النموذج الأول كتاب الوزارة السؤال الثاني فراغية

أ ب حـ د شبه منحرف متساوي الساقين فيه :

$\overline{أ د}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أ د = ٢٠ سم، أ ب = ب حـ = حـ د = ٢٠ سم

، س مستوى ⊥ المستوى أ ب حـ د مارًا بالضلع $\overline{أ د}$.

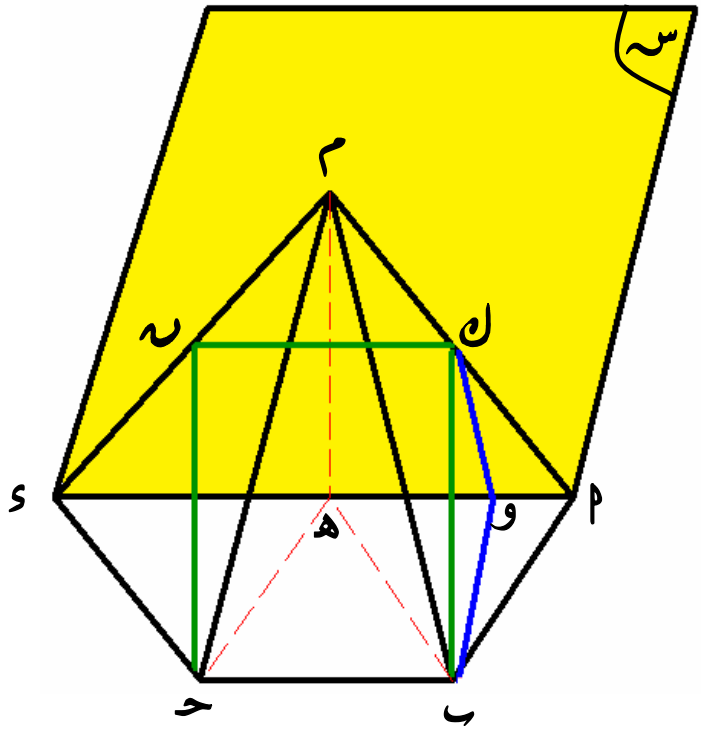
رسم المثلث المتساوي الأضلاع م أ د في المستوى س

(١) أثبت أن : م أ = م ب = م حـ = م د = ٢٠ سم

(٢) إذا كان : ك ، ﻫ منتصفي $\overline{م أ}$ ، $\overline{م د}$ على الترتيب

أثبت أن : الشكل ب ك ﻫ حـ مستطيل . احسب

طول قطره ومساحته.



العمل : نرسم $\overline{م هـ} \perp \overline{أ ء}$ يقطعه في هـ
، نرسم $\overline{ك و} \perp \overline{أ ء}$ يقطعه في و

البرهان

في المثلث م أ ء المثلث متساوي الأضلاع :
∵ $\overline{م هـ} \perp \overline{أ ء}$
∴ هـ منتصف $\overline{أ ء}$
∴ هـ أ = هـ ء = ١٠ سم
∵ $\overline{أ هـ} \parallel \overline{ب حـ}$ (من تعريف شبة المنحرف)
، أ هـ = ب حـ = ١٠ سم
∴ الشكل : أ ب حـ هـ متوازي أضلاع
ضلعان متقابلان متوازيان و متساويان في الطول.
ولكن : أ ب = ب حـ = ١٠ سم
ضلعان متجاوران متساويان في الطول
∴ الشكل : أ ب حـ هـ معين
∴ هـ حـ = ١٠ سم
∵ المستوى س ⊥ المستوى أ ب حـ ء
، المستوى س ∩ المستوى أ ب حـ ء = $\overleftrightarrow{أ ء}$
∵ $\overline{م هـ}$ ⊂ المستوى م أ ء
، $\overline{م هـ} \perp \overline{أ ء}$
∴ $\overline{م هـ}$ ⊥ المستوى أ ب حـ ء
نظرية (٦)
∵ $\overline{م هـ}$ ⊥ المستوى أ ب حـ ء
∴ $\overline{م هـ}$ ⊥ أي مستقيم في المستوى أ ب حـ ء
∴ $\overline{م هـ} \perp \overline{هـ حـ}$
∴ ق (∠ م هـ حـ) = ٩٠°
في المثلث م أ ء المثلث متساوي الأضلاع :
∴ ق (∠ م أ هـ) = ٦٠°
، ق (∠ م هـ أ) = ٩٠°
∴ المثلث م هـ أ ثلاثيني ستيني:
∴ $م هـ = \frac{\sqrt{٣}}{٢} م أ = \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ٢٠ = ١٠\sqrt{٣}$ سم

في المثلث م هـ حـ :
∵ ق (∠ م هـ حـ) = ٩٠°
، م هـ = $١٠\sqrt{٣}$ سم
، هـ حـ = ١٠ سم
∵ $(م حـ)^{٢} = (م هـ)^{٢} + (هـ حـ)^{٢}$
∴ $(م حـ)^{٢} = ٣٠٠ + ١٠٠ = ٤٠٠$
∴ م حـ = ٢٠ سم
بالمثل : الشكل هـ ب حـ ء معين
، المثلث م هـ ب قائم الزاوية في (∠ م هـ ب):
∴ م ب = ٢٠ سم
∴ م أ = م ب = م حـ = م ء = ٢٠ سم
في المثلث : م أ ء
∴ ك منتصف $\overline{م أ}$ ، ل منتصف $\overline{م ء}$
∴ $\overline{ك ل} \parallel \overline{أ ء}$ ، $ك ل = \frac{١}{٢} أ ء = ١٠$ سم
∵ $\overline{ب حـ} \parallel \overline{أ ء}$ ، ب حـ = ١٠ سم
∴ $\overline{ك ل} \parallel \overline{ب حـ}$ ، ك ل = ب حـ = ١٠ سم
∴ الشكل ك ل حـ ب متوازي أضلاع
ضلعان متقابلان متوازيان و متساويان في الطول.
∴ $\overline{م هـ}$ ، $\overline{ك و} \perp \overline{أ هـ}$
∴ $\overline{م هـ} \parallel \overline{ك و}$
∵ ك منتصف $\overline{أ م}$
∴ و منتصف $\overline{أ هـ}$
في المثلث أ ب هـ المتساوي الأضلاع
∵ و منتصف $\overline{أ هـ}$
∴ $\overline{ب و} \perp \overline{أ هـ}$
∴ $\overline{ب و} \perp \overline{ب حـ}$
لأن : $\overline{أ هـ} \parallel \overline{ب حـ}$

∵ المستوى س ⊥ المستوى ا ب حـ ء

، المستوى س ∩ المستوى ا ب حـ ء = $\overleftrightarrow{ا ء}$

∵ $\overline{ك و}$ ⊂ المستوى م ا ء

، $\overline{ك و}$ ⊥ $\overline{ا ء}$

∴ $\overline{ك و}$ ⊥ المستوى ا ب حـ ء

نظرية (٦)

∵ $\overline{ك و}$ ⊥ المستوى ا ب حـ ء

، $\overline{ك ب}$ مائل على المستوى ا ب حـ ء ، مسقطه $\overline{و ب}$

∵ المسقط $\overline{و ب}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

∴ المائل $\overline{ك ب}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

∴ ق (ك ب حـ) = ٩٠°

عكس نظرية (٤):

∴ الشكل ك و حـ ب متوازي أضلاع

، ق (ك ب حـ) = ٩٠°

∴ الشكل : ك و حـ ب مستطيل

في المثلث: م ا ب

∵ جتا ا = $\frac{(ا م)^{٢} + (ا ب)^{٢} - (م ب)^{٢}}{(ا م)^{٢} (ا ب)}$

∴ جتا ا = $\frac{٤٠٠ - ١٠٠ + ٤٠٠}{٢ \times ٢٠ \times ١٠} = \frac{١}{٤}$

في المثلث: ك ا ب

∵ $(ك ب)^{٢} = (ك ا)^{٢} + (ا ب)^{٢} - ٢ (ك ا) (ا ب)$ جتا ا

∴ $(ك ب)^{٢} = ١٠٠ + ١٠٠ - ٢ \times ١٠ \times ١٠ \times \frac{١}{٤}$

∴ $(ك ب)^{٢} = ١٥٠$

∴ ك ب = $٥\sqrt{٦}$ سم

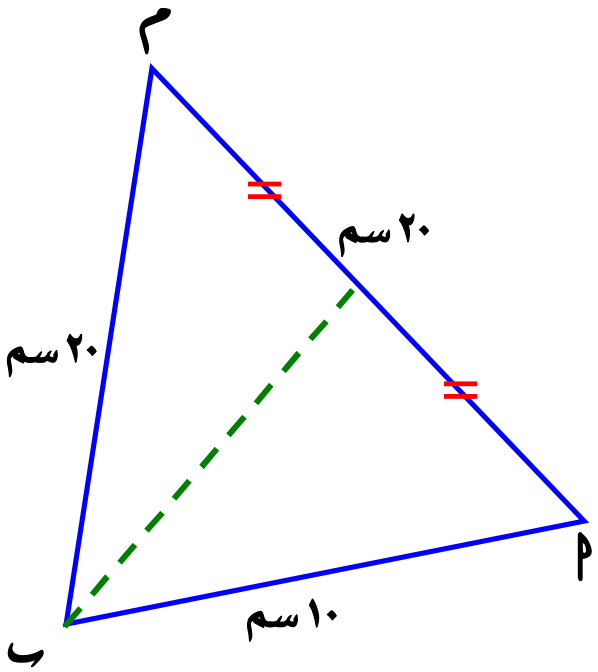
مربع طول قطرة = $(ك ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}$

= ١٥٠ + ١٠٠ = ٢٥٠

∴ طول قطر المستطيل = $١٠\sqrt{٥}$ سم

مساحة المستطيل ك و حـ ب = ك ب × ب حـ

= $٥\sqrt{٦} \times ١٠ = ٥٠\sqrt{٦}$ سم^{٢}



مع أطيب الأمنيات

أ/ وليد زوال - المنصورة