الفصل الأول
الاحتمال

الحصة الأولي

أولا : مصطلحات ومفاهيم أساسية

التجربة العشوائية : هي تجربة نستطيع قبل إجرائها أن نعرف مقدما جميع النواتج الممكنة ولكننا لا نعرف أيا من هذه النواتج سوف يحدث عند اجرائها .

فضاء العينة (ف) : هو جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية.

أمثلة للتجربة العشوائية وفضاء العينة :

١ – تجربة إلقاء قطعة نقود مرة واحدة:

ف = { ص ، ك } أي صورة وكتابة

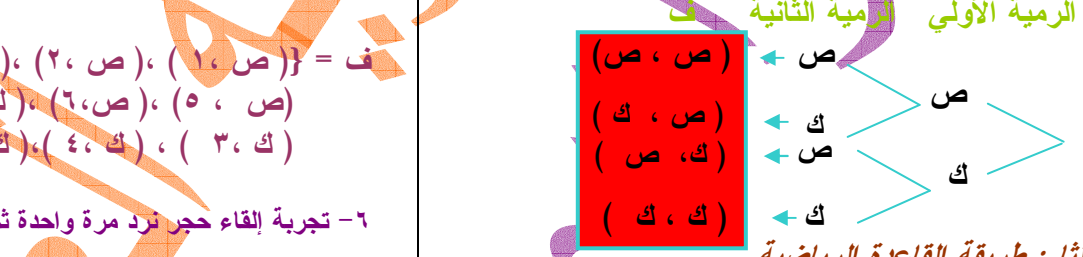
٢ – تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين

(إلقاء قطعتي نقود مرة واحدة) :

أولا : طريقة السرد

ف = { (ص ،ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك) }

ثانيا :طريقة الشجرة البيانية



ثالثا : طريقة القاعدة الرياضية

عدد النواتج = (عدد النواتج الممكنة من مرة واحدة) عدد المرات

عدد النواتج = $(٢)^{٢}$ = ٤

ف = { (ص ، ص) ، (ص ، ك) ، (ك ، ص) ، (ك ، ك) }

٣ – تجربة إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية :

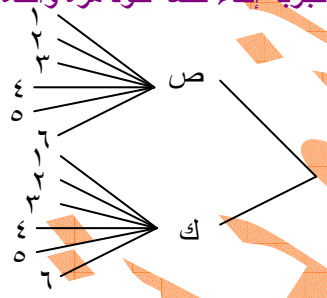
عدد النواتج = $٢^{٣}$ = ٨

ف = { (ص ، ص ، ص) ، (ص ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ص) ، (ص ، ك ، ك) ، (ك ، ص ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ك ، ك) }

٤ – تجربة إلقاء حجر نرد (زهر طاولة) مرة واحدة :

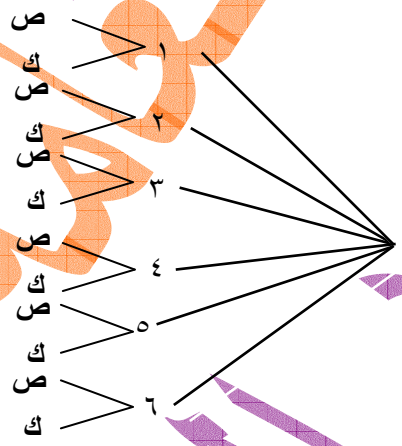
ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

٥ – تجربة إلقاء قطعة نقود مرة واحدة ثم حجر نرد مرة واحدة :



ف = { (ص ، ١) ، (ص ، ٢) ، (ص ، ٣) ، (ص ، ٤) ، (ص ، ٥) ، (ص ، ٦) ، (ك ، ١) ، (ك ، ٢) ، (ك ، ٣) ، (ك ، ٤) ، (ك ، ٥) ، (ك ، ٦) }

٦ – تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة ثم قطعة نقود مرة واحدة :



ف = { (١ ، ص) ، (١ ، ك) ، (٢ ، ص) ، (٢ ، ك) ، (٣ ، ص) ، (٣ ، ك) ، (٤ ، ص) ، (٤ ، ك) ، (٥ ، ص) ، (٥ ، ك) ، (٦ ، ص) ، (٦ ، ك) }

الحدث : هو مجموعة جزئية من فضاء العينة

الحدث المؤكد : هو مجموعة فضاء النواتج ف

الحدث المستحيل Φ هو مجموعة من " ف" لا تحتوى على أي عنصر .

الحدث الأولى البسيط : هو مجموعة جزئية من فضاء العينة " ف " تحتوى على عنصر واحد فقط .

العدد الأولى هو " الذي لا يقبل القسمة إلاَّ على نفسه ما عدا الواحد الصحيح مثل ٢ ،٣ ، ٥ ، ٧ ،١١، ١٣ ،١٧، ١٩، ٢٣ ، ٢٩ ، ٣١ ، ٣٧ ، ٤١ ، ٤٣ ،٤٧، ....

(١) في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة أكتب كل من الأحداث الآتية ثم وضح أي منها مؤكد أو مستحيل أو أولي بسيط .

أ- هو حدث ظهور عدد أولي .

ب- هو حدث ظهور العدد ٣ علي الأكثر .

جـ- هو حدث ظهور العدد ١ علي الأقل .

د- هو حدث ظهور عدد أقل من ١ .

هـ- هو حدث ظهور عدد يقبل القسمة علي ٤ .

الحل

ف = { ١، ٢، ٣، ٤ ، ٥ ، ٦ }

أ = { ٢ ، ٣ ، ٥ } ⇦ حدث غير بسيط لانه يتكون من أكثر من عنصر واحد .

ب = { ١ ، ٢ ، ٣} ⇦ حدث غير بسيط لانه يتكون من أكثر من عنصر واحد .

جـ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ج = ف ⇦ ج حدث مؤكد

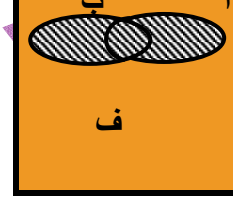
د = { } = Φ ⇦ د حدث مستحيل .

هـ - { ٤ } ⇦ هـ حدث أولي بسيط لأنه يتكون من عنصر واحد فقط .

ثانيا بعض العمليات علي الأحداث

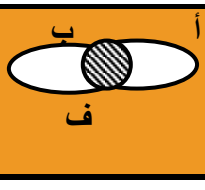
١ - اتحاد الأحداث

أ∪ ب	١ - حدث وقوع أ أو ب. أو كلاهما . ٢ - حدث وقوع أحد الحدثين علي الأقل ٣ - حدث وقوع أيا من الحدثين

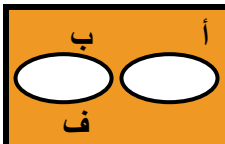


٢ - تقاطع الأحداث

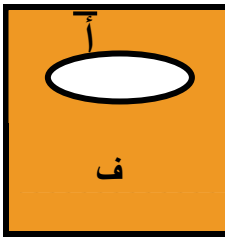
أ∩ ب	١ - حدث وقوع أ و ب معا ٢ - وقوع كلا الحدثين



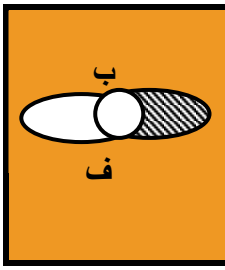
٣ - الأحداث المتنافية :

أ∩ ب = Φ	أ ، ب حدثان متنافيان أي لايمكن وقوعهما معا	

٤ - الحدث المكمل :

$\bar{أ}$ = ف- أ	١ - الحدث المكمل للحدث أ ٢ - حدث عدم وقوع أ	

٥ - الفرق :

أ-ب	١ - وقوع أ فقط ٢ - وقوع أ بمفرده	
أ ∩ $\bar{ب}$	٣ - وقوع أ وعدم وقوع ب	

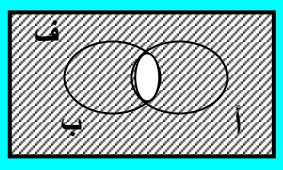
٦ - دي مورجان

١ - حدث عدم وقوع أ أو عدم وقوع ب
٢ - حدث وقوع أحد الحدثين على الأكثر

(أَ ∪ بَ) = (أ ∩ ب)َ = ف - (أ ∩ ب)

٣ - حدث عدم وقوع أ و ب معا

(أ ∩ ب)َ = ف - (أ ∩ ب)

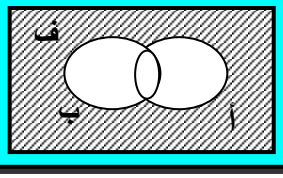


١ - حدث عدم وقوع أ وعدم وقوع ب

(أَ ∩ بَ) = (أ ∪ ب)َ = ف- (أ ∪ ب)

٢ -حدث عدم وقوع أياً من الحدثين

(أ ∪ ب)َ = ف- (أ ∪ ب)



(٢) في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة

أولا : أكتب الأحداث الآتية :

أ- هو حدث ظهور عدد يقبل القسمة علي ٢ .

ب- هو حدث ظهور عدد يقبل القسمة علي ٣ .

ج – هو حدث ظهور عدد يقبل القسمة علي ٥ .

ثانيا : استنتج حدث ظهور عدد يقبل القسمة علي ٢ ، ٣

ثالثا : حدث ظهور عدد يقبل القسمة علي ٢ أو ٣ .

رابعا : هل ب و ج حدثان متنافيان .

خامسا : حدث ظهور عدد لا يقبل القسمة علي ٢

سادسا : حدث ظهور عدد يقبل القسمة علي ٢ ولا يقبل القسمة علي ٣ .

الحل

ف = { ١، ٢، ٣، ٤ ، ٥ ، ٦ }

أولا : أ = { ٢، ٤ ، ٦ }

ب = { ٣، ٦ } ج = { ٥ }

ثانيا : أ ∩ ب = { ٦ } ⇦ أ و ب حدثان غير متنافيان

ثالثا : أ∪ ب = { ٢، ٤، ٦، ٣}

رابعا : ب ∩ ج = Φ ⇦ ب و ج حدثان متنافيان

خامسا : $\overline{أ}$ =ف – أ = { ١، ٣، ٥ } أي مكمل الحدث أ

سادسا : أ∩ $\overline{ب}$ = أ – ب .

أ= { ٢، ٤ ، ٦ }

$\overline{ب}$ = { ١، ٢، ٤ ، ٥ }

أ∩ $\overline{ب}$ = { ٢، ٤ } أو أ – ب = { ٢، ٤ }

(٣)إذا كانت ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ } هي فضاء العينة لتجربة عشوائية ما جميع نواتجها متساوية الإمكانات وكان أ و ب حدثين من ف بحيث

أ = { ١ ، ٤ ، ٥ } ، ب = { ٢ ، ٣ ، ٥ }

أولا :عين الحدثين $\overline{أ}$ ∪ ب ، $\overline{أ}$ ∪ $\overline{ب}$ وهل هما متنافيان .

ثانيا : عين الحدث ($\overline{أ ∪ ب}$)

الحل

أولا : الحدث الاول : $\overline{أ}$ ∪ ب

$\overline{أ}$ = ف – أ = { ٢، ٣ ، ٦ ، ٧ } .

ب = { ٢ ، ٣ ، ٥ }

$\overline{أ}$ ∪ ب = { ٢، ٣ ، ٦ ، ٧ ، ٥ } .

الحدث الثاني : $\overline{أ}$ ∪ $\overline{ب}$ = $\overline{(أ ∩ ب)}$

أ ∩ ب ={ ٥ } .

$\overline{أ}$ ∪ $\overline{ب}$ = $\overline{(أ ∩ ب)}$ =ف – (أ∩ ب)

={ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٧ }

هل هما حدثان متنافيان .

($\overline{أ}$ ∪ ب) ∩ $\overline{أ}$ ∪ $\overline{ب}$ = { ٢ ، ٣، ٦ ، ٧ }

⇦ الحدثان غير متنافيان .

ثانيا : عين الحدث $\overline{(أ ∪ ب)}$

أ ∪ ب = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

$\overline{(أ ∪ ب)}$ = ف – (أ∪ ب)

={ ٦ ، ٧ }

التمرين الأول

١- في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة أكتب كل من الأحداث الآتية **ثم وضح أي منها مؤكد أو مستحيل أو أولي بسيط .**

أ- هو حدث ظهور عدد فردي.

ب- هو حدث ظهور العدد ٦ علي الأكثر .

ج – هو حدث ظهور العدد ٢ علي الأقل .

د- هو حدث ظهور عدد أكبر من ٦ .

هـ- هو حدث ظهور عدد يقبل القسمة علي ٦ .

٢- ألقي حجر نرد فإذا حدث وكان العدد الظاهر علي الوجه العلوي للحجر عدد زوجي فسوف تلقي قطعة نقود مرة واحدة أما إذا كان العدد الظاهر فرديا فإن قطعة النقود سوف تلقي مرتين .

أولا : أكتب فضاء العينة لتلك التجربة .

ثانيا : أكتب كلا من الأحداث الآتية :

أ حدث ظهور عدد فردي وصورة واحدة علي الأقل

ب حدث ظهور عدد زوجي وكتابة .

ثالثا : هل أ ، ب حدثان متنافيان .

٣-إذا كانت ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ } هي فضاء العينة لتجربة عشوائية ما جميع نواتجها متساوية الإمكانات وكان أ و ب حدثين من ف بحيث

أ = { ١ ، ٣ ، ٥ } ، ب = { ٢ ، ٤ ، ٥ }

أولا : عين الحدثين $\overline{أ}$ ∩ $\overline{ب}$ ، $\overline{أ}$ ∩ ب .ثم بين أنهما حدثان متنافيان .

ثانيا : عين الحدثين ($\overline{أ ∩ ب}$) ، $\overline{أ}$ ∪ $\overline{ب}$