الارتباط

مقياس الارتباط ر ∈[-١, ١]

-١ .... ٠ .... ١

الارتباط نوعان

ر + ارتباط طردي   ر - ارتباط عكسي

اذا كان ر = ١ ارتباط تام   ر = ٠ ارتباط منعدم

٠< ر < ٠,٤ ارتباط ضعيف

٠,٤< ر < ٠,٦ ارتباط متوسط

٠,٦< ر < ١ ارتباط قوي

معامل ارتباط بيرسون

س	١٠	١٦	١٥	١٧	١٨
ص	٥	٧	٨	٦	٩

اوجد معامل الارتباط لبيرسون

نكون جدول

س	ص	س ص	س²	ص²
١٠	٥	٥٠	١٠٠	٢٥
١٦	٧	١١٢	٢٥٦	٤٩
١٥	٨	١٢٠	٢٢٥	٦٤
١٧	٦	١٠٢	٢٨٩	٣٦
١٨	٩	١٦٢	٣٢٤	٨١
٧٦	٣٥	٥٤٦	١١٩٤	٢٥٥

نعوض بالقانون

$$ر = \frac{ن\ \Sigma\ س\ ص - \Sigma س \times \Sigma ص}{\sqrt{ن \Sigma س^2 - (\Sigma س)^2} \times \sqrt{ن \Sigma ص^2 - (\Sigma ص)^2}}$$

= ______________

(٢) في دراسة إحصائية لايجاد العلاقة بين متغيرين س , ص حصلنا علي ما يلي

ن = ١٠ , $\bar{س}$ = ٨ , $\bar{ص}$ = ١٠ , Σس ص = ٨٧٠ ,

Σس² = ٦٦٥ , Σص² = ١٤٠٠ أوجد معامل الارتباط

الحل أولاً

فاكر" الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}}$

$\bar{س} = \frac{\Sigma س}{١٠}$ فان Σس = ٨×١٠ = ٨٠

بالمثل Σص= ١٠×١٠ =١٠٠

وبعدين نكمل بقانون الارتباط

معادلة الانحدار = ص = أ + ب س

ب تسمي معامل الارتباط

$$ب = \frac{ن\ \Sigma\ س\ ص - \Sigma س \times \Sigma ص}{ن \Sigma س^2 - (\Sigma س)^2}$$ خلي بالك مفيش جذر

$$أ = \frac{\Sigma ص - ب\ \Sigma س}{ن}$$

ب = ______________

أ = ______________

معادلة الانحدار هي ص = ... + ... س

قدر قيمة ص عندما س = ١٩

قدر قيمة ص عندما س = ١٥

مقدار الخطأ = |القيمة الجدولية – القيمة التي تحقق الانحدار|

- اذا وقعت النقطتان (٨,٢) , (٣,٧)علي خط انحدار ص علي س فان نوع الارتباط يكون عكسي تام

☞ نحسب الميل = $\frac{٣-٨}{٧-٢} = \frac{-٥}{٥} = -١$

- اذا كانت معادلة خط الانحدار ص=٧- ٠,٨س نوع الارتباط .... وان قيمة ص المتوقعه عندما س = ٥ هي ...... ٧- ٠,٨×٥=

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

س	٧	٧	٨	٣	٧	١١
ص	٨	٤	١٢	٢	١٠	١١

احسب معامل الارتباط الرتب لسبيرمان مبينا نوعه

نكون الجدول   لازم ترتب تصاعدي او تنازلي

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف²
٧	٨	٣	٣	٠	٠
٧	٤	٣	٢	١	١
٨	١٢	٥	٦	-١	١
٣	٢	١	١	٠	٠
٧	١٠	٣	٤	-١	١
١١	١١	٦	٥	١	١
المجمـــوع				صفر	٤

$$ر = ١ - \frac{٦ \Sigma ف^2}{ن(ن^2 - ١)} = ١- \text{______}$$

س	مقبول	جيدجدا	ممتاز	جيدجدا	مقبول	مقبول
ص	جيد	جيد	جيدجدا	ممتاز	جيد	ضعيف

الترتيب من الأقل الي الاعلي : ضعيف, مقبول , جيد, جيد جدا, ممتاز

ت : ٠١٠٩٢٢٨٢٧٦٢

الاحتمال

قوانين هامة

ل(م) + ل(مَ) = ١   ل(ف) = ١

الاتحاد, أي الحدثين, علي الأقل, كلاهما م أو ب

ل(م ∪ ب) = ل(م) + ل(ب) – ل(م ∩ ب)

التقاطع م و ب , الحدثين معا

ل(م ∩ ب) = ل(م) + ل(ب) – ل(م ∪ ب)

الفرق , الحدث م فقط   الاولي - التقاطع

ل(م- ب)= (م) - ل(م ∩ ب)

احد الحدثين دون الاخر = الاتحاد – التقاطع

ل(م ∪ ب) - ل(م ∩ ب)= ل(م- ب)+ ل(ب – م)

ل(مَ ∩ بَ) = ل(م ∪ ب)َ عدم وقوع اي من الحدثين الاقل

ل(مَ ∪ بَ)= ل(م ∩ ب)َ وقوع أحد الحدثين علي الأكثر

ل(م∩بَ) = ل(م - ب)

ل(م∪بَ) = ل(ب - م)َ

الاحتمال الشرطي

$$ل(م | ب) = \frac{ل(م ∩ ب)}{ل(ب)}$$

حالات خاصة

- ب ⊂ م فان ل(م ∩ ب) = ل(ب) , ل(م ∪ ب) = ل(م)
- م , ب متنافيان ل(م ∩ ب)= صفر
- م , ب مستقلان فان ل(م ∩ ب) = ل(م) × ل(ب)

- [ ] اذا كان م , ب مستقلان وكان ل(م) = ٠,٢ ل(ب) = ٠,٦

فان ل(م ∩ ب) = ٠,٢×٠,٦ = ٠,١٢

- [ ] اذا كان م , ب مستقلان وكان ل(م ∩ ب) = ٠,٥٨

ل(م) = ٠,٤   فان ل(ب) = ...

- [ ] اذا كان ل(م- ب) = ٠,٠٤   ل(م ∩ ب) = ٠,١

فان   ل(م | ب)

الحل

- [ ] اذا كان م , ب حدثين متنافين وكان ل(م) = ٠,٣

ل(ب)َ= ٠,٤ فان ل(م ∪ ب) =

- [ ] اذا كان م , ب مستقلان وكان ل(م) = ٠,٦ ,

ل(ب)= ٠,٣   فان ل(م- ب)= ....

- [ ] اذا كان ل(م ∩ ب)= $\frac{٣}{٨}$, ل(مَ)= $\frac{١}{٤}$ فان ل(ب | م)=

- [ ] اذا كان ل(م ∩ ب)= ٠,٢ , ل(مَ)= ٠,٣ ل(ب)= ٠,٤

فان ل(م | بَ)= ....

- [ ] اذا كان م , ب حدثين في فضاء تجربة , ل(بَ)= ٠,٦

فان ل(مَ ∩ ب)+ ل(م) × ل(ب | م)= ....

- [ ] اذا كان م , ب مستقلان وكان ل(م) = ٠,٤

ل(ب)= ٠,٣ ل(م ∪ ب) = ...

- [ ] اذا كان م , ب حدثين وكان ل(مَ)= ٠,٦ , ل(ب)= ٠,٣

ل(م ∪ ب)= ٠,٩ احسب ل(م | بَ)

- [ ] اثبت ان ل(ب)= ل(م)× ل(ب | م)+ ل(مَ) × ل(ب | مَ)

ثم استخدم ذلك في حساب ل(ب)

اذا كان ل(م)= ٠,٦ ل(ب | مَ) = ٠,٨ ل(ب | م)= ٠,٣

- [ ] اذا كان م , ب حدثين مستقلان وكان ل(ب) = ٠,٤

ل(م ∩ ب)= ٠,٢٤ احسب ل(م ∪ بَ) , ل(م ∪ ب)

- [ ] اذا كان م , ب حدثين وكان ل(بَ)= ٠,٦ فان قيمة

ل(مَ ∩ ب) + ل(م) + ل(ب | م)= ....

- [ ] اذا كان م , ب حدثين وكان ل(ب)= ٠,٦ فان قيمة

ل(مَ ∩ ب) = ٠,٢ . ل(م ∩ ب)= ٠,٣

احسب ل(م | ب)

ل(مَ | بَ)=

ت : ٠١٠٩٢٢٨٢٧٦٢

المتغير العشوائي المتقطع

✍ الوسط الحسابي(التوقع) $\mu = \sum$ س × د(س)

✍ التباين $\sigma^2 = \sum$ س^2 × د(س) - μ^2

✍ الانحراف المعياري = $\sqrt{\text{التباين}} = \sqrt{\sigma^2}$

✍ معامل الاختلاف = $\frac{\sigma}{\mu} \times ١٠٠\%$ ☞

اذا كان س متغير عشوائي متقطعا توزيعه الاحتمالي

س	١	٢	٤	٦
د(س)	٠,٢	ك	٠,٤	٠,١

فاوجد قيمة ك ثم احسب معامل الاختلاف

$\sum$ س = ١   ٠,٢ + ك + ٠,٤ + ٠,١ = ١

∴ ك = ٠,٣

نكون الجدول

س	د(س)	س × د(س)	س^2 × د(س)
١	٠,٢	٠,٢	٠,٢
٢	٠,٣	٠,٦	٢,٤
٤	٠,٤	١,٦	٦,٤
٦	٠,١	٠,٦	٣,٦
المجموع		٣	١٢,٦

الوسط الحسابي(التوقع) μ = ٣

التباين σ^2 = ١٢,٦ – ٩ = ٣,٦

الانحراف المعياري = $\sqrt{٣,٦}$ = ٠,٦

معامل الاختلاف = ×١٠٠% = %

☐ اذا كان س متغير عشوائي متقطع مداه {-٢, -١ , ٢،١،٠ }

وكان ل(س = ر) = $\frac{\text{أ} + \text{ر}}{١٥}$ لكل ر تنتمي الي مدي س

فاوجد قيمة أ ثم اوجد الانحراف المعياري

الحل ☞

د(-٢) = $\frac{\text{أ} - ٢}{١٥}$ د(-١) = $\frac{\text{أ} - ١}{١٥}$

د(٠) = $\frac{\text{أ} + ٠}{١٥}$ د(١) = $\frac{\text{أ} + ١}{١٥}$

د(٢) = $\frac{\text{أ} + ٢}{١٥}$ مجموع الاحتمالات = ١

$\frac{\text{أ} - ٢}{١٥} + \frac{\text{أ} - ١}{١٥} + \frac{\text{أ} + ٠}{١٥} + \frac{\text{أ} + ١}{١٥} + \frac{\text{أ} + ٢}{١٥} = ١$

أ = ١٥

ثم نعوض عن قيمة أ ثم نكون الجدول كما بالمثال السابق

☐ اذا كان س متغير عسوائي متقطع و توقعه = ٥

$\sum$ س^2 × د(س) = ٣٤ فان الانحراف المعياري = ...

☐ اذا كان المتوسط لمتغير عشوائي = ١٥٠ وكان معامل الاختلاف = ٢% اوجد التباين لهذا المتغير العشوائي

الحل $\frac{\sigma}{\mu} = \frac{٢}{١٠٠}$ ∴ $\sigma = \frac{٢}{١٠٠} \times ١٥٠ = ٣$

التباين = ٩

☐ اذا كان س متغير عشوائي متقطعا تباينه ٢,٥٦ وكان معامل الاختلاف = ٤٠% فان متوسطه = ...

☐ اذا كان س متغير عشوائي متقطع مداه {-٣, -٢ , ١ , ٢ }

وكان ل(س = -٣) = ل(س = -٢) = $\frac{١}{٨}$, ل(س = ٢) = $\frac{١}{٢}$

احسب ل(س = ١) ثم اوجد الانحراف المعياري

☐ اذا كان س متغير عشوائي متقطعا توزيعه الاحتمالي

س	-١	٠	١	٢	٤
د(س)	٢ل	ل	٣ل	٢ل	ل

احسب قيمة ل ثم احسب المتوسط وتباين المتغير العشوائي

☐ اذا كان س متغير عشوائي متقطع متوسطه = ١٢٠ وانحرافه المعياري ٦ فان معامل الاختلاف = ...%

☐ اذا كان س متغير عشوائي متقطع وتوزيعه الاحتمالي

يعطي بالدالة د حيث د(س) = $\frac{\text{س}}{١٠}$ حيث س = { ٣،٢،١, ك}

فاوجد قيمة ك واكتب التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي التوقع والتباين للمتغير العشوائي

ت : ٠١٠٩٢٢٨٢٧٦٢

المتغير العشوائي المتصل

نعوض بأكبر رقم واصغر

- اذا كانت س متغير عشوائي متصلا دالة كثافته الاحتمالية

$\boxed{١}$ د(س) = { $\frac{١}{١٦}$(س+٢) حيث ٠ > س > ٤ ، صفر فيما عدا ذلك }

احسب ل(س > ٣)

اذا كان ل(ك > س > ٤) = $\frac{٢٧}{٣٢}$

الحل

د(٠) = $\frac{١}{١٦}$(٠+٢) = $\frac{٢}{١٦}$

د(٤) = $\frac{١}{١٦}$(٤+٢) = $\frac{٦}{١٦}$

د(٣) = $\frac{١}{١٦}$(٣+٢) = $\frac{٥}{١٦}$

∴ ل(٠ > س > ٣) = $\frac{١}{٢}$($\frac{٢}{١٦}$ + $\frac{٥}{١٦}$)(٣ - ٠) = $\frac{٢١}{٣٢}$

د(ك) = $\frac{١}{١٦}$(ك+٢) = $\frac{ك+٢}{١٦}$

∴ ل(ك > س > ٤) = $\frac{١}{٢}$($\frac{ك+٢}{١٦}$ + $\frac{٦}{١٦}$)(٤ - ك) = $\frac{٢٧}{٣٢}$

$\frac{ك+٢+٦}{١٦}$(٤ - ك) = $\frac{٢٧}{١٦}$

(ك+٨)(٤ - ك) = ٢٧

- ك^٢ - ٤ك + ٥ = ٠

(ك+٥)(ك - ١) = ٠ منها ك = - ٥ مرفوض ∴ ك = ١

اذا كانت س متغير عشوائي متصلا

$\boxed{٢}$ د(س) = { $\frac{١}{١٨}$(س+٢) حيث - ٢ > س > ٤ ، صفر فيما عدا ذلك }

اثبت ان د(س) هي دالة كثافة احتمالية للمتغير س

اذا كان ل(٠ > س > ٢)

د(-٢) = $\frac{١}{١٨}$(-٢+٢) = ٠

د(٤) = $\frac{١}{١٨}$(٤+٢) = $\frac{٦}{١٨}$

∴ ل(-٢ > س > ٤) = $\frac{١}{٢}$(٠ + $\frac{٦}{١٨}$)(٤+٢) = ١

فهي دالة كثافة احتمالية

اذا كانت س متغير عشوائي متصلا

$\boxed{٣}$ د(س) = { $\frac{١}{٨}$س حيث ٣ > س > ٥ ، صفر فيما عدا ذلك }

اثبت ان د(س) هي دالة كثافة احتمالية للمتغير س

اذا كان ل(س > ٤)

اذا كانت س متغير عشوائي متصلا بدالة كثافة احتمال

$\boxed{٤}$ د(س) = { $\frac{١}{١٢}$(٢س - ١) حيث ١ > س > ٤ ، صفر فيما عدا ذلك }

أوجد ل(٢ > س > ٤)

اذا كان ل(س > م) = $\frac{١}{٦}$ فاوجد قيمة م

التوزيع الطبيعي

طريقة الكشف من الجدول يجب ان يكون ل(٠> ص >رقم)

١ في حالة رقمين نجمع اذا كانوا مختلفين في الإشارة
ل(-١,٣> ص> ٢,١٥)= ل(٠> ص> ١,٣) + ل(٠> ص> ٢,١٥)

٢ في حالة رقمين نطرح اذا كانوا لهم نفس الإشارة
ل(١,٣> ص> ٢,١٥)= ل(٠> ص> ٢,١٥) - ل(٠> ص> ١,٣)

٣ الرقم والعلامه فقط متشابهان نطرح ٠,٥
ل(س>١,٢٥) = ٠,٥ – ل(٠ > ص > ١,٢٥)

٤ الرقم والعلامه فقط مختلفان نجمع ٠,٥
ل(س>١,٢٥) = ٠,٥ + ل(٠ > ص > ١,٢٥)

تطبيقات علي التوزيع الطبيعي

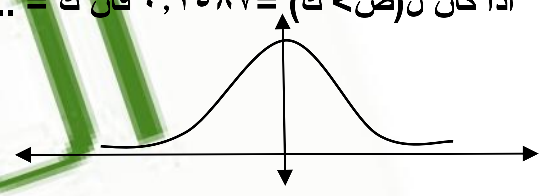
اذا كان س متغير طبيعي غير معياري متوسطه μ وانحرافه المعياري σ فاننا نحول الي متغير معياري ص طبقا للعلاقة

ص= $\frac{س-\mu}{\sigma}$

✍ اذا طلب النسبة المئوية = الاحتمال ×١٠٠%

✍ اذا طلب العدد المتوقع = الاحتمال × العدد الكلي

اذا كان ل(ص> ك) =٠,١٥٨٧ فان ك = ...



اذا كان س متغير عشوائيا طبيعيا متوسطه μ وانحرافه المعياري σ=٥ وكان ل(س>٢١)= ٠,١٥٨٧
اوجد قيمة المتوسط , ل(١٠> س >٢٣)

الحل ☞

ل(س>٢١)= ٠,١٥٨٧

ل(ص> $\frac{٢١-\mu}{٥}$)= ٠,١٥٨٧ نفرض ان $\frac{٢١-\mu}{٥}$ = م

ل(ص>م) = ٠,١٥٨٧

ل(٠> ص> م) =٠,٥-٠,١٥٨٧=٠,٣٤١٣ ثم نبحث في الجدول عن الرقم نجد ان م=١

$\frac{٢١-\mu}{٥}$=١ ∴ ٢١- μ= ٥ μ = ١٦

ل(١٠> س >٢٣) = ل($\frac{١٠-١٦}{٥}$ > ص > $\frac{٢٣-١٦}{٥}$)

ل(-١,٢> ص> ١,٤)= ل(٠> ص> ١,٢) + ل(٠> ص> ١,٤)
= ٠,٣٨٤٩ +٠,٤١٩٢=٠,٨٠٤١

ل(ص> ك)= ٠,٩٣٥٧

ل(- ك> ص> ٠)= ٠,٩٣٥٧- ٠,٥ =٠,٤٣٥٧

ثم نبحث بالجدول ك = -١,٥٢

اذا كان س متغير عشوائيا طبيعيا متوسطه μ وانحرافه المعياري σ

١ ل($\mu-\sigma$ > س > $\mu+\sigma$)

ل($\frac{\mu-\sigma-\mu}{\sigma}$ > ص > $\frac{\mu+\sigma-\mu}{\sigma}$)

ل(-١> ص> ١) = ٢ ل(٠> ص> ١) =٢×٠,٣٤١٣

٢ ل($\mu-\frac{٦}{٥}\sigma$ > س > $\mu+\frac{٦}{٥}\sigma$)

٣ اذا كان س متغير عشوائيا طبيعيا متوسطه μ=٤٥ وانحرافه المعياري σ=٥ فان ل(س>٥٥)=........

٤ اذا كان درجات الطلاب في احد المدارس تتبع توزيع طبيعيا متوسطه μ =٤٢ وانحرافه المعياري σ حيث حصل ٢٦,١١% من الطلاب علي اكثر من ٥٠ درجة اوجد σ

الحل ☞

ل(س>٥٠)=٠,٢٦١١

ل(ص> $\frac{٥٠-٤٢}{\sigma}$)=٠,٢٦١١ $\frac{٥٠-٤٢}{\sigma}$ = م

ل(٠> ص> م) =٠,٥- ٠,٢٦١١=٠,٢٣٨٩

م=٠,٦٤ $\frac{٨}{\sigma}$=٠,٦٤ σ=١٢,٥

٥ اذا كان الدخل الشهري لمجموعة مكونة من ٥٠٠ عامل تتبع توزيع طبيعي متوسطه ١٨٠٠ جنيه وانحرافه المعياري ١٥٠ جنيه فأوجد عدد العمال الذين يقل دخلهم عن ١٩٨٠ جنيها

الحل ☞

ل(س>١٩٨٠)

ل(ص> $\frac{١٩٨٠-١٨٠٠}{١٥٠}$)= ل(ص>١,٢) =٠,٣٨٤٩

عدد العمال = ٠,٣٨٤٩×٥٠٠=١٩٢,٤٥ ≃١٩٢عامل

٦ اذا كان س متغير عشوائيا طبيعيا وسطه الحسابي =١٥ وانحرافه المعياري = ٥
اوجد ل(١٢ > س >١٧)
أوجد قيمة ك اذا كان ل(س> ك) =٠,٣٤٤٦

اذا كان اطوال ١٠٠ طالب تتبع توزيع طبيعي متوسطه١٦٠ سم وتباينه ٢٥سم وتم اختيار احد هؤلاء الطلاب اوجد احتمال ان يكون الطالب يقع بين ١٥٥سم ,١٦٥سم وعدد الطلاب الذين يزيد طولهم عن ١٦٥,٨