أثبت أن معدل ازدياد شدّة الاستضاءة عند القارب عندما يكون على بعد ٥٠ **مترًا** من قاعدة المنارة يساوي $\frac{٢٥}{٨}$ مرة قدر معدلها عندما يكون على بعد ١٠٠ **مترًا** من قاعدة المنارة.

(٣٩) تتحرك نقطة على المنحني **ص** = **س** − $\frac{\text{س}}{\text{س}^{٢}+١}$ وكانت سرعتها في اتجاه محور السينات ٩ **متر/ث** عندما كانت **س** = $\sqrt{٢٧}$ **مترًا**، أوجد سرعتها في اتجاه محور الصادات عند نفس اللحظة.

(٤٠) تطير طائرة على ارتفاع ثابت ٢٠٠٠**متر** من سطح الأرض متجهة نحو الجنوب بسرعة ٢٤٠**متر/ث**، فمرت على سيارة تسير بسرعة ٧٠**متر/ث** في اتجاه الشرق، أوجد المعدل الذي تبتعد به الطائرة عن السيارة بعد مُضي ست ثوانٍ.

(٤١) منشور ثلاثي قائم قاعدته على شكل مثلث متساوي الأضلاع، فإذا كان طول ضلع قاعدته يتزايد بمعدل ٠,٢**سم/ث**، وارتفاعه يتزايد بمعدل ٠,٣**سم/ث** في اللحظة التي كان فيها طول ضلع قاعدته ٤**سم**، وارتفاعه ١٢**سم**، أوجد معدل الزيادة في حجم المنشور عندئذ.

(٤٢) مكعب من النحاس بداخله تجويف على شكل كرة تمس أوجهه من الداخل، فإذا كان طول حرف المكعب يتزايد بانتظام بمعدل ٠,٢**سم/ث**، بحيث يظل المُجسم محتفظاً بشكله. أوجد معدل التغير في حجم النحاس في اللحظة التي يكون فيها طول حرف المكعب ١٠**سم**.

(٤٣) صفيحة رقيقة على شكل مثلث متساوي الساقين، تتمدد عند تسخينها محتفظة بشكلها. فإذا كان معدل تزايد كل من ساقيها يساوي معدل تزايد ارتفاعها يساوي ٠,١٥ **سم/ث** عندما كان طول كل من ساقيها **١٠سم**، وارتفاعها **٨سم**. أوجد عند تلك اللحظة كل من:

أولاً: معدل تزايد طول قاعدتها. ثانياً: معدل تزايد مساحة سطحها.

(٤٤) متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل يتزايد طول ضلعها بمعدل ٠. ١٥,٠ **سم/ث**، بينما يتناقص ارتفاعه بمعدل ٠. ٣,٠ **سم/ث**:

أولاً: أوجد معدل تغير الحجم عندما يكون طول ضلع القاعدة **٥سم**، وارتفاع متوازي المستطيلات **٤سم**.

ثانياً: أثبت أنه في اللحظة التي ينعدم عندها التغير في الحجم يُصبح متوازي المستطيلات مكعباً، ثم احسب معدل تغير طول قطره في تلك اللحظة إذا كان طول ضلع قاعدته **٦سم** حينئذٍ.

(٤٥) رافعة هيدروليكية على شكل مثلث متساوي الساقين طول كل منهما ثابت ويساوي **٣٠سم**، يتناقص طول قاعدته بمعدل ٥ **سم/دقيقة**، أوجد معدل تغير قياس زاوية رأسه في كل حالة مما يأتي:

أولاً: اللحظة التي يُصبح فيها المثلث متساوي الأضلاع.

ثانياً: اللحظة التي يُصبح فيها المثلث قائم الزاوية.

ثم احسب معدل تغير مساحة سطح المثلث في كل حالة.

(٤٦) يستند قضيب $\overline{أب}$ طوله **١٠ متر** بطرفه **أ** على أرض أفقية وبإحدى نقطه **جـ** على حائط رأسي ارتفاعه **٦ متر**، فإذا انزلق الطرف **أ** مبتعداً عن الحائط بمعدل **٢,٥ متر/دقيقة**، فأوجد معدل هبوط الطرف **ب** لحظة وصوله إلى الحائط.

(٤٧) ونش ارتفاع قمته عن سطح الماء خمسة أمتار مثبت على شاطئ نهر، يَسْحَبُ من أعلاه بواسطة حبل قارباً في النهر بحيث يسير القارب في اتجاه يصنع زاوية قياسها ٦٠° مع الشاطئ، فإذا كان الحبل ينقص بمعدل **١ متر/ث**، أوجد عندما يكون طول الحبل **١٣ مترًا** كل من:

أولا: معدل اقتراب القارب من قاعدة الونش. ثانيا: معدل اقتراب القارب من الشاطئ.

(٤٨) مصباح مضيء مثبت فوق عمود إنارة ارتفاعه **٢٤,٥ مترًا** عن سطح الأرض، سقطت كرة من

نفس الارتفاع وعلى بعد $\frac{1}{8}$٦ مترًا من المصباح، فإذا كانت الكرة تهبط رأسيًّا طبقًا للعلاقة ف = ٤,٩ن^{2} مترًا حيث ن الزمن مُقاسًا بالثانية. أوجد سرعة تحرك ظل الكرة بعد ثانية واحدة من سقوطها.

(٤٩) عين القيم العظمى والصغرى المحلية ونقط الانقلاب إن وجدت وفترات التزايد والتناقص للمنحنى: د(س) = س^{3} − ٣س^{2} − ٩س.

(٥٠) إذا كانت النقطة (١، ٤) هي إحدى النقطتين الحرجتين لمنحنى الدالة د حيث:

د(س) = س^{3} + أس^{2} + بس، أوجد قيمة الثابتين أ، ب، ثم استنتج معادلة المماس لمنحنى الدالة عند نقطتها الحرجة الأخرى.

(٥١) أوجد فترات التحدب إلى أعلى وإلى أسفل ونقط الانقلاب (إن وجدت) للمنحنى:

ص = س^{3} − ٣س + ٢، ثم ارسم شكلاً عامًّا للمنحنى.

(٥٢) أوجد القيم العظمى والصغرى المحلية للمنحنى: ص = $\sqrt[3]{(س - ٢)^{2}}$ وكذلك نقط الانقلاب إن وجدت.

(٥٣) ارسم شكلا عاما لمنحنى الدالة : ص = س^{3} − ١٨س^{2} + ٣٢، مبينا القيم العظمى والصغرى المحلية وكذلك نقط الانقلاب إن وجدت.

(٥٤) ارسم شكلاً عاما للمنحنى: ص = س^{3} − ٦س^{2}، مبينا القيم العظمى والصغرى المحلية ونقط الانقلاب وفترات التزايد والتناقص وفترات التحدب إلى أعلى وإلى أسفل.

(٥٥) أوجد قاعدة دالة كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة إذا علم أن النقطة (٠، ٢) موقع قيمة عظمى محلية لها والنقطة (١، ١) موقع قيمة صغرى محلية لها.

(٥٦) عددان مجموعهما ١٢، أوجد هذين العددين إذا كان مجموع مربعيهما أصغر ما يمكن.

(٥٧) أوجد مساحة سطح أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل دائرة طول نصف قطرها ٣سم.

(٥٨) لوح رقيق من المعدن مساحته ٢٤٠٠سم^{2}، صُنع منه متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل. أوجد أبعاده حتى يكون حجمه أكبر ما يمكن.

(٥٩) أوجد أكبر مساحة لسطح مثلث متساوي الساقين طول محيطه ١٨سم.

(٦٠) تتحرك نقطة علي محيط دائرة طول قطرها ١٠سم، أوجد بعدي النقطة عن طرفي القطر بحيث يكون مجموع بعديها أكبر ما يمكن.

(٦١) قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها ٢٨٨٨ متر^{٢} يراد إحاطتها بسور وتقسيمها إلي ثلاثة أجزاء بعمل سورين متوازيين يوازيان أحد أضلاعها أوجد بعدي المستطيل بحيث يكون الطول الكلي للأسوار أقل ما يمكن.

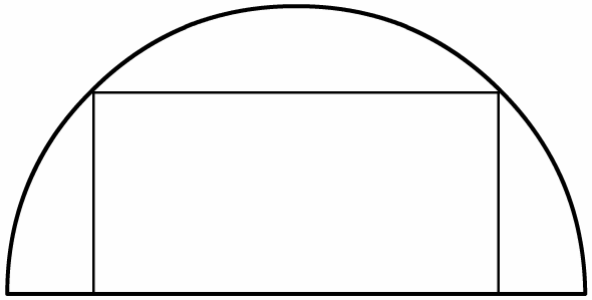
(٦٢) أوجد أكبر مساحة لمثلث متساوي الساقين رأسه نقطة الأصل وقاعدته قطعة مستقيمة توازي محور السينات وتقع فوقه ويقع طرفاها علي المنحني $١٢ص = ٣٦ - س^{٢}$.

(٦٣) مستقيم ميلة سالب يمر بالنقطة (٣،٤) ويقطع محور السينات في نقطة أ، ويقطع محور الصادات في نقطة ب، أوجد ميل المستقيم لكي يكون طول $\overline{أب}$ أصغر ما يمكن.

(٦٤) تقع نقطة ب على بعد ل كم شمال النقطة أ، وتقع نقطة جـ على بعد ٣ل كم شرق النقطة ب، فإذا كانت ى نقطة متغيرة على $\overline{بجـ}$ وعلى بعد س كم من ب. سار رجل في خط مستقيم من أ إلى ى بسرعة ثابتة قدرها ٤كم/ساعة، ثم استأنف سيره من ى إلى جـ بسرعة ثابتة قدرها ٥كم/ساعة، أوجد قيمة س التي تجعل زمن الرحلة كلها أقل ما يمكن، ثم احسبه.

(٦٥) أبجـى مستطيل فيه أب = ٨سم، بجـ = ١٢سم، أُخذت النقطتان هـ، و على $\overline{أب}$، $\overline{بجـ}$ على الترتيب، بحيث كان بو = ٤ أهـ = ٤ س، أوجد أقل مساحة للمثلث هـوى.

(٦٦) الشكل المقابل يبين مستطيل مرسوم داخل نصف دائرة طول نصف قطرها نق، أوجد بدلالة نق بعدا المستطيل عندما تكون مساحة سطحه أكبر ما يمكن.



(٦٧) أوجد نقط المنحنى: $س^{٢} - ص^{٢} = ٢$ بحيث تكون المسافة بينها وبين النقطة (١،٠) أقل ما يمكن.

(٦٨) وَجد أحد المصانع أنه يكسب مائة جنيهاً عن كل وحدة من إنتاجه الأسبوعي الذي يبلغ ٣٠

وحدة، وإذا زاد الإنتاج عن هذا العدد فإن ربح الوحدة يقل جنيهان عن كل وحدة زائدة، أوجد عدد الوحدات التي يجب على المصنع أن ينتجها في الأسبوع ليحقق أكبر ربح ممكن.

(٦٩) في الساعة التاسعة صباحاً كانت السفينة ب على بعد ٦٥ **كم** شرق سفينة أخرى أ، فإذا أبحرت السفينة ب نحو الغرب بسرعة ١٠ **كم / ساعة**، بينما أبحرت السفينة أ نحو الجنوب بسرعة ١٥ **كم / ساعة**، أوجد متى تكون المسافة بينهما أصغر ما يمكن.

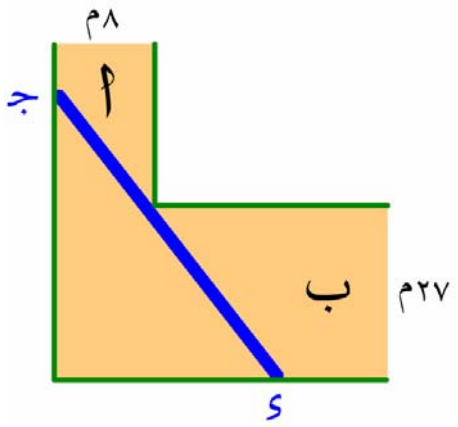
(٧٠) مصباح مُعلّق رأسيًّا فوق مركز سطح أُفقي مربع الشكل طول ضلعه ١٢ **سم**. فإذا كانت شدّة الاستضاءة عند رءوس المربع تتناسب طرديًّا مع مربع بعد المصباح عن السطح الأُفقي، وعكسيًّا مع مكعب بعد رأس المربع عن المصباح. أوجد ارتفاع المصباح عن السطح الأُفقي الذي تبلغ عنده شدّة الاستضاءة عند رأس المربع نهايتها العظمى.

(٧١) إذا كانت تكاليف استهلاك الوقود لقاطرة تتناسب مع مربع سرعتها، وكانت هذه التكلفة ٥٠ جنيهاً في الساعة عندما كانت سرعتها ٥٠ **كم/ساعة**، فإذا كانت هناك تكلفة إضافية قدرها ٢٠٠ جنيهاً في الساعة بصرف النظر عن سرعتها، أوجد سرعة القاطرة لتكون تكلفة الكيلو متر الواحد أقل ما يمكن.

(٧٢) تعرض إحدى شركات الأعمال قطعة أرض فضاء للبيع بسعر المتر المربع عشرة آلاف جنيهاً، ولتحقيق أكبر ربح ممكن قررت الشركة منح مكتب التوكيلات العقارية جنيهان عمولة عن أول مائة جنيه زائدة عن العشرة آلاف جنيهاً، وأربعة جنيهات عن المائة الثانية وستة جنيهات عن المائة الثالثة .. وهكذا، فإذا حصلت الشركة على عرضين لاثنين من مكاتب التوكيلات العقارية الأول بسعر ١٤٥٠٠ جنيهاً للمتر المربع، والثاني بسعر ١٥٥٠٠ جنيهاً، واستعانت بك الشركة لتقييم أي العرضين أفضل أو ما إذا كانت هناك فرصة لعرض آخر أكثر ربحاً؟، بين ما توصي به الشركة، موضحاً صافي دخل الشركة من الصفقة في كل حالة.

(٧٣) وَجَدَ مصنع للسيارات أن تكلفة الإنتاج تتناسب مع مكعب عدد السيارات المنتجة في الأسبوع، وكانت هذه التكلفة مائة ألف جنيهاً عند إنتاج عشر سيارات في الأسبوع، كما أن هناك تكلفة ثابتة قدرها ١٢٨٠٠ جنيهاً كل أسبوع. أوجد عدد السيارات التي ينبغي على المصنع إنتاجها كل أسبوع حتى تكون تكلفة السيارة أقل ما يمكن.

(٧٤) الشكل المقابل يمثل صالتين أ، ب اتساعهما ٨ أمتار، ٢٧ متراً على الترتيب، $\overline{جـ ء}$ قضيب معدني يُراد تمريره عبر الصالتين ، أوجد أكبر طول للقضيب $\overline{جـ ء}$ يمكن مروره بين الصالتين بدون عائق بحيث يظل أُفقيًّا.



● **في التمارين من (٧٥) إلى (٩٤) أوجد التكامل:**

(٧٥) $\int قا^{٢}س(جتا^{٢}س+٣)\cdot ء س$

(٧٦) $\int (جتا^{٢}س + جا٣س)\cdot ء س$

(٧٧) $\int س^{١٠}\left(\frac{٢}{س}+\frac{٣}{س^{٢}}\right)^{٥}\cdot ء س$

(٧٨) $\int \frac{جتا^{٢}س}{١-جاس}\cdot ء س$

(٧٩) $\int \frac{س+٥}{(س+٢)^{٤}}\cdot ء س$

(٨٠) $\int ظا^{٢}\frac{س}{٢}\cdot ء س$

(٨١) $\int (س+١)\sqrt{٣س+٥}\cdot ء س$

(٨٢) $\int جا^{٢}س\,جتا^{٢}س\cdot ء س$

(٨٣) $\int س\sqrt[٣]{\frac{٦}{س^{٢}}+\frac{٥}{س^{٣}}}\cdot ء س$

(٨٤) $\int \frac{٣ص-٦}{(٢ص-٥)^{٣}}\cdot ء ص$

(٨٥) $\int جتاس\,جاس\cdot ء س$

(٨٦) $\int \frac{جتا٢س}{جتاس+جاس}\cdot ء س$

(٨٧) $\int \frac{س-٢}{(٢س+١)^{٣}}\cdot ء س$

(٨٨) $\int \frac{١-س}{(٢س+١)^{٣}}\cdot ء س$

(٨٩) $\int \frac{س-\frac{١}{٢}}{\sqrt{٢س-١}}\cdot ء س$

(٩٠) $\int \frac{٤س^{٢}-١}{(٢س+١)^{٤}}\cdot ء س$

(٩١) $\int \frac{(س^{٣}-٤س^{٢}+٤س)^{\frac{٣}{٥}}}{\sqrt[٥]{س-٢}}\cdot ء س$

(٩٢) $\int (١-ظا^{٢}ص)جتا^{٢}ص\cdot ء ص$

(٩٣) $\int \frac{جتا٢س}{جتا\frac{ط}{٤}-جاس}\cdot ء س$

(٩٤) $\int (٥س+٧)\sqrt[٥]{س+٢}\cdot ء س$

(٩٥) أوجد معادلة المنحنى الذي ميل المماس له عند أي نقطة عليه هو $٣س^{٢}-٤س-٤$، علمًا بأن هذا المنحنى يمر بالنقطة $(-١، ٥)$.

(٩٦) إذا كان ميل المماس لمنحنى عند أي نقطة عليه يعطى بالعلاقة $\frac{د ص}{د س} = \frac{٢ - ٣س^{٢}}{٤ ص + ٥}$، فأوجد معادلة هذا المنحنى علمًا بأنه يمر بالنقطة $(-١، ١)$.

(٩٧) إذا كان ميل المماس لمنحنى عند أي نقطة عليه هو $\frac{جا^{٢}س}{\sqrt{٢ ص + ٣}}$، أوجد معادلة المنحنى علمًا بأنه يمر بالنقطة $(\frac{ط}{٤}، ٣)$.

(٩٨) إذا كان ميل المماس لمنحنى عند أي نقطة عليه هو $\frac{\sqrt[٣]{(٣ ص - ١)^{٢}}}{\sqrt{٢ س + ٥}}$، أوجد معادلة هذا المنحنى إذا علمت أنه يمر بالنقطة $(٢، ٣)$.

(٩٩) أوجد معادلة المنحنى: $ص = د(س)$ إذا كان $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}} = ١٢ س$، وكان للمنحنى قيمة صغرى محلية عند النقطة $(١، ٢)$.

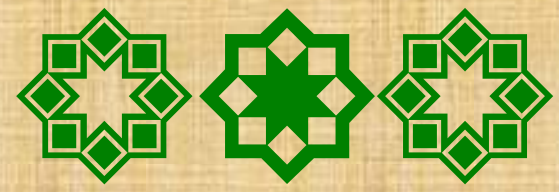
(١٠٠) إذا كان معدل تغير ميل المماس لمنحنى هو $٦(٢ س - ٣)$، أوجد معادلة هذا المنحنى إذا علمت أنه يمر بالنقطتين $(٠، ٤)$، $(٥، ١)$.

(١٠١) إذا كان المعدل الزمني للتغير في مساحة سطح صفيحة (م) بالنسبة للزمن (ن) تحت تأثير الحرارة، يتعين بالعلاقة: $\frac{د م}{د ن} = ٠,٠١٥ ن^{٢} + ٠,٠٢ ن$، حيث (م) مقدرة بالمتر المربع، (ن) مقدرة بالدقيقة، فأوجد مساحة سطح الصفيحة قبل بدء التسخين إذا علمت أن: م = ٩٠ مترًا مربعًا عند ن = ١٠ دقائق.

ثانياً
بنك الأسئلة

الجـــــــــبر

الصف الثالث الثانوي



بنك الأسئلة

الجبر للصف الثالث الثانوي[1]

(١) ضع كل مما يأتي على صورة $\text{ل}_{\text{ص}}^{\text{س}}$:

أ) $٦ \times ٥ \times ٤$.

ب) $٥٠ \times ٤٩ \times ٤٨ \times ٤٧$.

جـ) $١١ \times ٦ \times ٥ \times ٤$.

د) $\text{ن}(\text{ن}-١)(\text{ن}-٢)$.

هـ) $\text{ن}(\text{ن}+١)(\text{ن}+٢)$.

و) $\text{ن}(\text{ن}^{٢}-١)(\text{ن}^{٢}-٤)$.

(٢) أوجد قيمة ن في كل مما يأتي:

أ) $|\text{ن}٢\text{ن}-١| = |\text{ن}|\text{ن}+٢|$.

ب) $|٥\text{ن}-١| = |\text{ن}^{٢}-١|$.

جـ) $\text{ن}^{٣}-\text{ن}-٩٩٠ = ٠$.

د) $|٢\text{ن}-٤| = |\text{ن}-٤|\text{ن}+٢|$.

هـ) $|٢\text{ن}| = |\text{ن}|$.

و) $(|\text{ن}|)^{٢} = ٢\text{ن}$

(٣) إذا كان: $\frac{\text{ل}_{٣}^{\text{ن}}}{\text{ق}_{٢}^{\text{ن}}} = ٢٦$، فما قيمة ن؟

(٤) أوجد مجموعة حل المعادلة: $\text{ل}_{٣}^{\text{س}+١} = ١٠ \times \text{ق}_{٥}^{\text{س}+١}$.

(٥) إذا كان: $\text{ق}_{٥}^{\text{ن}} > \text{ق}_{\text{ن}-٤}^{\text{ن}}$، فأوجد مجموعة قيم ن.

(٦) أوجد مجموعة حل المتباينة: $\text{ق}_{٧}^{\text{س}^{٢}} \leq \text{ق}_{٨}^{\text{س}^{٢}}$.

(٧) أوجد مجموعة حل المعادلة: $\text{ق}_{\text{س}-٣}^{\text{س}+١} = ١٥$.

(٨) إذا كان: $\text{ل}_{\text{ر}+١}^{\text{ن}} : \text{ل}_{\text{ر}}^{\text{ن}} = ٦$، $\text{ق}_{\text{ر}+١}^{\text{ن}} : \text{ق}_{\text{ر}}^{\text{ن}+١} = ٢ : ٣$، فأوجد قيمة كل من ن، ر.

---

(١) عن أنشطة المكتب الفني لتوجيه الرياضيات بإدارة أجا ٢٠١٣م.

(٩) إذا كان $ل_{٣}^{م-١} = ٢١٠$ ، $و_{٣}^{ن+٢} = ٣٥$ ، فأوجد قيمة : $|م-ن|$

(١٠) إذا كان: $ل_{٣}^{م} = ٧٢٠$، $و_{٢}^{ن} = ١٠$ فأوجد قيمة: $و_{م-ن}^{م}$.

(١١) إذا كان: $ل_{٢}^{م+ن} = ٩٠$، $و_{ن-٣}^{ن} = ١٠$. أوجد قيمة: $|م-ن|$.

(١٢) إذا كان: $ل_{٢}^{٣م+٢ن} = ١١٠$، $و_{٢}^{٢م-ن} = ١٠$. أوجد قيمة: $و_{م-٢ن}^{٣م}$.

(١٣) أثبت أن:

$$و_{١}^{ن} + ٢ \times و_{٢}^{ن} + ٣ \times و_{٣}^{ن} + \cdots + (ن-١) \times و_{(ن-١)}^{ن} + ن \times و_{ن}^{ن} = ن \times ٢^{ن-١}$$

(١٤) اكتب مفكوك $(١ + س)(س - ١)^{٨}$ حسب قوى س التصاعدية.

(١٥) أوجد مفكوك $(١ + \sqrt{س})^{٦} - (١ - \sqrt{س})^{٦}$.

(١٦) أوجد مفكوك $(\sqrt{س^{٢} - ١} + س)^{٥} - (\sqrt{س^{٢} - ١} - س)^{٥}$

(١٧) أثبت أن: $\left(س + \frac{١}{س}\right)^{٦} + \left(س - \frac{١}{س}\right)^{٦} = ٢\left(س^{٦} + ١٥ س^{٢} + \frac{١٥}{س^{٢}} + \frac{١}{س^{٦}}\right)$، ومن ثم أوجد قيمة: $(٢\frac{١}{٢})^{٦} + (١\frac{١}{٢})^{٦}$ لأقرب عدد صحيح.

(١٨) باستخدام نظرية ذات الحدين؛ أوجد قيمة س التي تحقق المعادلة:

$$(١ + س)^{٥} - (١ - س)^{٥} = ١٢٢ س$$

(١٩) إذا كان: $(٣س - ١)^{٥} = أ + ب س + جـ س^{٢} + د س^{٣} + هـ س^{٤} + و س^{٥}$، أوجد قيمة:

$$أ + ب + جـ + د + هـ + و$$

(٢٠) أوجد معامل $س^{٣}$ في مفكوك المقدار:

$$(٢س - ٣)^{٥} + ٥(٢س - ٣)^{٤}(٥ - س) + \frac{٤ \times ٥}{١ \times ٢}(٢س - ٣)^{٣}(٥ - س)^{٢} +$$

$$\frac{٤ \times ٥}{١ \times ٢}(٢س - ٣)^{٢}(٥ - س)^{٣} + ٥(٢س - ٣)(٥ - س)^{٤} + (٥ - س)^{٥}$$

(٢١) إذا وُجد في مفكوك $\left(س^{٣}-\frac{١}{س}\right)^{ن}$ حدٌ خالٍ من **س**، أثبت أن **ن** مضاعفاً للعدد ٤.

(٢٢) إذا كان معامل الحد الخامس من بداية مفكوك $(أ+٢س^{٣})^{١١}$ يساوي معامل الحد الرابع من نهاية نفس المفكوك، أوجد قيمة **أ**.

(٢٣) في مفكوك $\left(٢س+\frac{٣}{س^{٢}}\right)^{ن}$، إذا كان $ح_{٩}=ح_{١٠}$ والنسبة بين الحدين الحادي عشر والثاني عشر كنسبة ٢٢ : ١٥، فأوجد قيمة **ن**، ثم بين أنه لا يوجد حد خالٍ من **س** في هذا المفكوك.

(٢٤) أوجد الحد المشتمل على $س^{٤}$ في مفكوك: $\left(س^{٢}-\frac{١}{س^{٢}}\right)^{١٢}$ حسب قوى **س** التنازلية، ثم أوجد النسبة بين هذا الحد والحد الأوسط.

(٢٥) أوجد قيمة **ن**، **س** في مفكوك $(س+٤)^{ن}$، إذا كان $٤ح_{٣}=٤٥$، $ح_{٢}\times ح_{٤}=٧٥$.

(٢٦) في مفكوك $(س+٤)^{ن}$، إذا كان الحدان الخامس والسادس متساويان، $ح_{١٢}=٨ح_{١٣}$، أوجد قيمة كل من **س**، **ن**.

**** في التمارين من (٢٧) إلى (٦٠): $ت^{٢}=-١$، $\mathbb{ك}$ مجموعة الأعداد المركبة، ١، ω، $\omega^{٢}$ هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح ما لم يُذكر خلاف ذلك:**

(٢٧) أكتب في أبسط صورة كل من: $ت^{٤١}$، $ت^{٦٢}$، $ت^{١١٩}$، $ت^{-٣٥}$، $ت^{٨ن+٧}$ حيث $ن\in ص$.

(٢٨) ضع على الصورة الجبرية في أبسط صورة: $\frac{(٣+ت)(٣-ت)}{٣-٤ت}$

(٢٩) إذا كان: $س=\frac{٢٦}{٥-ت}$، $ص=\frac{٢(٣+٢ت)}{١+ت}$، فأثبت أن: **س**، **ص** مترافقان، ثم أوجد قيمة المقدار: $س^{٢}+س ص+ص^{٢}$.

(٣٠) أوجد قيمة كل من **س**، **ص** $\in ح$، حيث: $\frac{س+٢ت ص}{٢-ت}+\frac{٣س+ت ص}{٢+ت}=\frac{٢٣}{٥}$.

(٣١) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $٥+١٢ت$.

(٣٢) أوجد في ك مجموعة الحل لكل من المعادلات التالية:

أ) $ع^{٢}+\overline{ع}=$ صفر. ب) $٣ع^{٢}-٢ع+٥=$ صفر.

جـ) $ع^{٢}+تع=$ صفر. د) $(١-ت)ع^{٢}+(١+ت)ع+٢ت=$ صفر.

(٣٣) إذا كان $ع \in$ ك، فأثبت أن $(\overline{ع})^{-١}=\overline{(ع^{-١})}$.

(٣٤) إذا كان $ل=\frac{١٧}{٤+ت}$، $م=\frac{٥-٣ت}{١-ت}$، بيّن أن ل، م مترافقان، وإذا كان:

$ل-م=(س+ت ص)^{٢}$، فأوجد قيمة كل من س ، ص $\in$ ح.

(٣٥) إذا كان $\frac{س+ت ص}{١-ت}+\frac{٢س+٣ت ص}{١+ت}=\frac{٧}{٢}$، فأوجد قيمة كل من س ، ص $\in$ ح.

(٣٦) أوجد في ك مجموعة حل المعادلة: $ع^{٢}=٢ت\overline{ع}+١$

(٣٧) أوجد قيمتي س ، ص الحقيقيتين اللتين تحققان المعادلة:

$(١-ت)س+(١+ت)ص=٢ت$، ومن ثم أثبت أن: $(س+ت ص)^{٨}=١٦$.

(٣٨) ضع كل من العددين المركّبين $\sqrt{٢}ت$، $١+ت$ على الصورة المثلثية، ومن ثم استنتج على الصورة الأسية $\left(\frac{\sqrt{٢}ت}{١+ت}\right)^{٦}$.

(٣٩) أوجد على الصورة المثلثية قيم المقدار: $(\sqrt{٣}+ت)^{\frac{٣}{٥}}$.

(٤٠) إذا كان: $ع_{١}=٢+٢\sqrt{٣}ت$، $ع_{٢}=\sqrt{٣}+ت$، ضع العدد $ع=ع_{١}\times ع_{٢}$ على الصورة الأسية، ومن ثم أوجد الجذور التكعيبية للعدد ع.

(٤١) إذا كان: $ع_{١}=٢ت(-جتا٢٤٠^{\circ}-ت جا٢٤٠^{\circ})$، $ع_{٢}=-٢-٢\sqrt{٣}ت$، $ع_{٣}=١+ت$، أوجد على الصورة الأسية $\frac{ع_{١}^{٣}\times ع_{٢}^{٣}}{ع_{٣}^{٦}}$

(٤٢) إذا كان: $ع+\frac{١}{ع}=١$ حيث $ع \in$ ك، سع$(ع) \in [٠، ط[$، أوجد $ع^{١٩}+\frac{١}{ع^{١٩}}$.

(٤٣) ضع العدد المركّب ع = $\frac{١-ت}{١+ت}$ على الصورة الأسية، ثم أوجد الجذرين التربيعيين له على الصورة المثلثية ومثلهما على شكل أرجاند.

(٤٤) أثبت أن: $(١-\omega)^{٦} = -٢٧$

(٤٥) أثبت أن: $(١-\omega+\omega^{٢})(١-\omega^{٢}+\omega^{٤})(١-\omega^{٤}+\omega^{٨})$..... إلى ٢ ن من العوامل $= ٢^{٢ن}$.

(٤٦) أثبت أن: $\frac{١}{\omega٤+\omega٣+٥^{٢}} + \frac{١}{\omega٢+\omega٣+٤^{٢}} = ١$

(٤٧) أوجد قيمة: $\left(\frac{\omega٧-٢}{٧-\omega٢^{٢}} + \frac{\omega٣^{٢}-٥}{٣-\omega٥}\right)^{٤}$

(٤٨) إذا كان: $(١-ت)(س+ت ص) = ١٩\left(\frac{١}{\omega٣-٢^{٢}} + \frac{١}{\omega٣+٥^{٢}}\right)$، أوجد: $س^{٢} - ص^{٢}$.

(٤٩) إذا كان: $س+ت ص = \sqrt{٢(\omega+ت)(\omega^{٢}+ت)}$ ، أوجد قيمة كل من س ، ص ∈ ح.

(٥٠) أثبت أن: $(١+ت)^{٤} - (١-\omega)^{٦} = ٢٣$

(٥١) أثبت أن: $\left(\frac{٣-\omega٥^{٢}}{\omega٣-٥} + \frac{\omega٤+٧}{٤+\omega٧^{٢}}\right)^{٢} = ١$

(٥٢) أثبت أن: $\frac{٣}{٧} = \frac{٣-\omega+٢^{٢}}{\omega-\omega٢^{٢}} + \frac{\omega+٢}{\omega-\omega٢^{٢}}$

(٥٣) أثبت أن: $\left(\frac{١+\omega٣^{٤}}{١+\omega^{٢}}\right)^{٢} - \left(\frac{١+\omega٢^{٥}}{١+\omega}\right)^{٢} =$ صفر

(٥٤) أثبت أن: $\left(\frac{١}{\omega}+\omega\right)^{٢} + \left(\frac{١}{\omega}-\omega\right)^{٢} + ٢ =$ صفر

(٥٥) إذا كان: س ، ص ∈ ك ، س + ص ∈ ح ، س ص ∈ ح ، فاثبت أن: س ، ص مترافقان،

ومن ثم أثبت أن العددين المركبين $٨-٣\omega+٥\omega^{٢}$، $١-\omega^{٢}+٧\omega$ مترافقان.

(٥٦) بين أن العددين المركبين $\frac{١}{\omega+١}$، $\frac{١}{\omega^{٢}+١}$ هما جذرا المعادلة: $س^{٢}-س+١=$ صفر .

(٥٧) إذا كان: $\omega=\frac{-١}{٢}-\frac{\sqrt{٣}}{٢}ت$، فأوجد $\sqrt{\omega^{٢}+١}$

(٥٨) أثبت أن: $\left(\frac{ت}{\omega}+١\right)\left(\frac{ت}{\omega}-١\right)+\omega^{٥}=$ صفر

(٥٩) أثبت أن: $\frac{\omega+٢}{\omega^{٢}-\omega٢}+\frac{٣-\omega^{٢}+٢}{\omega-\omega^{٢}٢}=\frac{٣}{٧}$

(٦٠) أثبت أن: $\left(١+\frac{١}{\omega^{٢}}+\omega^{٥}٢\right)^{٢}+\left(١+\omega٢+\frac{١}{\omega}\right)^{٢}-\left(\frac{١+٣ت}{٣-ت}\right)^{٢}=$ صفر

(٦١) أثبت أن المعادلة:

$$\begin{vmatrix} س & ص & ١ \\ -١ & ٢ & ١ \\ ١ & ٠ & ١ \end{vmatrix}=$$ صفر، هي معادلة خط مستقيم يمر بالنقطتين $(-١،٢)$، $(١،٠)$.

(٦٢) إذا كانت $(س-١)$ أحد عوامل المحدد $\begin{vmatrix} س-١ & ١ & ١ \\ ١ & ١ & س+١ \\ -١ & ١ & س+ك \end{vmatrix}$، أوجد قيمة ك.

(٦٣) بدون فك أوجد قيمة: $\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ١+ت \\ ٠ & ١ & ت \\ ت & -ت & ١ \end{vmatrix}$ حيث: $ت^{٢}=-١$

(٦٤) إذا كان س أحد عوامل $\begin{vmatrix} ٤ & ٣ & ٢ك \\ ١ & ك & س \\ س+٣ & س+٢ & ٢ك \end{vmatrix}$ أوجد قيمة ك.

**** في كل مما يأتي؛ بدون فك المحدد أثبت أن:**

(٦٥) $\begin{vmatrix} ٠ & س & -ص \\ -س & ٠ & -ع \\ ص & ع & ٠ \end{vmatrix}$ = صفر

(٦٦) $\begin{vmatrix} ص & س & ٠ \\ -ع & ٠ & -س \\ ٠ & ع & ص \end{vmatrix} = ٢ س ص ع$

(٦٧) $\begin{vmatrix} ١ & س & ٠ \\ ١ & ٢ص & ص \\ ١ & س+ص & ص \end{vmatrix} = (س-ص)^{٢}$

(٦٨) $\begin{vmatrix} أ & -ب & -جـ \\ ب & ١ & ٠ \\ جـ^{٢} & ٠ & ١ \end{vmatrix} = أ+ب^{٢}+جـ^{٣}$

(٦٩) $\begin{vmatrix} س^{٣}-أ^{٣} & س^{٢} & س \\ ب^{٣}-أ^{٣} & ب^{٢} & ب \\ جـ^{٣}-أ^{٣} & جـ^{٢} & جـ \end{vmatrix} = (ب-س)(جـ-س)(جـ-ب)(أ^{٣}-ب جـ س)$

(٧٠) $\begin{vmatrix} جا^{٢}س & ١ & جتا^{٢}س \\ جا^{٢}ص & ١ & جتا^{٢}ص \\ جا^{٢}ع & ١ & جتا^{٢}ص \end{vmatrix}$ = صفر

(٧١) $\begin{vmatrix} س & ١ & ١ \\ ١ & س & ١ \\ ١ & ١ & س \end{vmatrix} = (س+٢)(س-١)^{٢}$

(٧٢) $\begin{vmatrix} ١ & (س+٢) & (س+١)(س+٢) \\ ١ & (س+٣) & (س+٢)(س+٣) \\ ١ & (س+٤) & (س+٣)(س+٤) \end{vmatrix} = ٣$ لجميع قيم س الحقيقية.

(٧٣) $\begin{vmatrix} ٣ & ٥ & ٧ \\ ١- & ٤ & ٤- \\ ٤ & ٣- & ٢ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ٣ & ٥ & ٧ \\ ٢ & ١- & ٦ \\ ٤ & ٣- & ٢ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ٤ & ٥ & ٧ \\ ١ & ٣ & ٢ \\ ٢- & ٣- & ٢ \end{vmatrix} =$ صفر

(٧٤) $\begin{vmatrix} أ-ب & أ+ب & أ \\ ب-جـ & ب+جـ & ب \\ جـ-أ & جـ+أ & جـ \end{vmatrix} =$ صفر

(٧٥) $\begin{vmatrix} أ-أب & ١ & ب-٣ \\ أب-أجـ & ب & جـ-٣ب \\ أجـ-أ & جـ & ١-٣جـ \end{vmatrix} =$ صفر

(٧٦) $\begin{vmatrix} س & س^{٢}+١ & (س+١)^{٢} \\ ص & ص^{٢}+١ & (ص+١)^{٢} \\ ع & ع^{٢}+١ & (ع+١)^{٢} \end{vmatrix} =$ صفر

(٧٧) $\begin{vmatrix} ١ & بجـ & جـأ+أب \\ ١ & جـأ & أب+بجـ \\ ١ & أب & بجـ+جـأ \end{vmatrix} =$ صفر

(٧٨) $\begin{vmatrix} س+ص & ع & م+ع \\ ص+ع & س & م+س \\ ع+س & ص & م+ص \end{vmatrix} =$ صفر

(٧٩) أوجد مجموعة حل المعادلة: $\begin{vmatrix} ١ & ٧ & ٤ \\ ٠ & ١ & س \\ ١ & س^{٢}-٢ & ٤ \end{vmatrix}$ = صفر

(٨٠) $\begin{vmatrix} ١ & س & س^{٢} \\ أ & ١ & س \\ ب & جـ & ١ \end{vmatrix} = (١-جـ س)(١-أ س)$

(٨١) $\begin{vmatrix} س+أ & ب & جـ \\ أ & س+ب & جـ \\ أ & ب & س+جـ \end{vmatrix} = س^{٣}+س^{٢}(أ+ب+جـ)$

(٨٢) $\begin{vmatrix} س & ص ع & ١ \\ ص & ع س & ١ \\ ع & س ص & ١ \end{vmatrix} = (س-ص)(ص-ع)(ع-س)$

(٨٣) $\begin{vmatrix} س-ع & س-ص & ص \\ س-ع & ص & س-ص \\ -ع & س-ص & س+ص \end{vmatrix} = س(٢س-ع)(٢ص-س)$

(٨٤) $\begin{vmatrix} أ-ب-جـ & ٢أ & ٢أ \\ ٢ب & ب-جـ-أ & ٢ب \\ ٢جـ & ٢جـ & جـ-ب-أ \end{vmatrix} = (أ+ب+جـ)^{٣}$

(٨٥) $\begin{vmatrix} ص & س & س \\ س & ص & س \\ س & س & ص \end{vmatrix} = (ص+٢س)(ص-س)^{٢}$

(٨٦) $\begin{vmatrix} أ+س & ص & ع \\ س & أ+ص & ع \\ س & ص & أ+ع \end{vmatrix} = أ^{٢}(أ+ص+س+ع)$

(٨٧) $\begin{vmatrix} أ & ب & ١ \\ أ^{٢} & ب^{٢} & أ+ب \\ أ^{٣} & ب^{٣} & أ^{٢}+أب+ب^{٢} \end{vmatrix}$ = صفر

(٨٨) $\begin{vmatrix} أ^{٣} & بجـ & أب^{٢} \\ بأ^{٢} & جـأ & ب^{٣} \\ جـأ^{٢} & أب & جـب^{٢} \end{vmatrix}$ = صفر

(٨٩) $\begin{vmatrix} س & أ & ب \\ أ & س & ب \\ أ & ب & س \end{vmatrix}$ = (س − أ)(س − ب)(س + أ + ب)

(٩٠) $\begin{vmatrix} ٠ & -س & -ص \\ س & ٠ & -ع \\ ص & ع & ٠ \end{vmatrix}$ = صفر

(٩١) $\begin{vmatrix} ١ & أ & بجـ \\ ١ & ب & جـأ \\ ١ & جـ & أب \end{vmatrix}$ = (أ − ب)(ب − جـ)(جـ − أ)

(٩٢) $\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ أ & ب & جـ \\ بجـ & جـأ & أب \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ١ & أ & أ^{٢} \\ ١ & ب & ب^{٢} \\ ١ & جـ & جـ^{٢} \end{vmatrix}$

(٩٣) $\begin{vmatrix} أ & أ-١ & أ-١ \\ أ^{٢} & أ^{٢}+١ & أ^{٢} \\ أ^{٣} & أ^{٣} & أ^{٣}+١ \end{vmatrix}$ = $أ^{٣}+أ^{٢}+أ$

(٩٤) $\begin{vmatrix} س+ص & ص+ع & ع+س \\ ص+ع & ع+س & س+ص \\ ع+س & س+ص & ص+ع \end{vmatrix} = ٢ \begin{vmatrix} س & ص & ع \\ ص & ع & س \\ ع & س & ص \end{vmatrix}$

(٩٥) أوجد باستخدام طريقة كرامر مجموعة حل المعادلات:

$٣س+٢ع=٠$، $٤س+٣ص=٥$، $٥ص-ع=-٢$

(٩٦) باستخدام طريقة كرامر أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية:

$س+ص+ع=١$، $٣س+٢ص+٢ع=٤$، $٢س-٣ص=-٥$

(٩٧) باستخدام طريقة كرامر بين أن مجموعة المعادلات التالية ليس لها حل:

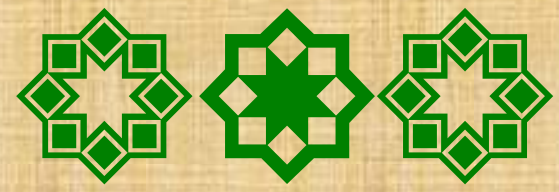
$س+٢ص-٣ع=٠$، $٦ع-٤ص-٢س=٧$، $٣س-٩ع+٦ص-١١=٠$

ثالثاً

بنك الأسئلة

الهندسة الفراغية

الصف الثالث الثانوي



بنك الأسئلة

الهندسة الفراغية للصف الثالث الثانوي[1]

● المجموعة الأولى:

أكمل ما يأتي:

(١) إذا اشترك مستويان في ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة فإنهما .....

(٢) إذا كان ل،م مستقيمان غير متقاطعين فإن ل،م ..... أ، .....

(٣) إذا كان س، ص مستويان متوازيان وكان المستقيم ل ⊂ س فإن .....

(٤) إذا وازى مستقيم كل من مستويين متقاطعين فإنه يوازي .....

(٥) أ ب جـ أَ بَ جَ منشور ثلاثي، خط تقاطع المستويين أ ب جـ ، أ أَ جَ هو .....

(٦) إذا قطع مستوى مستويين متوازيين فخطا تقاطعه .....

(٧) طول قطر متوازي المستطيلات الذي أبعاده ٤، ٣، ١٢ سم يساوي .....

(٨) إذا قطع مستقيمان عدة مستويات متوازية، فإن أطوال القطع المحصورة بينها تكون .....

(٩) يتعين المستوى في كل من الحالات الآتية: .....، .....، .....

(١٠) الزاوية بين مستقيمين متخالفين هي إحدى الزوايا التي يصنعها أحدهما مع .....

(١١) إذا وازى مستقيمًا خارج مستوى مستقيمًا في المستوى فإنه يوازي .....

(١٢) إذا وازى مستقيم كل من مستويين متقاطعين فإنه يوازي .....

(١٣) المستقيمات الرأسية ..... فيما بينها، بينما المستويات الأفقية ..... فيما بينها.

(١٤) إذا كان طول حرف المكعب ٣√٣ سم، فإن طول قطره يساوى ..... سم

---

(١) عن أنشطة المكتب الفني لتوجيه الرياضيات بإدارة أجا ٢٠١٣م.

(١٥) هرم ثلاثي منتظم ارتفاعه ١٢√٦ **سم**، فإن طول حرفه يساوي .....

(١٦) متوازي المستطيلات الذي طول قطره **١٣سم** أبعاده هي **٣، ٤،** ..... **سم**

(١٧) طول قطر المكعب الذي مساحة جميع أوجهه **٢١٦ سم**^{٢} يساوي .....

(١٨) الزاوية بين قطعة مستقيمة ومستوى هي الزاوية .....

(١٩) المستقيمان العمودان على مستوى واحد .....

(٢٠) إذا رُسم مستقيم مائل على مستوى وكان عموديًّا على مستقيم في المستوى فإن مسقط المستقيم المائل على المستوى يكون .....

(٢١) المستقيم العمودي على كل من مستقيمين متقاطعين من نقطة تقاطعهما يكون .....

(٢٢) يكون كل مستوى يحتوي المستقيم **ل** عمودياً على مستوى آخر **س** إذا كان .....

(٢٣) إذا كان مستقيم عموديًّا على كل من مستقيمين مستويين معًا وغير متوازيين فإنه يكون .....

(٢٤) إذا رُسم مستقيم مائل على مستوى وكان مسقطه على المستوى عموديًّا على مستقيم فيه كان هذا المستقيم المائل .....

● المجموعة الثانية:

أكمل ما يأتي:

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة، وعلامة (×) أمام العبارة الخطأ في كل مما يأتي، وصوّب العبارة الخطأ كلما أمكن:

(١) المستويان العمودان على نفس المستوى متوازيان. ( )

(٢) إذا تعامد مستويان، فكل مستقيم يقع في أحدهما يكون عموديًّا على المستوى الآخر ( )

(٣) إذا كان المستويان **س**، **ص** عمودين على المستوى **ع**، فخطا تقاطعهما مع المستوى **ع** يكونان متوازيين. ( )

(٤) إذا كان مستقيم عمودًا على كل من مستويين مختلفين، فإنهما يكونا متوازيين. ( )

(٥) المستقيمان العمودان على مستقيم ثالث في الفراغ متوازيان. ( )

(٦) يوجد مستوى واحد وواحد فقط يمر بنقطة معلومة عموديًّا على مستوى معلوم. ( )

(٧) يوجد مستقيم واحد وواحد فقط يمر بنقطة معلومة عموديًّا على مستوى معلوم. ( )

(٨) إذا كان مستقيم عموديًّا على مستوى، فكل مستوى يمر بهذا المستقيم يكون عموديًّا على ذلك المستوى. ( )

(٩) أي ثلاث نقط تعين مستوى. ( )

(١٠) إذا كان $\overline{أب}$ توازي المستوى س، فإن النقطتين أ، ب تكونان على بعدين متساويين من المستوى س. ( )

(١١) متوازي مستطيلات أطوال ثلاثة أحرف من أحرفه متلاقية في رأس منه تساوي على الترتيب **٣سم، ٤سم، ١٢سم**، فإن طول قطره يكون مساويًا **١٣سم**. ( )

(١٢) مكعب طول قطره يساوي $٤\sqrt{٣}$ **سم**، فإن طول حرفه يساوي **٤سم**. ( )

(١٣) إذا كان $ل_١$، $ل_٢$ مستقيمين متخالفين، م نقطة لا تنتمي لأحدهما، فإنه يمكن رسم مستويين مختلفين من النقطة م كل منهما يوازي كلا من $ل_١$، $ل_٢$. ( )

(١٤) الزاوية المستوية للزاوية الزوجية هي الزاوية التي تنشأ من قطع الزاوية الزوجية بمستوى يوازي حرفها. ( )

(١٥) إذا تقاطعت ثلاث مستويات مثنى مثنى، فإن خطوط تقاطعها تكون متوازية. ( )

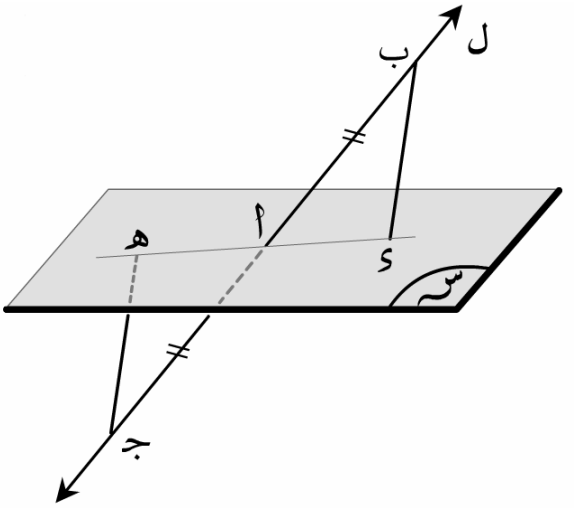
(١٦) إذا قَطعت عدة مستويات متوازية مستقيمين، فإن أطوال القطع المستقيمة الناتجة تكون متساوية في الطول. ( )

(١٧) المستقيمان المتخالفان على التعامد يمكن أن يمر بهما مستويان متعامدان. ( )

(١٨) لا يمكن رسم سوى عمود واحد على مستوى معلوم من نقطة عليه. ( )

● المجموعة الثالثة:

أسئلة إنتاج الإجابة:



(١) في الشكل المقابل: المستقيم **ل** ∩ المستوى **س** = {أ}، ب، جـ ∈ **ل** بحيث أ ب = أ جـ، رُسم $\overline{\text{ب ء}} \parallel \overline{\text{جـ هـ}}$ حيث **ء، هـ** ∈ **س**، أثبت أن:

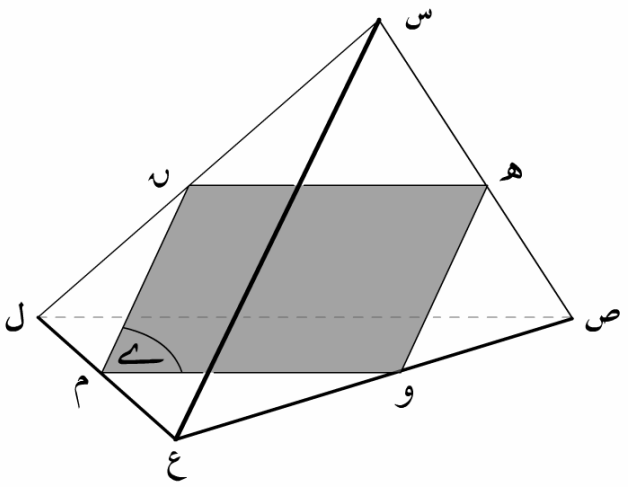
أولاً: النقط **ء، أ، هـ** على استقامة واحدة.

ثانيًا: الشكل ب **ء** جـ **هـ** متوازي الأضلاع.

(٢) أ، ب، جـ ثلاث نقط مختلفة تنتمي إلى مستقيم واحد **ل**، م ∉ **ل**، رُسم $\overleftrightarrow{\text{م أ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{م ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{م جـ}}$ تقطع مستوى **س** موازٍ للمستقيم **ل** في **ء، هـ، و** على الترتيب. أثبت أن: **أ ب : ب جـ = ء هـ : هـ و**.

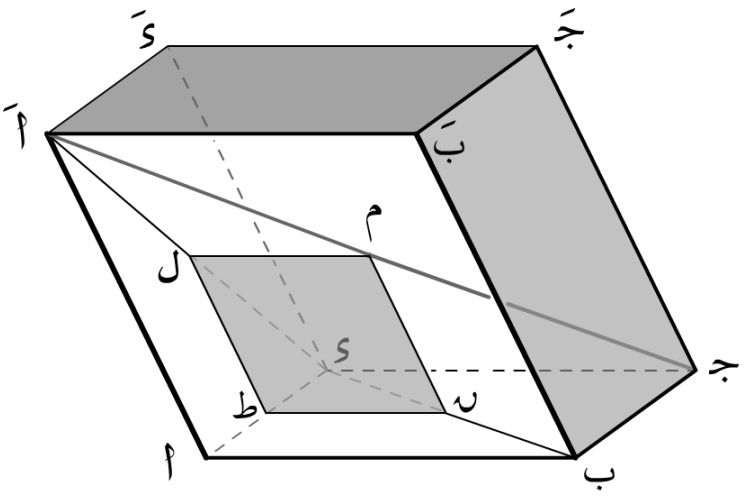
(٣) أ نقطة خارج المستوى **س**، رسم $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ يقطعان المستوى **س** في ب ، جـ على الترتيب، أُخذت النقطة **ء** ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$، **هـ** ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ ، رُسم $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ يقطع المستوى **س** في و، أثبت أن النقط ب ، جـ ، و تقع على استقامة واحدة.

(٤) في الشكل المقابل: **س ص ع ل** شكل رباعي أضلاعه ليست مستوية، رُسم المستوى ے يوازي $\overleftrightarrow{\text{س ع}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ص ل}}$، ويقطع $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$، $\overleftrightarrow{\text{ص ع}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ع ل}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ل س}}$ في **هـ، و، م، ن** على الترتيب، أثبت أن:



$$\frac{\text{هـ و}}{\text{س ع}} + \frac{\text{هـ ن}}{\text{ص ل}} = ١$$

(٥) في الشكل التالي:



أ ب جـ د أ' ب' جـ' د' متوازي السطوح، م نقطة تقاطع أقطاره، ط، ل، ن منتصفات $\overline{أ'د}$ ، $\overline{أ'د'}$ ، $\overline{ب'د'}$ على الترتيب. أثبت أن: الشكل م ل ط ن متوازي الأضلاع.

(٦) أ ب جـ د هرم ثلاثي منتظم، نُصّف الحرفان $\overline{أ'د'}$ ، $\overline{ب'جـ'}$ في هـ، و على الترتيب، ثم نُصّف الحرفان $\overline{أ'جـ'}$ ، $\overline{ب'د'}$ في س، ص على الترتيب. أثبت أن $\overline{هـو}$، $\overline{سص}$ ينصف كل منهما الآخر.

(٧) $\overline{أ'ب'}$ ، $\overline{جـ'د'}$ غير مستويتين، م منتصف $\overline{ب'د'}$، رُسم المستوى م س ص يوازي كل من $\overleftrightarrow{أ'ب'}$ ، $\overleftrightarrow{د'جـ'}$ ويقطع $\overline{ب'جـ'}$، $\overline{أ'د'}$ في س، ص على الترتيب. أثبت أن:

أ) $\overline{م ص} // \overline{أ'ب'}$ ، $\overline{م س} // \overline{جـ'د'}$. ب) س ص $< \frac{1}{2}$ (أ ب + جـ د)

(٨) أ ب جـ د هرم ثلاثي فيه س ∈ $\overline{أ'ب'}$ ، ص ∈ $\overline{أ'جـ'}$ ، ع ∈ $\overline{أ'د'}$ ، وكان $\overleftrightarrow{س ص} // \overleftrightarrow{ب'جـ'}$، $\overleftrightarrow{س ع}$ يقطع $\overleftrightarrow{ب'د'}$ في هـ، $\overleftrightarrow{ص ع}$ يقطع $\overleftrightarrow{جـ'د'}$ في و. أثبت أن: $\overleftrightarrow{هـو} // \overleftrightarrow{س ص}$.

(٩) أ ب جـ د هرم ثلاثي، أُخذت النقطة س ∈ $\overline{أ'ب'}$ بحيث أ س : أ ب = ١ : ٤، رُسم مستوى يمر بالنقطة س موازيًا المستوى ب جـ د ويقطع $\overline{أ'جـ'}$ في ص، $\overline{أ'د'}$ في ع:

أ) أثبت أن المثلث س ص ع ~ المثلث ب جـ د.

ب) إذا كانت مساحة سطح المثلث ب جـ د تساوي ٦٤ سم^{٢}، فاحسب مساحة سطح المثلث س ص ع.

(١٠) س، ص مستويان متوازيان، قطعهما المستقيم $\overleftrightarrow{أ'د'}$ في ب، جـ على الترتيب، وكان أ ب : ب جـ : جـ د = ٢ : ٣ : ٥، رُسم من أ مستقيم يقطع المستويين س، ص في ن، م على الترتيب، كما رُسم من د مستقيم قطع المستويين ص، س في و، هـ على الترتيب. أثبت أن: $\frac{م جـ \times جـ و}{ن ب \times ب هـ} = \frac{٢٥}{١٦}$.

(١١) $س$، $ص$، $ع$ ثلاث مستويات متوازية قطعها المستقيم $ل$ في $أ$، $ب$، $جـ$ على الترتيب، كما قطعها المستقيم $م$ في $ى$، $هـ$، $و$ على الترتيب، فإذا كان $\overline{أو} \cap ص = \{ن\}$، وكان $أب : بجـ = ٢ : ١$، أثبت أن: $جـو + ٢أى = ٣(بن + نهـ)$.

(١٢) $أبجـ$ مثلث قائم الزاوية في $ب$، رُسم $\overleftarrow{أم} \perp$ المستوى $أبجـ$، فإذا كان $مأ = أب = ٢بجـ$، أثبت أن: $مجـ = ٣بجـ$.

(١٣) $أبجـ$، $أبى$ مثلثان غير مستويين، $س$، $ص$، $ع$، $ل$ منتصفات $\overline{بجـ}$، $\overline{بى}$، $\overline{ىأ}$، $\overline{أجـ}$ على الترتيب، أثبت أن:

أولاً: الشكل $س ص ع ل$ متوازي الأضلاع. ثانياً: $\overleftrightarrow{ىجـ} \parallel$ المستوى $س ص ع ل$.

(١٤) $أبجـى$ هرم ثلاثي قاعدته $\Delta بجـى$، فيه: $\overline{أب} \perp \overline{جـى}$، $\overline{أجـ} \perp \overline{بى}$، أثبت أن: $\overline{أى} \perp \overline{بجـ}$.

(١٥) $س$، $ص$ مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{أب}$، $م$ نقطة لا تنتمي إلى أي منهما، رُسم $\overline{مجـ} \perp$ المستوى $س$ يقطعه في $جـ$، رُسم $\overline{مى} \perp$ المستوى $ص$ يقطعه في $ى$، رُسم $\overline{ىهـ} \perp$ المستوى $س$ يقطعه في $هـ$، أثبت أن:

أولاً: النقط $م$، $جـ$، $هـ$، $ى$ تقع في مستوى واحد.

ثانياً: $\overleftrightarrow{أب} \perp$ المستوى $مجـهـى$.

ثالثاً: المستوى $مجـهـى \perp$ كل من المستويين $س$، $ص$.

(١٦) $س ص ع ل$ $سَ صَ عَ لَ$ مكعب طول حرفه ١٠ سم، أثبت أن: $\overline{سع} \perp$ المستوى $ص ل صَ لَ$، ثم أوجد كل من:

أولاً: ظل زاوية ميل $\overleftrightarrow{لَ ص}$ على المستوى $س ص ع ل$.

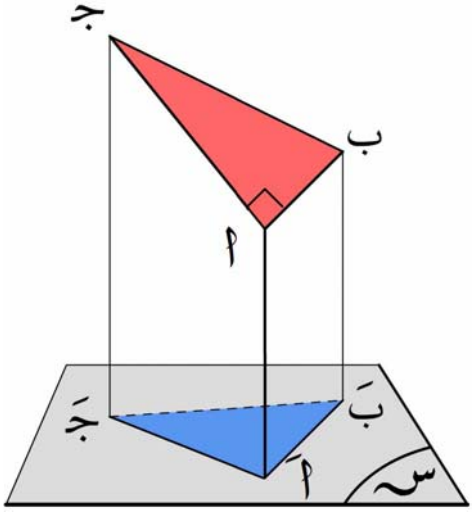
ثانياً: قياس الزاوية الزوجية بين المستوى $لَ سع$ والمستوى $س ص ع ل$.

(١٧) $م أبجـ$ هرم ثلاثي، $\overline{مأ}$، $\overline{مب}$، $\overline{مجـ}$ متعامدة مثنى مثنى، رُسم $\overline{أى} \perp \overline{بجـ}$ يقطعه في $ى$، رُسم $\overline{مهـ} \perp \overline{أى}$ يقطعه في $هـ$، أثبت أن:

أولاً: $\overline{م أ}$ ⊥ المستوى م ب جـ. ثانياً: $\overline{م هـ}$ ⊥ المستوى أ ب جـ.

ثالثاً: $\overline{م ء}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$. رابعاً: $(م هـ)^{٢} = أ هـ \cdot هـ ء$.

(١٨) في الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ، المستوى س~ لا يوازي مستوى المثلث أ ب جـ ، أَ ، بَ ، جَ مساقط النقط أ ، ب ، جـ في المستوى س~ على الترتيب، فإذا كان $\overline{أ ب}$ // $\overline{أَ بَ}$، فاثبت أن: Δ أَ بَ جَ قائم الزاوية عند أَ .



(١٩) س~ ، ص~ مستويان متعامدان والمستقيم ل ⊂ ص~ أخذت النقطة ب ∈ ل، رُسم $\overleftrightarrow{ب جـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب ء}$ عموديان على ل ويلاقيان المستوى س~ في جـ ، ء على الترتيب. أثبت أن: $\overleftrightarrow{جـ ء}$ ⊥ ص~ .

(٢٠) أ ب جـ أَ بَ جَ منشور ثلاثي قائم فيه Δ أ ب جـ متساوي الأضلاع طول ضلعه ٣ سم، أ أَ = ٤ سم، احسب:

أولاً: قياسات زوايا Δ أ بَ جـ.

ثانيًا: قياس الزاوية الزوجية ∠(ب – $\overleftrightarrow{أ جـ}$ – بَ).

(٢١) أ ب جـ ء هرم ثلاثي قاعدته المثلث ب جـ ء، أخذت النقطة س ∈ $\overline{أ ب}$ ، رسم المستوى س ص ع // المستوى ب جـ ء ويقطع $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{أ ء}$ في ص، ع على الترتيب، فإذا كان أ س : س ب = ٢ : ٣ وكانت مساحة سطح المثلث س ص ع = ١٥ سم^{٢} ، احسب مساحة سطح المثلث ب جـ ء.

(٢٢) أ ب جـ أَ بَ جَ منشور ثلاثي قائم ارتفاعه ٢٠ سم وقاعدته على شكل مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ١٠ سم، أوجد:

أولاً: قياس الزاوية بين $\overline{أَ جَ}$ ، $\overline{أ ب}$.

ثانياً: ظل قياس الزاوية بين $\overline{أ'ب'}$ ، $\overline{أب}$.

ثالثاً: ظل قياس الزاوية الزوجية $\measuredangle$ ($أ'-\overleftrightarrow{ب جـ}-أ$).

(٢٣) $أ ب جـ\, أ'ب'جـ'$ منشور ثلاثي مائل فيه الوجه $ب جـ جـ' ب'$ مربع، رُسم $\overleftrightarrow{ب'ء} \perp \overline{أ أ'}$ يقطعها في ء. أثبت أن: $\overline{أ أ'} \perp$ المستوى $ب جـ ء$، وإذا كان $أ ب = ٥$سم، $ب ء = ٣$سم، $أ جـ = ٦\frac{٢}{٣}$سم، احسب طول $\overline{جـ ء}$.

(٢٤) $أ ب جـ ء\, أ'ب'جـ'ء'$ متوازي مستطيلات أبعاده ٥، ٩، ١٢ من السنتيمترات:

أ) أوجد طول قطره $\overline{أ جـ'}$.

ب) أثبت أن قطر متوازي المستطيلات يصنع مع ثلاثة أحرف متلاقية في أحد رؤوسه ثلاث زوايا مجموع مربعات جيوب تمامها يساوي الواحد الصحيح.

جـ) أثبت أن قطر متوازي المستطيلات يصنع مع ثلاثة أوجه متقاطعة في أحد رؤوسه ثلاث زوايا مجموع مربعات جيوب تمامها يساوي ٢.

(٢٥) $أ ب جـ ء$ هرم ثلاثي قاعدته المثلث المتساوي الأضلاع $ب جـ ء$ الذي طول ضلعه ١٢سم، فإذا كان مسقط النقطة أ على القاعدة $ب جـ ء$ هو نقطة تلاقي متوسطاتها، $أ ب = ٨$سم، فأوجد قياس زاوية ميل $\overline{أ ب}$ على مستوى القاعدة.

(٢٦) $أ ب جـ ء$ مربع تقاطع قطراه في م، هـ نقطة لا تنتمي إلى مستوى المربع، فإذا كان $هـ م = م ب$، المثلث $هـ أ ب$ متساوي الأضلاع، أثبت أن:

أ) $\overline{هـ م} \perp \overline{م ب}$. ب) $\overline{هـ م} \perp$ مستوى المربع $أ ب جـ ء$.

(٢٧) $أ ب جـ ء$ هرم ثلاثي فيه $أ ب : ب جـ : أ ء = ٣ : ٤ : ١٢$، $\overline{أ ء} \perp \overline{أ جـ}$ ، $\overline{أ ب} \perp \overline{ب جـ}$. أثبت أن: $٣ جـ ء = ١٣ أ ب$.

(٢٨) $جـ ء هـ$ مثلث قائم الزاوية في جـ، رُسم $\overleftrightarrow{جـ أ} \perp$ المستوى $جـ ء هـ$، وُصّلت $\overline{أ ء}$ ، $\overline{أ هـ}$ ، وكانت مساحة سطح المثلث $أ ء هـ = ٩٦$سم^٢، $جـ ء = ٩$سم، $جـ هـ = ١٢$سم. احسب طول $\overline{أ هـ}$ ، وقياس الزاوية الزوجية $\measuredangle$($أ-\overleftrightarrow{ء هـ}-جـ$).

(٢٩) $\overline{أب}$ وتر في دائرة م نُصّف في جـ، رُسم $\overline{مء} \perp$ مستوى الدائرة. أثبت أن: $\overline{أب} \perp$ المستوى م جـ ء.

(٣٠) م أ ب جـ هرم ثلاثي فيه المثلث أ ب جـ متساوي الأضلاع طول ضلعه ٤٠ سم، $\overline{أم} \perp$ المستوى أ ب جـ، أ م = ٢٠ $\sqrt{٣}$ سم، هـ منتصف $\overline{أجـ}$:

أ) أثبت أن المستوى م أ هـ $\perp$ المستوى أ ب جـ.

ب) أوجد ق[$\angle$(م – $\overleftrightarrow{ب جـ}$ – أ)].

(٣١) أ ب جـ ء هرم ثلاثي، $\overline{أب} \perp$ المستوى ب جـ ء، ب جـ = ب ء = ل، جـ ء = س، أ ب = ص، هـ منتصف $\overline{جـ ء}$، أثبت أن:

أولاً: $\overline{جـ ء} \perp \overline{أهـ}$.

ثانياً: ظا ى = $\frac{٢ ص}{\sqrt{٤ ل^٢ - س^٢}}$، حيث ى قياس الزاوية الزوجية $\angle$(أ – $\overleftrightarrow{جـ ء}$ – ب).

(٣٢) أ ب جـ ء هرم ثلاثي قاعدته المثلث المتساوي الأضلاع ب جـ ء الذي طول ضلعه ٦ سم، فإذا كان مسقط النقطة أ على مستوى القاعدة ب جـ ء هو نقطة تلاقي متوسطات Δ ب جـ ء، وكان أ ب = ٤ سم، أوجد قياس زاوية ميل $\overline{أب}$ على مستوى القاعدة، ثم أوجد ق[$\angle$(أ – $\overleftrightarrow{جـ ء}$ – ب)].

(٣٣) أ ب جـ ء هرم ثلاثي ارتفاعه $\overline{أب}$ التي طولها ٢٨ سم، ب جـ = ٣٥ سم، ب ء = ١٠٠ سم، ظا($\hat{جـ ب ء}$) = $\frac{٣}{٤}$، رُسم $\overline{أس} \perp \overline{جـ ء}$ ويقطعه في س:

أولاً: احسب مساحة سطح Δ ب جـ ء.

ثانياً: أثبت أن طول مسقط $\overline{أس}$ على المستوى ب جـ ء يساوي ٢٨ سم.

ثالثاً: أوجد قياس الزاوية الزوجية $\angle$(أ – $\overleftrightarrow{جـ ء}$ – ب).

(٣٤) س ص ع مثلث فيه ق($\hat{س}$) = ٣٠°، س ص = ٢٠ سم، رُسم $\overline{ص ء} \perp$ المستوى س ص ع بحيث كان ص ء = ١٠ $\sqrt{٣}$ سم، رُسم $\overline{ص هـ} \perp \overline{س ع}$ تقطعها في هـ. أثبت أن: $\overline{ء هـ} \perp \overline{س ع}$، ومن ثم أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ء س ع، س ص ع.

(٣٥) م أ ب جـ د هرم رباعي قاعدته المستطيل أ ب جـ د تقاطع قطريه في النقطة و، فإذا عُلم أن م أ = ١٣سم، أ ب = ٦سم، ب جـ = ٨سم، احسب طول $\overline{م و}$، وإذا كانت س منتصف $\overline{أ ب}$، أثبت أن $\overline{س م} \perp \overline{أ ب}$، وأوجد ظل الزاوية بين المستويين أ م ب، أ ب جـ د، علمًا بأن $\overline{م و} \perp$ المستوى أ ب جـ د.

(٣٦) أ ب جـ د هرم ثلاثي فيه ب د = ب جـ، أ جـ = أ د = ١٣سم، جـ د = ١٠سم، هـ منتصف $\overline{جـ د}$، قيست الزاوية بين المستويين أ جـ د، ب جـ د فكان قياسها ٦٠°، رسم من أ عمود على $\overline{ب هـ}$ قطعها في و، أثبت أن المستوى أ ب هـ $\perp$ المستوى ب جـ د، ثم احسب أ و.

(٣٧) أ ب جـ مثلث فيه ق(ب $\hat{أ}$ جـ) = ١٢٠°، أ ب = أ جـ، رُسم $\overline{أ د} \perp \overline{ب جـ}$ قطعتها في د، أ ب = ٤سم، رُسم $\overline{أ م} \perp$ المستوى أ ب جـ بحيث ق(أ $\hat{م}$ د) = ٣٠°، أوجد:

أ) طول كل من $\overline{أ م}$، $\overline{م د}$.

ب) قياس زاوية ميل $\overline{م د}$ على المستوى أ ب جـ.

جـ) ق[$\angle$(م – $\overleftrightarrow{ب جـ}$ – أ)].

(٣٨) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية عند ب، رُسم $\overline{أ م} \perp$ المستوى أ ب جـ، $\overline{أ ل} \perp \overline{م ب}$ قطعتها في ل، أثبت أن $\overline{أ ل} \perp$ المستوى م ب جـ.

(٣٩) س ص ع مثلث فيه س ص = س ع = ١٠سم، ص ع = ١٢سم، رُسم $\overline{م س} \perp$ المستوى س ص ع بحيث م س = ٨سم، هـ منتصف $\overline{ص ع}$:

أ) أوجد طول $\overline{م هـ}$.

ب) أثبت أن $\overline{م هـ} \perp \overline{ص ع}$.

جـ) أوجد ق[$\angle$(م – $\overleftrightarrow{ص ع}$ – س)].

(٤٠) سـ، صـ مستويان متقاطعان في $\overleftrightarrow{أ ب}$، م نقطة لا تنتمي إلى أي من المستويين، رُسم $\overleftrightarrow{م جـ} \perp$ سـ، $\overleftrightarrow{م د} \perp$ صـ فقطعاهما في جـ، د على الترتيب، رُسم $\overleftrightarrow{د هـ} \perp \overleftrightarrow{أ ب}$ فقطعه في هـ، أثبت أن:

أ) $\overleftrightarrow{جـ هـ} \perp \overleftrightarrow{أ ب}$.

ب) النقط م، جـ، هـ، د تقع في مستوى واحد.

(٤١) أ ب جـ ء، أ ب هـ و مربعان غير مستويين، ل، م منتصفا $\overline{أو}$ ، $\overline{بهـ}$ على الترتيب، أثبت أن الشكل ل ء جـ م مستطيل، وإذا كان قياس الزاوية الزوجية بين المربعين يساوي ١٢٠°، أوجد بعدي المستطيل ل ء جـ م، ثم وضح متى يكون هذا المستطيل مربعًا؟

(٤٢) م أ ب جـ هرم ثلاثي أحرفه $\overline{مأ}$ ، $\overline{مب}$ ، $\overline{مجـ}$ متعامدة مثنى مثنى، رُسم $\overline{أء} \perp \overline{بجـ}$ تقطعها في ء، رُسم $\overline{مهـ} \perp \overline{أء}$ تقطعها في هـ، أثبت أن:

أ) ق(أ$\hat{ء}$م) يساوي قياس الزاوية بين المستويين م ب جـ، أ ب جـ.

ب) $(مء)^{٢} = ءب \times ءجـ = ءهـ \times ءأ$.

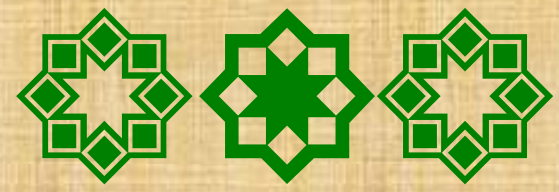
(٤٣) أ ب جـ ء هرم ثلاثي فيه أجـ = جـ ب، أء = ء ب، ق(أ$\hat{جـ}$ء) = ٩٠°، أثبت أن $\overleftarrow{ءجـ} \perp$ المستوى أ ب جـ، وإذا كان ق(ب$\hat{أ}$جـ) = ٥٠°، أوجد قياس الزاوية الزوجية $\measuredangle(أ - \overleftrightarrow{جـء} - ب)$.

(٤٤) هرم ثلاثي قاعدته مثلث متساوي الساقين طول كل من ضلعيه المتساويين يساوي ل وقياس الزاوية بينهما هـ، فإذا كان كل حرف من أحرفه الجانبية يصنع مع ارتفاعه زاوية قياسها ى، أثبت أن الأحرف الجانبية للهرم متساوية الطول، ثم أوجد بدلالة ل، هـ، ى مساحة قاعدة الهرم وطول ارتفاعه.

رابعاً
بنك الأسئلة

الاستاتيكا

الصف الثالث الثانوي



بنك الأسئلة

الاستاتيكا للصف الثالث الثانوي[1]

● المجموعة الأولى:

أكمل ما يأتي:

(١) تتميز القوة بثلاثة عناصر، هي ..... ، ..... ، .....

(٢) خط عمل القوة هو .....

(٣) إذا مر خيط خفيف مشدود في حلقة ملساء، فإن .....

(٤) إذا كان $\overrightarrow{ح}$ مقدار محصلة القوتين $\overrightarrow{ق_١} = ٣\overrightarrow{ى}$ ، $\overrightarrow{ق_٢} = ٥\overrightarrow{ى}$ تؤثران في نقطة مادية، فإن:

$\overrightarrow{ح}$ = ..., حيث $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة ثابت.

(٥) إذا كان $\overrightarrow{ح}$ محصلة القوتين $\overrightarrow{ق_١} = ٣\overrightarrow{ى}$ ، $\overrightarrow{ق_٢} = -٧\overrightarrow{ى}$ تؤثران في نقطة مادية، فإن:

$\overrightarrow{ح}$ = ..., حيث $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة ثابت.

(٦) إذا كان أ، ب مقدارا قوتين تؤثران في نقطة مادية، وكان خط عمل محصلة القوتين ينصف الزاوية المحصورة بينهما، فإن .....

(٧) إذا كان مقدارا قوتين تؤثران في نقطة مادية هما ٨ ك، ١٥ ك **نيوتن** ومقدار محصلتهما ١٧ ك **نيوتن** فإن: .....

(٨) إذا كانت $\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ قوتان متلاقيتان في نقطة، وكان $ق_١ < ق_٢$ فإن محصلتهما تميل إلى .....

(٩) قوتان متساويتان في المقدار تؤثران في نقطة مادية مقدار كل منهما يساوي م، فإذا كان مقدار محصلتهما م، فإن قياس الزاوية بين اتجاهيهما يساوي .....

(١٠) إذا اتزن جسم تحت تأثير قوتين فإن: ..... ، ..... ، .....

---

(١) عن أنشطة المكتب الفني لتوجيه الرياضيات بإدارة أجا ٢٠١٣م.

(١١) إذا اتزن جسم تحت تأثير أربع قوى مستوية متلاقية في نقطة فإن مجموعة القوى تمثل بأضلاع ..... مأخوذة في .....

(١٢) إذا اتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى مستوية والتقى خطا عمل اثنتين منها في نقطة فإن: .....

(١٣) شرط توازن عدة قوى مستوية متلاقية في نقطة هو: .....

(١٤) إذا اتزن جسم تحت تأثير عدة قوى مستوية متلاقية في نقطة فإن : .....

(١٥) رد فعل السطح الأملس يكون .....

(١٦) إذا عُلّق قضيب من نقطتين من نقطه بواسطة خيطين مثبتين في نقطة، فإنه في وضع التوازن يكون .....

(١٧) إذا عُلّق قضيب من نقطتين من نقطه بواسطة خيط ومر الخيط على مسمار أملس أو بكرة ملساء أو في حلقة ملساء، فإنه في وضع التوازن يكون .....

(١٨) إذا كان $\overleftarrow{أ} \odot \overleftarrow{ب} = ٠$ فإن : ..... أو ..... أو .....

(١٩) إذا كان $\overleftarrow{أ} \times \overleftarrow{ب} = \overleftarrow{٠}$ فإن : ..... أو ..... أو .....

(٢٠) $\left\| \overleftarrow{أ} \times \overleftarrow{ب} \right\| =$ ..... = ...

(٢١) إذا كانت القوة $\overleftarrow{ق}$ تؤثر في النقطة جـ فإن متجه عزم القوة $\overleftarrow{ق}$ حول النقطة هـ يتعين بالعلاقة: .....

(٢٢) لأي قوة $\overleftarrow{ق}$ إذا كان $\overleftarrow{ع_ى} = \overleftarrow{ع_جـ}$ فإن : .....

(٢٣) لأي قوة $\overleftarrow{ق}$ إذا كان $\overleftarrow{ع_ى} = -\overleftarrow{ع_جـ}$ فإن : .....

(٢٤) المجموع الجبري للقياسات الجبرية لعزوم عدة قوى مستوية عند نقطة = ...

(٢٥) إذا كان $ق_١$، $ق_٢$ مقداري قوتين متوازيتين حيث $ق_١ > ق_٢$، ومقدار محصلتهما ح وكان :

* $ح < ق_١$ فإن : .....

* $\overrightarrow{ح} > \overrightarrow{ق_1}$ فإن : .....

(٢٦) يقال لازدواجين $\overrightarrow{ح_1}$ ، $\overrightarrow{ح_2}$ أنهما متكافئان إذا كان ....

(٢٧) يقال لازدواجين $\overrightarrow{ح_1}$ ، $\overrightarrow{ح_2}$ أنهما متوازنان إذا كان ....

(٢٨) إذا اتزن جسم تحت تأثير ازدواج ومجموعة من القوى، فإن: ....

(٢٩) إذا مُثلت عدة قوى تمثيلاً تاماً بأضلاع مضلع مأخوذة في ترتيب دوري واحد، فإن: .....

(٣٠) متجه عزم الازدواج هو متجه ثابت (لا يتوقف على مركز العزم) ويساوي .... ويكون اتجاهه ....

(٣١) متجه الوحدة العمودي على كل من المتجهين الغير صفريين $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ ، هو .....

(٣٢) إذا كان المثلث أب جـ متساوي الأضلاع طول ضلعه ل، فإن المسقطين (الجبري / الاتجاهي) للمتجه ($\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{بجـ}$) في اتجاه المتجه $\overrightarrow{جـأ}$ هما على الترتيب : ..... ، .....

(٣٣) في التمرين السابق: المسقط الجبري للمتجه ($\overrightarrow{أب} - \overrightarrow{بجـ}$) العمودي على $\overrightarrow{أجـ}$ = ...

● المجموعة الثانية:

أسئلة إنتاج الإجابة:

(١) $\overline{أب}$ قضيب منتظم طوله ٤٠ **سم**، ووزنه ١٢ **نيوتن**، يستند بطرفه أ على حائط رأسي أملس، ومحمول بواسطة خيط خفيف مربوط أحد طرفيه في نقطة جـ على القضيب حيث ب جـ = ١٠ **سم**، وثبت طرفه الآخر في النقطة ء على الحائط رأسيا فوق أ. فإذا كان القضيب يميل على الرأسي بزاوية قياسها ٦٠° في حالة التوازن، أوجد مقدار الشد في الخيط ورد فعل الحائط.

(٢) أب جـ مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ٨ **سم**، أثرت قوى مقاديرها ١٠، ٢٠، ٣٠ ث. **كجم** في الاتجاهات $\overrightarrow{بأ}$ ، $\overrightarrow{بجـ}$ ، $\overrightarrow{جـأ}$ على الترتيب . أوجد:

أولا: مجموع القياسات الجبرية لعزوم القوى حول النقطة أ.

ثانيا: النقطة ب ∈ $\overleftrightarrow{ب جـ}$ بحيث يكون المجموع الجبري لعزوم القوى عندها يساوي $٥\sqrt{٣}$ ث.كجم.سم في عكس الترتيب الدوري لرؤوس المثلث.

(٣) كرة منتظمة طول نصف قطرها ١٠سم ووزنها ١٠ ث.كجم مربوطة من نقطة على سطحها بخيط خفيف طرفه الآخر مُثبت في نقطة من حائط رأسي أملس وعلى ارتفاع ٢٤سم من مركز الكرة، فاتزنت الكرة بحيث كانت مستندة على الحائط . احسب الشد في الخيط ورد فعل الحائط على الكرة.

(٤) إذا كان $\overrightarrow{أ} = ٣\overrightarrow{س} - \overrightarrow{ص}$ (سم)، $\overrightarrow{ب} = \overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص}$ (سم) فأثبت أن المتجهين $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ متعامدان، وأوجد مساحة سطح المثلث المقام عليهما كضلعين فيه.

(٥) تؤثر القوة $\overrightarrow{ق} = ل\overrightarrow{س} - م\overrightarrow{ص}$ عند النقطة أ = (١، ١)، فإذا كان متجه عزمها بالنسبة للنقطة ب = (٣، − ٢) يساوي − ٣٠ $\overrightarrow{ع}$ ، ومتجه عزمها بالنسبة للنقطة جـ = (٤، ٥) يساوي ٦ $\overrightarrow{ع}$ ، أوجد قيمة الثابتين ل ، م.

(٦) علق ثقل قدره ٤٠ ث.جم من إحدى نقطه بواسطة خيط خفيف مثبت في سقف حجرة، ثم أزيح الثقل بواسطة قوة أفقية مقدارها ق ث.جم، فاتزن الثقل في وضع يميل فيه الخيط على الرأس بزاوية قياسها ٦٠°، أوجد مقدار القوة ق وكذلك مقدار الشد في الخيط.

(٧) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب، ق($\hat{أ}$) = ٦٠°، ب جـ = ٦سم، أثرت قوتان مقداراهما ٦، ٤ نيوتن في الاتجاهين $\overrightarrow{ب أ}$ ، $\overrightarrow{جـ أ}$ على الترتيب، عيّن موضع النقطة ء ∈ $\overleftrightarrow{ب جـ}$ بحيث ينعدم عندها المجموع الجبري لعزمي هاتين القوتين.

(٨) جسم وزنه ٣٠٠ نيوتن معلق من نقطة أ من سقف حجرة بواسطة خيط خفيف رأسي، فإذا رُبط خيط آخر من نقطة ب من الخيط الرأسي وشُدّ أفقيا مكونا الخيط $\overline{ب جـ}$ المار على بكرة صغيرة ملساء مثبته عند جـ، ويتدلى من نهايته ثقل مقداره ٤٠٠ نيوتن. أوجد زاوية ميل الخيط $\overline{أ ب}$ على الرأسي، ومقدار الشد في كل من الخيطين.

(٩) إذا كان $\overrightarrow{أ} = -٣\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ب} = ٤\overrightarrow{س} - ل\overrightarrow{ص}$ ، فأوجد قيمة الثابت ل

بحيث يتعامد المتجهان، ثم أوجد مساحة سطح متوازي الأضلاع المنشأ عليهما كضلعين متجاورين.

(١٠) إذا كانت $\overrightarrow{ق_١} = م\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص}$، $\overrightarrow{ق_٢} = -٥\overrightarrow{س} + ل\overrightarrow{ص}$ قوتان تؤثران في النقطتين أ = (٢، ٥)، ب = (١، −٣) على الترتيب. أوجد قيمة الثابتين **ل، م** إذا انعدم مجموع عزمي هاتين القوتين حول كل من نقطة الأصل والنقطة جـ = (٥، −٢).

(١١) $\overline{أب}$ سلم منتظم وزنه **٢٦ نيوتن**، يرتكز بطرفه أ على حائط رأسي أملس وبطرفه ب على أرض أفقيه خشنة، فإذا اتزن السلم عندما كان الطرف أ على ارتفاع **٢,٤ مترًا** من سطح الأرض، والطرف ب على بعد **٢ متر** من الحائط. أوجد مقدار كل من رد فعل الأرض والحائط على السلم.

(١٢) أثرت القوى $\overrightarrow{ق_١} = \overrightarrow{ص} + ٣\overrightarrow{س}$ في النقطة أ = (−٣، ٣)، $\overrightarrow{ق_٢} = ٤\overrightarrow{ص} - \overrightarrow{س}$ في النقطة ب = (−١، ٤)، $\overrightarrow{ق_٣} = \overrightarrow{س} - ٢\overrightarrow{ص}$ في النقطة جـ = (٥، −٤)، أوجد محصلة هذه القوى وبعد خط عملها عن نقطة الأصل.

(١٣) خرزة صغير ملساء وزنها **٥ ث·جم** يمكنها الانزلاق على سلك دائري رفيع أملس مثبت بحيث يكون مستواه رأسيًّا. رُبطت الخرزة في أحد طرفي خيط ثابت الطول، طوله يساوي طول نصف قطر السلك، وثبت الطرف الآخر للخيط في أعلى نقطة للسلك. أوجد مقدار كل من الشد في الخيط ورد فعل السلك.

(١٤) أ ب جـ د شبه منحرف قائم الزاوية في ب، $\overline{أد} \parallel \overline{بجـ}$، أ ب = **٢٠ سم**، ب جـ = **٣٠ سم**، أ د = **١٥ سم**، أثرت قوى مقاديرها **١٢، ١٨، ١٥، ٩ نيوتن** في الاتجاهات $\overrightarrow{أب}$، $\overrightarrow{بجـ}$، $\overrightarrow{جـد}$، $\overrightarrow{دأ}$ على الترتيب، أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً وأوجد معيار عزمه.

(١٥) قوتان مجموع مقداريهما **٢٤ نيوتن**، تؤثران في نقطة مادية، ومقدار محصلتهما $٨\sqrt{٣}$ **نيوتن**، فإذا كان اتجاه المحصلة عموديًّا على إحدى القوتين أوجد مقدار كل من القوتين وقياس الزاوية

المحصورة بينهما.

(١٦) إذا كان $\overrightarrow{ق} = ٣\overrightarrow{س} - ٤\overrightarrow{ص}$ قوة تؤثر في النقطة أ = (٢، ٠)، وكانت النقط ب = (− ٢، ١)، جـ = (٣، − ٢)، ء = (٣، ٢) تقع في مستوى $\overrightarrow{ق}$.

أولاً : أثبت أن خط عمل $\overrightarrow{ق}$ يمر بالنقطة جـ. ثانياً : أثبت أن خط عمل $\overrightarrow{ق}$ ينصف $\overrightarrow{بء}$.

ثالثاً : أوجد طول العمود النازل من النقطة ء على خط عمل $\overrightarrow{ق}$.

رابعاً : أوجد المسقط الجبري للمتجه $\overrightarrow{ق}$ في اتجاه $\overrightarrow{جب}$.

(١٧) ست قوى مستوية مقاديرها **ن، ك، ٦، ٧، ٥، ٤ ث.كجم** تؤثر في نقطة مادية، فإذا كان قياس الزاوية بين كل قوتين متتاليتين منها يساوي ٦٠° أوجد قيمة كل من **ن** ، **ك** حتى تتزن المجموعة.

(١٨) **أ ب جـ** مثلث متساوي الأضلاع، م نقطة تلاقي متوسطاته، أثرت قوى مقاديرها **١، ن، ٣ نيوتن** في الاتجاهات $\overrightarrow{بأ}$ ، $\overrightarrow{أجـ}$ ، $\overrightarrow{جب}$ على الترتيب، فإذا كان مجموع القياسات الجبرية لعزوم هذه القوى عند النقطة ب يساوي مجموع القياسات الجبرية لعزوم نفس القوى عند النقطة م، أوجد قيمة **ن**.

(١٩) قوتان مقدارهما **ن، ٨ نيوتن** تؤثران في نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠°، فإذا كانت محصلتهما عمودية على اتجاه القوة الثانية أوجد قيمة **ن** ومقدار المحصلة.

(٢٠) قضيب منتظم أملس طوله **٢٠ سم**، موضوع داخل إناء أملس على شكل نصف كرة قاعدتها المستوية أفقية، ويرتكز القضيب بإحدى نقطه على الحافة المستوية للإناء. فإذا كان طول نصف قطر الإناء $٥\sqrt{٣}$ **سم**، أوجد طول جزء القضيب الواقع خارج الإناء.

(٢١) **أ ب ء جـ هـ و** سداسي منتظم، أثرت قوى مقاديرها **٢، ١٢، ٢$\sqrt{٣}$، ٤ ث.جم** في الاتجاهات $\overleftarrow{بأ}$ ، $\overleftarrow{هب}$ ، $\overleftarrow{بء}$ ، $\overleftarrow{بجـ}$ على الترتيب، أوجد محصلة المجموعة.

(٢٢) قوتان متساويتان في المقدار، مقدار كل منهما (**هـ** + ١) وقياس الزاوية بين اتجاهيهما ١٢٠°، فإذا تضاعف مقدار كل من القوتين وأصبح قياس الزاوية بين اتجاهيهما ٦٠°، فإن مقدار محصلتهما

يزداد بمقدار ١١ وحدة، أثبت أن هـ = ٢√٣ .

(٢٣) قضيب منتظم أملس وزنه (و) وطوله (٢ ل) موضوع داخل وعاء أملس على شكل نصف كرة قاعدتها المستوية أفقية، ويرتكز بإحدى نقطة على الحافة المستوية للوعاء، يصنع القضيب في وضع التوازن مع الأفقي زاوية قياسها هـ . أثبت أن مقدار هـ يحقق العلاقة ٢ نق جتا٢هـ = ل جتا هـ ، حيث نق طول نصف قطر الكرة، ثم أوجد بدلالة (و) مقدار ضغط القضيب على الحافة المستوية للوعاء.

(٢٤) أ ب جـ ء شبه منحرف قائم الزاوية في أ، فيه $\overleftarrow{أء}$ // $\overleftarrow{بجـ}$ ، أ ب = ٧ سم، ب جـ = ٢٤ سم، أء = ١٧ سم، أثرت قوى مقاديرها ٤ ، ٦ ، ٥٠ ، ٢٠√٢ ، ٢٦√٢ نيوتن عند النقطة جـ في الاتجاهات $\overleftarrow{بأ}$ ، $\overleftarrow{أء}$ ، $\overleftarrow{جأ}$ ، $\overleftarrow{ءجـ}$ ، $\overleftarrow{بء}$ على الترتيب. أوجد القوة $\overleftarrow{ق}$ التي تجعل المجموعة متزنة.

(٢٥) القوى الأربع $\overleftarrow{ق_١} = ٢\overleftarrow{س} + \overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_٢} = ٣\overleftarrow{س} - \overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_٣} = ٢\overleftarrow{س} - ٤\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_٤} = -٦\overleftarrow{س} - ٣\overleftarrow{ص}$ ، تؤثر في نقطة الأصل. أوجد طول العمود النازل من النقطة ب = (٣، − ٢) على خط عمل محصلة تلك القوى ثم أثبت أن خط عمل المحصلة يمر بالنقطة أ = (− ١، ٧).

(٢٦) $\overleftarrow{أب}$ قضيب غير منتظم وزنه (و) ث٠ كجم يؤثر في إحدى نقطه جـ حيث أجـ : جـ ب = ١ : ٢، علق القضيب من أ بواسطة خيط خفيف ثبت طرفه الآخر في حائط رأسي، وجذب من ب بواسطة قوة أفقية حتى اتزن في وضع يميل فيه القضيب على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠°، أوجد في وضع التوازن قياس زاوية ميل الخيط على الرأسي ثم أوجد بدلالة (و) مقدار كل من القوة الأفقية والشد في الخيط.

(٢٧) سلم منتظم وزنه ٣٦ ث٠ كجم طوله ٥ متر ، يستند بأحد طرفيه على حائط رأسي أملس وبطرفه الآخر على أرض أفقية خشنة، فإذا كان السلم في حالة توازن عندما كان طرفه العلوي على ارتفاع ٣ متر من الأرض الأفقية، أوجد مقدار ردَّي فعل كل من الحائط الرأسي والأرض الأفقية.

(٢٨) إذا كـــان $\overrightarrow{ق_١} = ٢\overrightarrow{س} - ٤\overrightarrow{ص}$، $\overrightarrow{ق_٢} = \overrightarrow{س} - ٣\overrightarrow{ص}$، $\overrightarrow{ق_٣} = أ\overrightarrow{س} + ب\overrightarrow{ص}$ ثلاث قوى تؤثر في النقاط جـ = (١، − ١)، ء = (− ٢، ٣)، هـ = (١، ٠) على الترتيب أوجد قيمة كل من الثابتين أ، ب بحيث تكافئ المجموعة ازدواجاً وأوجد معيار عزمه.

(٢٩) القوى ٢٠٠، ١٠٠، ق، ك **نيوتن** تؤثر في نقطة مادية وقياس الزاوية بين القوة الأولى والثانية هو ٤٥°، بين الثانية والثالثة ٩٠°، وبين الثالثة والرابعة ١٣٥°، فإذا كان مقدار محصلة هذه القوى ١٠٠ **نيوتن** وتعمل في اتجاه القوة الثالثة، أوجد مقدار كل من ق، ك.

(٣٠) $\overline{أب}$ قضيب منتظم يتصل طرفه أ بمفصل مُثبت في مستوى أفقي، ويستند بإحدى نقطة جـ على سطح نصف كرة ملساء ينطبق سطحها المستوي على المستوى الأفقي. فإذا كان القضيب يقع في المستوى الرأسي المار بمركز الكرة، وطوله يساوي ضعف طول قطر الكرة ونقطة جـ تقع عند ربع المسافة من ب إلى أ، أوجد بدلالة وزن القضيب (و) مقدار كل من رد فعل المفصل عند أ، ورد فعل السطح عند جـ.

(٣١) وُضِعت كرة معدنية منتظمة ملساء وزنها ١٢٠ **نيوتن** على مستوى مائل أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠°، حُفِظت الكرة من الانزلاق بربطها بأحد طرفي خيط طوله يساوي طول نصف قطرها من نقطة على سطحها، وثُبِّت الطرف الآخر للخيط في إحدى نقط المستوى، أثبت أن الخيط يكون أفقيًّا في وضع التوازن، وأوجد مقدار الشد فيه.

(٣٢) $\overline{أب}$ قضيب غير منتظم طوله ٦ **متر** يرتكز في وضع أفقي على حاملين عند أ، ب، إذا عُلق ثقل قدره ٥٠٠ **نيوتن** من إحدى نقط القضيب على بعد ٢ **متر** من أ فأصبح رد الفعل عند أ ضعف رد الفعل عند ب. وإذا عُلق نفس الثقل من نقطة أخرى على القضيب تبعد عن أ مسافة ٤ **متر** يصبح رد الفعل عند أ مساويا لرد الفعل عند ب. أوجد وزن القضيب، واحسب بعد نقطة تأثير الوزن عن الحامل عند أ.

(٣٣) إذا كان متجه عزم القوة $\overrightarrow{ق} = ٢\overrightarrow{س} + ٣\overrightarrow{ص}$ بالنسبة للنقطة أ = (٣، ٤) يساوي ٣ $\overrightarrow{ع}$، أوجد معادلة خط عمل القوة $\overrightarrow{ق}$.

(٣٤) $أ ب جـ$ مثلث قائم الزاوية في $أ$، فيه $أ ب = أ جـ = ٥$ **سم**. أثرت قوى مقاديرها ٤٠، ٤٠، $٤٠\sqrt{٢}$ **نيوتن** في $\overleftarrow{ب أ}$، $\overleftarrow{أ جـ}$، $\overleftarrow{جـ ب}$ على الترتيب. أوجد القوتين اللتين تؤثران عند النقطتين ب، جـ وعموديتين على $\overline{ب جـ}$ حتى تتزن المجموعة.

(٣٥) $\overline{أ ب}$ قضيب غير منتظم وزنه ٣٦ **ث. كجم** يؤثر عند إحدى نقطة جـ حيث $أ جـ : جـ ب = ٢ : ١$، علق من طرفه $أ$ بواسطة خيط خفيف ثبت طرفه الآخر في حائط رأسي، جذب القضيب من طرفه ب بواسطة قوة أفقية حتى اتزن في وضع يميل فيه القضيب على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠°، أوجد في وضع التوازن زاوية ميل الخيط على الرأسي ومقدار كل من القوة الأفقية والشد في الخيط.

(٣٦) $\overline{أ ب}$ قضيب منتظم طوله ٤ **متر** ووزنه ٢٠٠ **نيوتن** يمكنه الدوران بسهولة في مستوى رأسي حول مفصل عند طرفه $أ$. أثر على القضيب ازدواج عمودي على مستوى دوران القضيب جعله يميل على الرأس في وضع الاتزان بزاوية قدرها ٣٠°. أوجد معيار عزم هذا الازدواج وأوجد أيضا رد فعل المفصل على القضيب.

(٣٧) القوى $\overrightarrow{ق_١} = ٢\overrightarrow{س} + \overrightarrow{ص}$، $\overrightarrow{ق_٢} = ٣\overrightarrow{س} - \overrightarrow{ص}$، $\overrightarrow{ق_٣} = -٤\overrightarrow{س} + ٢\overrightarrow{ص}$، $\overrightarrow{ق_٤} = -٦\overrightarrow{س} - ٣\overrightarrow{ص}$ جميعها تؤثر عند نقطة الأصل.

أولاً: أثبت أن خط عمل محصلة هذه القوى يمر بالنقطة (١٠، ٢).

ثانياً: احسب طول البعد العمودي بين خط عمل المحصلة والنقطة ب = (٣، − ٢).

(٣٨) وضع قضيب غير منتظم داخل كرة جوفاء ملساء، فإذا كان وزن القضيب يؤثر في نقطة تقسمه إلى طولين **ل**، **م** حيث **ل** > **م**، وكان القضيب في وضع الاتزان يميل على الأفقي بزاوية قياسها **هـ**، أثبت أن :

$ظا هـ = \frac{ل - م}{\sqrt{٤ن^٢ - (ل + م)^٢}}$، حيث **نق** طول نصف قطر الكرة.

(٣٩) $\overline{أ ب}$ لوح خشبي أفقي منتظم وزنه ٤٠ **ث. كجم**، وطوله ٨ **متر**، يرتكز عند طرفه $أ$ وعند النقطة جـ (حيث $أ جـ = ٦$ **متر**) على دعامتين ملساوتين، فإذا تحرك رجل وزنه ٦٠ **ث. كجم**

على هذا اللوح الخشبي، أوجد :

أولا: مقدار ردَّي الفعل عند الدعامتين أ، جـ عندما يكون الرجل في منتصف المسافة بينهما.

ثانياً: موضع الرجل على اللوح الخشبي بحيث يصبح اللوح على وشك الدوران حول الدعامة جـ.

(٤٠) $\overline{أب}$ قضيب منتظم أملس يستند بطرفه أ على مستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها 30°، ويستند بإحدى نقطة جـ على وتد أملس. فإذا كان القضيب في وضع التوازن يصنع مع المستوى المائل زاوية قياسها 60°، أثبت أن نقطة جـ تقع عند ربع المسافة من ب إلى أ موضحا ارتفاع الوتد عن المستوى الأفقي المار بالنقطة أ.

(٤١) صفيحة رقيقة وزنها ٢٠٠ ث.جم، على شكل مثلث أب جـ قائم الزاوية في ب، أب = ٩ سم، ب جـ = ١٢ سم، ويؤثر وزن الصفيحة في نقطة تلاقى المتوسطات، فإذا عُلقت الصفيحة من الرأس أ وكان مستواها رأسيًّا، أوجد مقدار الازدواج الذي يجب أن يؤثر عليها لكي تكون متزنة عندما يكون الضلع $\overline{أب}$ أفقيًّا. وإذا عُلقت من الرأس جـ، أوجد مقدار الازدواج الذي يجب أن يؤثر عليها في هذه الحالة ويجعل الضلع $\overline{ب جـ}$ رأسيًّا.

(٤٢) أب جـ مثلث قائم الزاوية عند الرأس ب، أب = ٦ سم، ق(∠جـ) = 30°، تؤثر قوة مقدارها ق في مستوى هذا المثلث، فإذا كان عزم هذه القوة حول النقطة ب هو $٤٢\sqrt{٣}$ ث.جم.سم وعزمها حول النقطة جـ هو $-٤٢\sqrt{٣}$ ث.جم.سم، وعزمها حول النقطة أ يساوى صفرًا، أوجد قيمة ق مبيناً اتجاهها.

(٤٣) القوى الثلاث $\overleftarrow{ق_1}$، $\overleftarrow{ق_2}$، $\overleftarrow{ق_3}$ لها المقادير ١٥ ، ١٥، ١٨ ثقل كجم، وتُمثل تمثيلاً تاماً بواسطة أضلاع المثلث أب جـ في الاتجاهات $\overleftarrow{جـ أ}$، $\overleftarrow{أب}$، $\overleftarrow{ب جـ}$ على الترتيب فإذا كان ب جـ = ١٢ سم، أوجد مقدار عزم الازدواج الذي يكافئ هذه القوى الثلاث.

(٤٤) قضيب غير منتظم طوله خمسة أمتار، يؤثر وزنه عند نقطة تقسمه بنسبة ٢ : ٣، ويتصل طرفاه بخيط خفيف طوله ٢٠ مترًا يمر على مسمار أفقي أملس. أوجد في وضع التوازن زاوية ميل القضيب

على الأفقي.

(٤٥) أ ب جـ ء شبه منحرف قائم الزاوية في ب، أ ء // $\overline{ب جـ}$، أ ب = ١٢ سم، ب جـ = ١٦ سم، أ ء = ٧ سم، أثرت قوى مقاديرها ٤، ٣، ٢٥، ١٥، ٧ **نيوتن** في الاتجاهات $\overleftarrow{جـ ب}$، $\overleftarrow{ب أ}$، $\overleftarrow{أ جـ}$، $\overleftarrow{جـ ء}$، $\overleftarrow{ء أ}$ على الترتيب، أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً وأوجد معيار عزمه.

(٤٦) أ ب جـ ء متوازي الأضلاع، فيه أ ب = ٦ سم، ب جـ = ١٦ سم، ق(∠ب جـ ء) = ٦٠°، س منتصف $\overline{أ ب}$، ص منتصف $\overline{أ ء}$، أثرت قوى مقاديرها ١٨، ٢٤، ٩، ٢١ **نيوتن**، في الاتجاهات $\overleftarrow{ء جـ}$، $\overleftarrow{جـ ب}$، $\overleftarrow{ب أ}$، $\overleftarrow{س ص}$ على الترتيب، أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً وأوجد معيار عزمه.

(٤٧) مُثلت ثلاث قوى مقاديرها ٤٠، ٦٤، ٤٠ **نيوتن** تمثيلاً تاماً بالقطع المستقيمة الموجهة $\overleftarrow{أ ب}$، $\overleftarrow{ب جـ}$، $\overleftarrow{جـ أ}$ على الترتيب، وكان أ ب = ٢٠ سم، ب جـ = ٣٢ سم، أوجد معيار عزم الازدواج الناتج.

(٤٨) أ ب جـ مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ٨ سم، ء ∈ $\overline{ب جـ}$ حيث ب ء = ٥ سم، أثرت قوى مقاديرها ٢٤، ١٨، ١٤، ٨ **نيوتن**، في الاتجاهات $\overleftarrow{أ ب}$، $\overleftarrow{ب جـ}$، $\overleftarrow{ء أ}$، $\overleftarrow{جـ أ}$ على الترتيب، أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً وأوجد معيار عزمه.

(٤٩) أ ب جـ ء شبه منحرف قائم الزاوية في أ، فيه أ ء // $\overline{ب جـ}$، أ ب = ١٢ سم، ب جـ = ١٦ سم، أ ء = ٧ سم، أثرت قوى مقاديرها ٢٠، ١٥، ٤، ١١ **نيوتن** في الاتجاهات $\overleftarrow{أ جـ}$، $\overleftarrow{جـ ء}$، $\overleftarrow{أ ء}$، $\overleftarrow{جـ ب}$ على الترتيب:

(أولاً) أثبت أن مجموعة القوى تكافئ ازدواجاً وأوجد القياس الجبري لعزمه.

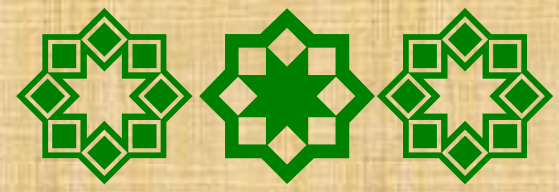
(ثانياً) أوجد قوتين تؤثر إحداهما في $\overleftrightarrow{أ ب}$ والأخرى في نقطة جـ بحيث تتزن المجموعة.

خامساً

بنك الأسئلة

الديناميكا

الصف الثالث الثانوي



بنك الأسئلة

الديناميكا للصف الثالث الثانوي[1]

● المجموعة الأولى:

أكمل ما يأتي:

(١) السرعة المتوسطة في فترة زمنية ما تساوي .....

(٢) متجه السرعة هو ..... ، بينما متجه العجلة هو .....

(٣) متجه الموضع هو ..... ، بينما متجه الإزاحة هو .....

(٤) المتجه الذي له نفس اتجاه الحركة هو .....

(٥) إذا كان ع$_{أ}$ يساوي القياس الجبري للسرعة الفعلية لجسيم أ، ع$_{ب}$ يساوي القياس الجبري للسرعة الفعلية لجسيم ب فإن:

أ) القياس الجبري لسرعة أ بالنسبة إلى ب يتعين بالعلاقة:.....

ب) ع$_{ب/أ}$ = ع$_{ب}$ − ع$_{أ}$ .....

(٦) اكتب قوانين الحركة المستقيمة بعجلة منتظمة.

(٧) اكتب قوانين الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية.

(١) عن أنشطة المكتب الفني لتوجيه الرياضيات بإدارة أجا ٢٠١٣م.

(٨) أقصى ارتفاع = ...

(٩) زمن أقصى ارتفاع = ...

(١٠) عرف متجه كمية حركة.

(١١) التغير في الكتلة = ...

(١٢) التغير في كمية الحركة = ...

(١٣) إذا تحرك جسيم حركة منتظمة فإن: ....

(١٤) اكتب النصوص النظرية لقوانين نيوتن الثلاثة.

(١٥) اكتب الصيغ الرياضية لقانون نيوتن الثاني في حالاته المختلفة.

(١٦) تستخدم العلاقة : $ق = ك(ع + جـ)$ إذا كان اتجاه عجلة المصعد ....

بينما تستخدم العلاقة : $ق = ك(ع - جـ)$ إذا كان المصعد يتحرك ....

(١٧) اكتب علاقتين مختلفتين لتعيين دفع قوة ثابتة.

(١٨) اكتب قانون بقاء كمية الحركة في حالة التصادم المرن المباشر.

(١٩) عرف شغل قوة ثابتة: ....

(٢٠) عرف الشغل المقاوم: ....

(٢١) الجول= .... ، بينما الإرج = ...

(٢٢) عرف القدرة:

(٢٣) * برهن علاقة شغل القوى المؤثرة على جسم متحرك بالتغير في طاقة حركة الجسم.

* برهن علاقة دفع قوة ثابتة بالتغير في كمية حركة الجسم.

* اذكر وحدات قياس مقدار كل من :الشغل - الدفع - طاقة الحركة - كمية الحركة.

(٢٤) الحصان = ٧٥ .... = ٧٣٥ ....

(٢٥) استنتج مبدأ الشغل والطاقة بطريقتين مختلفتين.

(٢٦) قارن بين الشغل **ش** في كل من العلاقتين: **ط - ط. = ش ، ص - ص. = - ش .**

(٢٧) اكتب قانون بقاء الطاقة الميكانيكية.

● المجموعة الثانية: أسئلة إنتاج الإجابة:

(١) تحرك جسم في اتجاه الشرق لمدة ثلاث ثوان بسرعة منتظمة ٥ **متر/ث**، ولمدة ثانيتين تاليتين في اتجاه الجنوب بسرعة منتظمة مقدارها ١٠ **متر/ث**، أوجد متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها.

(٢) تحرك راكب دراجة في اتجاه الشرق بسرعة ٤ **متر/ث** لمدة ٣٠ **ث** وتوقّف لمدة ١٠ **ث**، ثم عاد فتحرك في اتجاه الغرب بسرعة ٥ **متر/ث** لمدة ٦٠ **ث**. احسب سرعته المتوسطة خلال حركته الكلية وعيّن اتجاهها.

(٣) يتحرك جسيم في خط مستقيم بعجلة منتظمة، فإذا وُجد أن هذا الجسيم يقطع مسافة ١٧مترًا في الثانية الثالثة من حركته، ومسافة ٢٩مترًا في الثانية السادسة، أوجد المسافة التي يقطعها في الثانية العاشرة.

(٤) تحرك جسم بعجلة منتظمة فقطع في الثواني الأربع الأولى من حركته مسافة قدرها ١٦٠ مترًا، ثم قطع في الثانيتين السابعة والثامنة مسافة قدرها ٤٠ مترًا، أوجد سرعته الابتدائية والمسافة التي يقطعها من بدء حركته حتى يتوقف.

(٥) تتحرك سيارة أ على طريق مستقيم أفقي بسرعة منتظمة ٦٠ **كم/ساعة**، فإذا قابلت سيارة أخرى ب تتحرك في الاتجاه المضاد بسرعة ٨٠ **كم/ساعة**، أوجد سرعة السيارة ب بالنسبة للسيارة أ.

(٦) مرت سيارة نقل طولها ثمانية أمتار تتحرك بسرعة ٤٠ **كم/ساعة** بسيارة نقل أخرى طولها ١٢ مترًا، أوجد الزمن اللازم لكي تمر السيارة الأولى بالكامل على الثانية إذا كانت الثانية:

أولاً: ساكنة.

ثانياً: تتحرك بسرعة ٣٢ **كم/ساعة** في نفس اتجاه الأولى.

ثالثاً: تتحرك بسرعة ٣٢ **كم/ساعة** في عكس اتجاه الأولى.

(٧) تطير طائرة بسرعة ٨٤ **كم/ساعة** فوق قطار يتحرك في نفس الاتجاه، لاحظ قائدها أنه مر على القطار من مؤخرته إلى مقدمته خلال ١٥ **ثانية**، وعندئذ خفّض سرعته إلى النصف فوجد أن الطائرة أصبحت فوق مؤخرة القطار بعد مضي ٢٠ **ثانية**، أوجد طول القطار وسرعته.

(٨) قُذفت كرة صغيرة بسرعة ٣٠ **سم/ث** لتتحرك في خط مستقيم بتقصير منتظم قدره ٨ **سم/ث**^{٢} ، أوجد:

أولاً: سرعة الكرة وهي على بعد ٤٤ **سم** من نقطة القذف موضحاً جميع الاحتمالات الممكنة.

ثانياً: متى تصل الكرة إلى نقطة على بعد ٥٤٤ **سم** من نقطة القذف في الاتجاه المضاد لاتجاه القذف؟ وما مقدار سرعتها حينئذ؟

(٩) سقط جسم من قمة برج ارتفاعه ١٢٨,٦ مترًا، وبعد ثانية واحدة قذف جسم آخر من نافذة في منتصف البرج بسرعة ١٠ **متر/ث** لأعلى، أوجد متى يتقابل الجسمان؟

(١٠) مر قطار أ طوله ٩٠ **مترًا** يسير بسرعة ١١٠ **كم/ساعة** بقطار آخر ب طوله ٨٠ **مترًا** يسير بسرعة ٧٤ **كم/ساعة** على الشريط المجاور وفي نفس الاتجاه، أوجد الزمن اللازم لكي يمر القطار أ بالكامل على القطار ب.

(١١) قُذفت كرة رأسياً من نافذة منزل، وشوهدت من نفس النافذة وهي هابطة بعد ٦ ث، ثم وصلت إلى سطح الأرض بعد ٨ ث من لحظة القذف، أوجد ارتفاع النافذة عن سطح الأرض.

(١٢) سقطت كرة من المطاط من ارتفاع ١٣٢,٤ **مترًا** عن سطح الأرض، وبعد أن هبطت مسافة ٤٠ **مترًا** اصطدمت بصخرة بارزة وارتدت إلى مسافة ١٠ **متر** إلى أعلى، أوجد الزمن الذي تستغرقه الكرة حتى تصل على سطح البحر.

(١٣) يرتفع منطاد رأسياً إلى أعلى، وعندما كان على ارتفاع ٤٣٠ **مترًا** عن سطح الأرض كانت سرعته ٦٠٠ **سم/ث**، عندئذٍ سقط منه جسم، أوجد متى يصل هذا الجسم إلى سطح الأرض؟

(١٤) سقطت كرة من المطاط كتلتها ٢ **كجم** من شرفة مبنى ترتفع ١٣٠ **مترًا** عن سطح الأرض، وبعد ثانيتين أصابها جسم مدبب كتلته ٢٥٠ **جرامًا** يتحرك لأعلى بسرعة ٦٠ **متر/ث** فكونا جسمًا واحدًا. أوجد سرعة الجسم المشترك، ثم أوجد المدة الزمنية بين لحظة الالتحام ولحظة وصولهما معًا للأرض.

(١٥) تحرك جسم من نقطة ما بسرعة منتظمة قدرها ٢٠ **سم/ث**، وبعد ثانيتين تحرك جسم آخر من السكون من نفس النقطة وفي اتجاه الأول بعجلة منتظمة ١٥ **سم/ث**^{٢}. أوجد الزمن الذي يستغرقه الجسم الثاني حتى يلحق بالأول.

(١٦) يتحرك جسم أ في خط مستقيم بسرعة منتظمة ٣٠ **سم/ث**، وبعد ثلاث ثوان من مروره بنقطة ما انطلق من هذه النقطة جسم آخر ب بسرعة ٨٠ **سم/ث** في اتجاه الأول وبتقصير منتظم قدره ٥ **سم/ث**^{٢}، أوجد مفسراً النتائج التي تحصل عليها:

أولاً: الزمن الذي يستغرقه الجسم ب حتى يمر بالجسم أ.

ثانياً: المسافة التي يكون الجسم ب قد قطعها عند مروره بالجسم أ.

(١٧) يتحرك قطار كتلته ٦٠ **طن** على خط مستقيم أفقي بحيث يعطى متجه موضعه كدالة في الزمن (ن) ثانية بالعلاقة: $\overrightarrow{ر} = (٢ن^٣ - ٣ن^٢ + ١٥)\overrightarrow{ت}$ **متر**ًا، حيث $\overrightarrow{ت}$ متجه وحدة ثابت، أوجد القوة التي تؤثر على القطار عندما يتوقف لحظيا، وأوجد الزمن الذي تنعدم عنده عجلة القطار وكمية حركته عندئذ.

(١٨) قذف جسم رأسيا إلى أعلى بسرعة ٧٠ **متر/ث** من نقطة على سطح الأرض وكان مجموع طاقتي الوضع والحركة ٥٠٠ **ث كجم·متر** ، أوجد كتلة الجسم ثم احسب الزمن الذي يمضي حتى تصبح طاقة حركته ٣٢٠ **ث كجم·متر** .

(١٩) يسير قطاران طول كل منهما ٤٠٠ **متر**ًا في اتجاهين متضادين، وعند لحظة تقابلهما كان الأول يسير بسرعة ٢٠ **متر/ث** بعجلة منتظمة $١\frac{١}{٤}$ **متر/ث**^{٢} ، والآخر يسير بسرعة ٣٠ **متر/ث** بعجلة منتظمة $\frac{١}{٤}$ **متر/ث**^{٢} ، أوجد الزمن الذي يمضي حتى يمر أحدهما على الآخر تماما.

(٢٠) كرة ملساء كتلتها ٢٠٠ **جم** تتحرك في خط مستقيم بسرعة منتظمة قدرها ١٢ **سم/ث**، اصطدمت بكرة أخرى ملساء ساكنة كتلتها ١٠٠ **جم** فتحركت الأولى بسرعة ٨**سم/ث** في نفس اتجاهها، احسب سرعة الكرة الثانية بعد التصادم وكذلك مقدار دفع الكرة الأولى على الثانية.

(٢١) يُعطى متجه موضع جسيم $\overrightarrow{ر}$ كدالة في الزمن من العلاقة: $\overrightarrow{ر} = (٨ + ٦ن - \frac{٣}{٢}ن^٢)\overrightarrow{ت}$ ، حيث $\overrightarrow{ت}$ متجه وحدة ثابت، أوجد متى تكون الحركة متسارعة؟ ومتى تكون تقصيرية؟

(٢٢) يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث يعطى متجه موضعه كدالة في الزمن (ن) بالعلاقة: $\overrightarrow{ر} = (ن^٣ - ٤٨ن)\overrightarrow{ت}$ ، حيث $\overrightarrow{ت}$ متجه وحدة ثابت. أوجد كل من متجه سرعة الجسيم وعجلته عند أي لحظة زمنية وكذلك موضعه عندما تنعدم سرعته.

(٢٣) يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث يُعطى القياس الجبري لمتجه إزاحته كدالة في الزمن (ن ثانية) بالعلاقة: ف $= ٤ن - ن^٢$ مترًا. أوجد مقدار سرعته عند اللحظة ن $= ٧$ **ث**، والمسافة التي يكون قد قطعها أثناء حركته عندئذ.

(٢٤) يعطى متجه إزاحة جسيم كدالة في الزمن (ن) بالعلاقة: $\overrightarrow{ف} = (٣ن - \frac{١}{٢}ن^٢)\overrightarrow{ت}$ ، حيث $\overrightarrow{ت}$ ، بين أن الحركة منتظمة التغير، ثم احسب المسافة المقطوعة خلال الثواني الست الأولى.

(٢٥) أثرت القوة $\vec{ق} = ٦\vec{س} + ٢\vec{ص}$ **نيوتن** على جسم فحركته من الموضع أ إلى الموضع ب في زمن قدره ٢ **ث**، وكان متجه موضع الجسيم يعطى بالعلاقة:

$\vec{ر} = (٣ن^{٢} + ٢)\vec{س} + (٢ن^{٢} + ١)\vec{ص}$ **مترًا**، احسب التغير في طاقة وضع الجسم.

(٢٦) يتحرك بالون رأسيًّا إلى أعلى بعجلة منتظمة قدرها ٢٨ **سم/ث**^{٢}، وفي لحظة ما سقط منه جسم كتلته ٣٥ **كجم** فأصبحت عجلته ٨٤ **سم/ث**^{٢}. أوجد كتلة البالون بفرض ثبوت قوى الرفع والمقاومات.

(٢٧) سقط جسم كتلته ٥٠ **جم** رأسياً إلى أسفل من ارتفاع ٢,٥ **مترًا** على أرض رملية، فغاص فيها مسافة ٥ **سم**، أوجد بثقل الكيلو جرام مقدار مقاومة الرمل لحركة الجسم بفرض أنها ثابتة.

(٢٨) عُلّق جسيم كتلته $\frac{١}{٢}$ **كجم** من سقف مصعد بدأ حركته من السكون فكانت قراءة الميزان $١\frac{١}{٤}$ **ث كجم**، أوجد سرعة المصعد عند ارتفاع ١٢ **متر** عن موضع بداية حركته. وإذا هبط المصعد بعد ذلك بتقصير منتظم قدره $٢\frac{١}{٢}$ **متر/ث**^{٢}، فكم تكون قراءة الميزان عندئذ؟

(٢٩) بدأ مصعد حركته رأسياً من السكون بعجلة منتظمة، وأثناء الحركة وُزن جسم داخله بميزان معتاد فتعادل مع صنج كتلتها ٧ **كجم**، ثم وُزن نفس الجسم بميزان زنبركي فسجل الميزان قراءة ٧,٥ **ث كجم**، بين اتجاه حركة المصعد، واحسب مقدار سرعته بعد مضي عشر ثوان من بدء الحركة.

(٣٠) رُفع جسم كتلته $\frac{١}{٥}$ **كجم** من السكون بواسطة خيط خفيف مهمل الوزن قوة الشد فيه ٣٠٠ **ث جم**، وبعد فترة قُطع الخيط ليتحرك الجسم تحت تأثير الجاذبية الأرضية حتى سكن لحظياً، فإذا كانت المسافة الكلية التي تحركها الجسم من بدء الحركة حتى سكونه اللحظي ٥٨,٨ **مترًا**، احسب الزمن الكلي للحركة.

(٣١) جسم كتلته ٧٠٠ **جم** موضوع على أرضية مصعد ملساء، لُوحظ أن وزنه الظاهري ٠,٨٥ **ث كجم** عندما كان المصعد يتحرك رأسياً بعجلة منتظمة، أثرت عليه قوة أفقية فحركته على أرضية المصعد بعجلة منتظمة مقدارها ٢,٨ **متر/ث**^{٢}، أوجد بثقل الكيلو جرام معدل التغير في كمية حركة الجسم.

(٣٢) وُضع جسم كتلته **ك كجم** على مستوى مائل أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠°، أثرت على الجسم قوة مقدارها **ق ث كجم** في اتجاه خط اكبر ميل إلى أعلى المستوى، فلوُحظ أنه عندما كانت **ق** = ٦، كان الجسم يتحرك إلى أعلى بعجلة مقدارها **جـ**، وعندما كانت **ق** = ٣، فإن الجسم يهبط بنفس مقدار العجلة، أوجد قيمة كل من **ك**، **جـ**.

(٣٣) يهبط جسم في اتجاه خط أكبر ميل لمستوى يميل على الأفقي بزاوية ظلها $\frac{٣}{٤}$. أوجد المسافة التي يصعدها هذا الجسم إذا قُذف لأعلى المستوى نفسه بسرعة قدرها **٦,٣ متر/ث**.

(٣٤) تهبط سيارة معطلة كتلتها **٣٠٠ كجم** طريقا خشنا يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{١}{٣}$ بادئة حركتها من السكون فإذا كانت مقاومة الطريق لحركة السيارة تساوى $\frac{١}{١٢}$ من وزنها فأوجد المسافة التي تتحركها السيارة حتى تكتسب طاقة حركة قدرها **٧٣٥٠ جول**، أوجد كذلك الزمن اللازم لكي تكتسب كمية حركة قدرها **٨٨٢٠ كجم·متر/ث**.

(٣٥) من نقطة على بعد **١٤٠ سم** أسفل غشاء رقيق من المطاط مُثبت أفقياً، قُذفت كرة معدنية صغيرة كتلتها **١٠٠ جم** رأسياً إلى أعلى بسرعة **٦,٣ متر/ث**، فاصطدمت الكرة بالغشاء وارتفعت بنقطة تلامسها معه مسافة **٧ سم** فوق مستواه حتى سكنت لحظياً، احسب مقدار مقاومة الغشاء لحركة الكرة بفرض أنها ثابتة طوال الوقت.

(٣٦) تصعد سيارة محملة بالحجارة أعلى منحدر يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠٠}$ ضد مقاومات تعادل **١٠ ث كجم/طن** من كتلتها وحمولتها، وكانت أقصى سرعة لها وقدرها **٢٧ كم/س**، وفي لحظة ما سقط من حمولتها كتلة مقدارها **٥٠٠ كجم** فأصبحت أقصى سرعة لها **٣٦ كم/س**. أوجد قدرة آلتها بالحصان.

(٣٧) عندما يوقف قطار كتلته **١٥٠ طن** محركه فإنه يهبط أسفل طريق يميل على الأفقي بزاوية قياسها جا$^{-١}$ $\frac{١}{٧٥}$ بسرعة منتظمة، أوجد بالحصان قدرة محركه اللازمة لكي يصعد القطار أعلى نفس الطريق بحيث تكون سرعته القصوى **٣٦ كم/س**.

(٣٨) يتحرك مصعد رأسياً مثبت في سقفه جسم كتلته **٤٩٠ جم**، فوُجد أن قراءة الميزان لوزن الجسم **٤٥٠ ث جم**، أوجد عجلة حركة المصعد في حالتي الصعود والهبوط.

(٣٩) يُعطى مقدار كتلة جسيم ومتجه موضعه كدالتين في الزمن (ن) ثانية كالتالي:

ك = $\frac{١٨ - ن}{ن + ٢}$ جم، $\overrightarrow{ر}$ = (ن^{٣} + ٣ن^{٢} − ٥) $\overrightarrow{ى}$ سم، حيث $\overrightarrow{ى}$ متجه وحدة ثابت، أوجد:

أولاً: مقدار عجلة الجسيم عندما تتوقف القوة المؤثرة عليه لحظيا.

ثانياً: مقدار الشغل المبذول خلال الثواني الخمس الأولى من بدء الحركة.

ثالثًا: طاقة حركة الجسيم عند ن = ٢ ث.

رابعًا: قدرة القوة عند ن = ٥ ث.

خامسًا: التغير في طاقة حركة الجسيم بين اللحظتين ن = ٠، ن = ٥ ثوان.

(٤٠) تتحرك كرتان ملساوتان كتلتاهما ١ **كجم**، ٤ **كجم** على مستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° في اتجاهين متضادين ومقداري سرعتيهما على الترتيب ٤٢٠ **سم/ث**، ٢٨٠ **سم/ث**، حيث اصطدمتا وكونتا جسمًا واحدًا، أوجد:

أولاً: أكبر مسافة يصعدها الجسم قبل أن يبدأ في العودة هابطا.

ثانيًا: مقدار دفع الكرة الثانية على الأولى.

(٤١) جسيم كتلته ٦٠٠ **جم** يتحرك بسرعة منتظمة على سطح أفقي، وكانت المقاومة لحركته تعادل $\frac{٢}{٥}$ وزن الجسم، فما مقدار القوة المحركة للجسيم بثقل الجرام. وإذا زادت هذه القوة بمقدار ٦٠ **ث جم**، أوجد عجلة حركة الجسيم.

(٤٢) من نقطة على سطح الأرض بدأ بالون حركته من السكون رأسيًّا لأعلى بعجلة منتظمة ٥٦ **سم/ث**^{٢}، وعندما أصبح على ارتفاع ٣٤٣ **مترًا** سقط منه جسم فتحرك البالون بعجلة منتظمة ١٥٤ **سم/ث**^{٢}، أوجد:

أولاً: نسبة كتلة الجسم إلى كتلة البالون بفرض ثبوت قوى رفع الهواء والمقاومة لحركته.

ثانيًا: المسافة التي يصعدها البالون بعد ذلك حتى لحظة وصول الجسم إلى سطح الأرض.

ثالثًا: التغير في طاقة وضع البالون عندئذ.

(٤٣) جسم كتلته ١٠ **كجم** موضوع على ارتفاع ٣٠ **مترًا** من سطح الأرض، أوجد طاقة وضعه وإذا سقط هذا الجسم رأسيًّا لأسفل حتى وصل إلى موضع ما على ارتفاع **ل مترًا** فبلغت طاقة حركته ٢٠٠ **ث كجم·متر**، أوجد قيمة **ل**.

(٤٤) تطير طائرة في مسار أفقي تحت تأثير مقاومة تتناسب مع مربع سرعتها وكان مقدار المقاومة ٦٠٠ **ث كجم** عندما كانت سرعتها ٢١٦ **كم/س**، فإذا كانت قدرة المحرك ١٦٢٠ **حصان**، احسب أقصى سرعة للطائرة.

(٤٥) كرة خشبية كتلتها ٢٣٠ **جم** تتحرك رأسيًّا لأعلى وعندما كانت على ارتفاع ٥٠ **مترًا** من سطح الأرض بلغت سرعتها ١٠ **متر/ث**، عندئذ أصابتها رصاصة كتلتها ٢٠ **جرامًا** تتحرك بسرعة ٧٥ **متر/ث** في نفس الاتجاه. أوجد مقدار واتجاه سرعة الكرة بعد التصادم وكذلك الزمن الذي يمضي من لحظة التصادم حتى تصل الكرة والرصاصة إلى سطح الأرض.

(٤٦) يصعد قطار كتلته ٢٠٠ **طن** على مستوى يميل على الأفقي بزاوية جيبها $\frac{١}{١٠٠}$ بعجلة منتظمة مقدارها ٤,٩ **متر/ث**^{٢}، فإذا كانت مقاومة الهواء والاحتكاك تعادل ٥ **ث كجم/طن** من كتلة القطار، أوجد قوة آلة القطار وقدرتها بالحصان عندما تكون سرعته ٥٤ **كم/س**.

(٤٧) سقط جسم كتلته ١,٨ **كجم** من السكون من ارتفاع ما عن سطح الأرض، وفي نفس اللحظة قُذف جسم آخر كتلته ١,١٤ **كجم** من نقطة على سطح الأرض رأسياً إلى أعلى بسرعة ٤٩ **متر/ث** فاصطدم بالجسم الأول وكونا معاً جسماً واحداً، فإذا علمت أن سرعة الجسم الأول قبل التصادم مباشرة ٢٨ **متر/ث**، احسب:

أولاً: السرعة المشتركة للجسم المشترك بعد التصادم مباشرة.

ثانيًا: الدفع الواقع على الجسم الأول.

ثالثًا: الزمن الذي يستغرقه الجسمان معاً حتى يصلان إلى سطح الأرض بدءاً من لحظة التصادم.

(٤٨) تتحرك كرة كتلتها ١٢٠ **جم** في خط مستقيم أفقي بسرعة منتظمة ٢٥ **سم/ث**، وبعد مرورها بثانية واحدة على كرة أخرى ساكنة كتلتها ٤٠ **جم** انطلقت الكرة الساكنة بسرعة ابتدائية ٢٥ **سم/ث** وبعجلة منتظمة ٨ **سم/ث**^{٢}، فإذا تصادمت الكرتان وكونتا جسماً واحداً فاحسب سرعة هذا الجسم بعد التصادم مباشرة ومقدار دفع إحدى الكرتين على الأخرى، وإذا تحرك الجسم المشترك عقب التصادم تحت تأثير مقاومة حتى سكن خلال خمس ثوان من لحظة التصادم، احسب بوحدة **إرج/ث** قدرة هذه المقاومة.

(٤٩) تتحرك كرتان كتلتاهما ١، ٤ **كجم** على مستوى أملس يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠° الأولى في اتجاه خط أكبر ميل لأسفل والثانية في اتجاه خط أكبر ميل لأعلى ومقداري سرعتيهما على الترتيب ٤٢٠ **سم/ث**، ٢٨٠ **سم/ث** حيث اصطدمتا وكونتا معاً جسماً واحداً، أوجد:

أولاً: أكبر مسافة يصعدها الجسم المشترك على المستوى قبل ان يبدأ في العودة هابطاً.

ثانيًا: مقدار دفع الكرة الثانية للأولى.

ثالثًا: إذا علمت أن زمن التصادم بين الكرتين $\frac{١}{٢٠}$ **ثانية**، أوجد مقدار القوة التي أثرت بها إحدى الكرتين على الأخرى.

(٥٠) تسقط مطرقة كتلتها $\frac{١}{٢}$ **طن** من ارتفاع ٤,٩ **مترًا** فتدكّ عمودًا من أعمدة الأساس كتلته ٤٠٠ **كجم** في الأرض مسافة ١٠ **سم**، أوجد مقدار مقاومة الأرض بثقل الكيلو جرام،واستنتج بالجول مقدار ما فُقِدَ من طاقة الحركة نتيجة للتصادم.

(٥١) طلمبة لرفع المياه ترفع في الدقيقة ستة أمتار مكعبة من الماء على عمق خمسة أمتار ثم تقذفه بسرعة ٢٨ **متر/ث**. أوجد بالحصان قدرة الآلة، علما بأن ٢٠٪ من الشغل المبذول يفقد بسبب قوى الاحتكاك.

(٥٢) ثلاث كرات ملساء النسبة بين كتلها كنسبة ٤:٢:٣ تتحرك على مستوى أفقي أملس على مستقيم واحد وفي نفس الاتجاه بحيث تكون الكرتان الأولى والثانية جسمًا واحدًا مقدار سرعته ٧ **متر/ث**، ومن خلفهما الكرة الثالثة ومقدار سرعتها ١٠ **متر/ث**، وعندما اصطدمت الكرة الثالثة بالمجموعة كونت الكرتين الثانية والثالثة جسمًا واحدًا ساكنًا. أوجد مقدار سرعة الكرة الأولى بعد التصادم، ومقدار دفع الكرة الوسطى على كل من الكرتين الأخيرتين.

(٥٣) مصعد ارتفاعه من الداخل أربعة أمتار يتحرك رأسيا إلى أسفل بعجلة منتظمة قدرها ٧,٨ **متر/ث**^{٢}، وفي لحظة ما سقطت من سقفه كرة كتلتها ٢ **كجم** فارتطمت بقاعدته واستقرت عليها، فإذا كان زمن الصدمة $\frac{١}{٢٠}$ **ث** وبفرض ثبوت عجلة المصعد أثناء التصادم، أوجد الزمن الذي استغرقته الكرة حتى اصطدامها بقاعدة المصعد، وكذلك متوسط القوة المتبادلة بينهما لحظة التصادم.