الحصة الثانية

ثالثا مسلمات وقوانين الاحتمال

الاحتمال : إذا كان أ حدثا من أحداث فضاء العينة ف لتجربة عشوائية أي أ ⊂ ف فإن احتمال الحدث أ هو عدد حقيقي يحقق المسلمات الثلاثة الآتية :

مسلمات الاحتمال	التوضيح
١ – لكل حدث أ ⊂ ف يوجد عدد حقيقي يسمي احتمال الحدث أ و يرمز له بالرمز ل (أ) حيث : صفر ≤ ل (أ) ≤ ١	احتمال أي حدث ليس سالبا ولا يزيد علي ١
٢ – ل (ف) = ١	١ – احتمال الحدث المؤكد = ١ ٢ – مجموع احتمالات الأحداث الأولية المكونة لفضاء العينة لتجربة عشوائية = ١
٣ – إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف فإن : ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب)	قاعدة جمع الأحداث المتنافية ويمكن تعميمها لأي عدد محدود من الأحداث المتنافية . فإذا كان أ١ ، أ٢ ، ..... أ ن أحداثا متنافية فإن ل (أ١ ∪ أ٢ ∪ أ٣ ∪ ..... ∪ أ ن) = ل (أ ١) + ل (أ٢) + ل (أ ٣) + ... + ل (أ ن)

قوانين الاحتمالات

إذا كان ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ما ، جميع نواتجها متساوية الإمكانات فإن احتمال وقوع أي حدث وليكن أ

١ ل (أ) = عدد نواتج الحدث أ / عدد النواتج الممكنة ف

(١) ألقيت قطعة نقود ثلاث مرات متتالية أوجد :
أولاً : احتمال ظهور نفس الشيء
ثانياً : احتمال ظهور صورة على الأقل
ثالثاً : احتمال ظهور صورة على الأكثر .
رابعا : احتمال ظهور صورتين أو ثلاث صور .

الحل

عدد النواتج = ٢ ^ ٣ = ٨

٤ ٢ ١

ف = { (ص ، ص ، ص) ، (ص ، ص ، ك) ، (ص ، ك ، ص) ، (ص ، ك ، ك) ، (ك ، ص ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ، (ك ، ك ، ص) ، (ك ، ك ، ك) }

أولا : ظهور نفس الشيء

أ = {(ص، ص، ص)، (ك،ك،ك)}

⇦ ل (أ) = ٢/٨

ثانيا :ظهور صورة على الأقل

ب= { (ص،ص،ص)،(ص،ص،ك)،(ص،ك،ص)، (ص،ك،ك)،(ك،ص،ص)،(ك،ص،ك)،(ك،ك،ص) }

⇦ ل (ب) = ٧/٨

ثالثا: ظهور صورة على الأكثر

جـ =={(ص،ك،ك)، (ك،ص،ك)، (ك،ك،ص)، (ك،ك،ك) }

⇦ ل (جـ) = ٤/٨

رابعا : احتمال ظهور صورتين أو ثلاث صور .

د= ={(ص،ص،ص) ،(ص،ص،ك)، (ص،ك،ص)، (ك،ص،ص)}

⇦ ل (د) = ٤/٨

(٢) في إحدى المحافظات إذا فرضنا أن احتمال إنجاب ولد يساوى احتمال إنجاب بنت . اختيرت أسرة من هذه المحافظة عشوائياً وجد لديها ثلاثة أطفال .
أولاً : أكتب فضاء العينة لهذه التجربة المرتبطة بالنوع ولد أو بنت والترتيب في العمر بفرض عدم وجود توأم .
ثانياً : احسب احتمال أن يكون الأطفال الثلاثة بتلك الأسرة بنتين وولد .
ثالثاً : احسب احتمال أن يكون الطفل الأكبر ولداً

الحل

عدد النواتج = 2^{3} = ٨

٤ ٢ ١

ف = { (و ، و ، و) ، (و ، و ، ب) ، (و ، ب ، و) ، (و ، ب ، ب) ، (ب ، و ، و) ، (ب ، و ، ب) ، (ب ، ب ، و) ، (ب ، ب ، ب) }

ثانياً : بنتين وولد

أ = {(و،ب،ب)،(ب،و،ب)،(ب،ب،و)}

$ل(أ) = \frac{٣}{٨}$

ثالثاً :الطفل الأكبر ولد

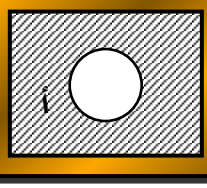
ب={(و،و،و)،(و،و،ب)،(و،ب،و)،(و،ب،ب)

$ل(ب) = \frac{٤}{٨}$

١- احتمال الحدث المكمل للحدث أ

٢-احتمال عدم وقوع أ

(٢) ل ($\overline{أ}$) =ل (ف– أ)= ١– ل (أ)



(٣) إذا كان احتمال أن يكون الطالب ناجح في مادة الاقتصاد ٠,٨ فأحسب احتمال أن يكون الطالب راسبا في مادة الاقتصاد .

الحل

ناجح في مادة الاقتصاد ل (أ) = ٠,٨

راسبا *في مادة الاقتصاد* ل ($\overline{أ}$) = ١– ل (أ)

= ١– ٠,٨ = ٠,٢

(٤) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة وكان ل ($\overline{أ}$) = ٠,٦ *أوجد* ل (أ) .

الحل

ل (أ) = ١– ٠,٦ = ٠,٤

٣- قانون الاتحاد

١-احتمال وقوع أ أو ب . أوكلاهما

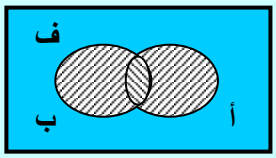
٢-احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل

٣-احتمال وقوع حدث واحد على الأقل

٤-احتمال وقوع ايا من الحدثين .

ل(أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) – ل (أ ∩ ب)

(٣)

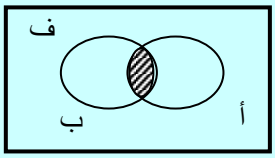


ل (أ ∩ ب) ←

١- احتمال وقوع أ و ب

٢-احتمال وقوع الحدثين معاً

٣-احتمال وقوع كلا الحدثين



(٥) إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل ($\overline{أ}$) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٢ *وكان احتمال وقوع الحدثين معا* = ٠,١ *أوجد : احتمال وقوع حدث واحد علي الأقل .*

الحل

ل (أ) = ١– ٠,٤ = ٠,٦

ل(أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) – ل (أ ∩ ب)

= ٠,٦ + ٠,٢ – ٠,١ = ٠,٧

(٦) إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل ($\overline{ب}$) = ٠,٨ *وكان احتمال وقوع أحد الحدثين علي الأقل* = ٠,٧ ، *وكان احتمال وقوع كلا الحدثين* = ٠,١ *أوجد : ل ($\overline{أ}$)*

الحل

ل (ب) = ١– ٠,٨ = ٠,٢

ل(أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب) – ل (أ ∩ ب)

٠,٧ = ل (أ) + ٠,٢ – ٠,١

∴ل (أ) = ٠,٧ – ٠,١– ٠,٢ = ٠,٦

⇦ ل (أ) = ٠,٦

⇦ ل ($\overline{أ}$) = ١ – ٠,٦ = ٠,٤

الاحتمالات الهامشية

(٧)مصنعان لإنتاج الغسالات ينتجان معا كل شهر ١٠٠ غسالة وبعض هذه الغسالات معيب حسب الجدول المعطي فاحسب احتمالات الأحداث الآتية :

i – الغسالة المختارة معيبة .

ii– الغسالة المختارة من إنتاج المصنع الثاني .

iii- الغسالة المختارة معيبة من إنتاج المصنع الأول .

iv – الغسالة المختارة غير معيبة ومن إنتاج المصنع الثاني .

v – الغسالة المختارة غير معيبة أو من إنتاج المصنع الأول .

المصنع / الإنتاج	الأول	الثاني	المجموع
معيب	١٠	٧	١٧
غير معيب	٥٠	٣٣	٨٣
المجموع	٦٠	٤٠	١٠٠

الحل

جـــ د

	المصنع / الإنتاج	الأول	الثاني	المجموع
أ	معيب	١٠	٧	١٧
ب	غير معيب	٥٠	٣٣	٨٣
	المجموع	٦٠	٤٠	١٠٠

ل (أ) معيب = $\frac{١٧}{١٠٠}$ ، ل (ب) غير معيب = $\frac{٨٣}{١٠٠}$

ل (حـــ) الأول = $\frac{٦٠}{١٠٠}$ ، ل (د) الثاني = $\frac{٤٠}{١٠٠}$

الغسالة المختارة معيبة من إنتاج المصنع الأول :

ل (أ ∩ جـــ) = $\frac{١٠}{١٠٠}$

الغسالة المختارة غير معيبة ومن إنتاج المصنع الثاني:

ل (ب ∩ د) = $\frac{٣٣}{١٠٠}$

الغسالة المختارة غير معيبة أو من إنتاج المصنع الأول

ل(ب ∪ جـــ) = ل (ب) + ل (جـــ) – ل(ب∩ جـــ)

= $\frac{٨٣}{١٠٠}$ + $\frac{٦٠}{١٠٠}$ – $\frac{٥٠}{١٠٠}$ = $\frac{٩٣}{١٠٠}$

التمرين الثاني

١-ألقيت قطعة نقود ثلاث مرات متتالية **أوجد :**

أولاً : احتمال ظهور صورة واحدة بالضبط

ثانياً : احتمال ظهور صورتين على الأقل .

ثالثاً : احتمال ظهور كتابة واحدة على الأكثر.

رابعا : احتمال ظهور صورة واحدة أو ثلاث كتابات .

[٨/٣ ، ٢/١ ، ٢/١ ، ٢/١]

٢– في إحدى المحافظات إذا فرضنا أن احتمال إنجاب ولد يساوى احتمال إنجاب بنت . **اختيرت أسرة من هذه المحافظة عشوائياً وجد لديها ثلاثة أطفال .**

أولاً : أكتب فضاء العينة لهذه التجربة المرتبطة بالنوع ولد أو بنت والترتيب في العمر بفرض عدم وجود توأم .

ثانياً : احسب احتمال أن يكون الأطفال الثلاثة بتلك الأسرة ولدين وبنت .

ثالثاً : احسب احتمال أن يكون الطفل الأصغر بنت .

[٨/٣ ، ٢/١]

٣–إذا كان احتمال أن يكون الطالب ناجح في مادة الإحصاء ٠,٩ **فأحسب احتمال أن يكون الطالب راسبا في مادة الإحصاء .** [0.1]

٤– إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل ($\overline{أ}$) = $\frac{١}{٢}$ ، ل ($\overline{ب}$) = $\frac{٣}{٤}$ وكان احتمال وقوع كلا الحدثين معا = $\frac{١}{٨}$ **أوجد :**

احتمال وقوع أحد الحدثين علي الأقل . [8/5]

٥– إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل ($\overline{أ}$) = ٠,٤٧ ، ل (ب) = ٠,٢٩ وكان احتمال وقوع حدث واحد علي الأقل ٠,٧٥ .

أوجد :**احتمال وقوع الحدثين معا .** [0.07]

٦– إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل ($\overline{أ}$) = ٠,٥ وكان احتمال وقوع أحد الحدثين علي الأقل = ٠,٦ ، وكان احتمال وقوع كلا الحدثين = ٠,٢ **أوجد : ل (ب)** [0.3]

٧– الجدول الذي أمامك يبين توزيع عينه من حجاج بيت الله الحرام في الموسم الماضي للحج حجمها ١٠٠ بحسب النوع والجنسية – تم اختيار أحدهم عشوائيا – **أحسب احتمال أن يكون الشخص المختار أولا : ذكرا**

ثانيا : مصريا . ثالثا : أنثى مصرية .

رابعا : ذكر ومصري . خامسا : ذكر أو باكستاني .

النوع / الجنسية	مصري	باكستاني	المجموع
ذكر	٣٠	٢٣	٥٣
أنثى	٢٥	٢٢	٤٧
المجموع	٥٥	٤٥	١٠٠

[٠,٥٣ ، ٠,٥٥ ، ٠,٢٥ ، ٠,٣ ، ٠,٧٥]